ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մաթեմատիկա XXV, № 4, 1990 Математика

УДК 517.98

Л. Г. АРАБАДЖЯН, А. Г. АРАБАДЖЯН

ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЯ ОДНОРОДНОГО КОНСЕРВАТИВНОГО УРАВНЕНИЯ ВИНЕРА-ХОПФА

В настоящей работе изучается асимптотическое поведение нетривиального решения S следующего однородного уравнения

$$S(x)=\int_0^\infty K(x-t)\,S(t)\,dt, \tag{1}$$

$$0\leqslant K\in L_1(\mathbf{R}), \qquad \int_{-\infty}^{\infty} K(t)\,dt=1 \tag{2}$$

и его векторного аналога.

Вопросам разрешимости этого уравнения и асимптотики его решения были посвящены работы [1—5, 9, 10], где разными методами были проведены исследования (1), (2). В указанных работах доказано, в частности, что в случае симметричных (четных) ядер K имеют место соотношения

$$S(x)\sim\frac{x}{\sqrt{\nu}}, \quad \text{при } x\to\infty,$$

если $\nu\overset{\text{def}}{=}\int_0^\infty t^2K(t)\,dt<+\infty$ и

$$S(x)=o(x),\ x\to\infty, \tag{3}$$

в случае $\nu=+\infty$.

Здесь будет уточнено равенство (3) в зависимости от скорости убывания ядра K на бесконечности. С этой целью к уравнению (1), (2) будет применен метод работ [3—6, 8], а именно, будет использована факторизация (скалярного и матричного) оператора Винера-Хопфа и нелинейные функциональные уравнения.

1°. Уравнение (1) запишем в операторной форме

$$(\mathbf{J}-\mathbf{K})\,S=0,$$

где J-единичный, а $\mathbf{K}$-консервативный (т. е. удовлетворяющий условиям (2)) оператор Винера-Хопфа. В работах [3—5] доказано существование вольтерровской факторизации

$$\mathbf{J}-\mathbf{K}=(\mathbf{J}-\mathbf{V}_-)(\mathbf{J}-\mathbf{V}_+), \tag{4}$$

где $\mathbf{V}_\pm$-операторы вида

$$(\mathbf{V}_+\varphi)(x)=\int_0^x V_+(x-t)\,\varphi(t)\,dt,\quad (\mathbf{V}_-\varphi)(x)=\int_x^\infty V_-(t-x)\,\varphi(t)\,dt,\quad(5)$$

а функции $V_\pm$ являются решением нелинейных уравнений

$$V_\pm(x)=K(\pm x)+\int_0^\infty V_\mp(t)\,V_\pm(x+t)\,dt,\ x>0.$$

Для симметричных ядер $K:K(-x)=K(x),\ x>0$ эта система заменяется уравнением

$$V(x)=K(x)+\int_0^\infty V(t)\,V(x+t)\,dt,\ x>0,\qquad(6)$$

$(V_\pm=V)$. $\Big($Дальнейшие рассуждения этого пункта относятся к симметричным ядрам K в случае (2) и $\nu\overset{\text{def}}{=}\int_0^\infty t^2K(t)\,dt=+\infty\Big)$.

В указанных работах доказана, в частности, разрешимость уравнения (6) в случае (2), причем $V\geqslant 0$ и $\gamma\overset{\text{def}}{=}\int_0^\infty V(t)\,dt=1$. Там же показано, что решение V рассматриваемого уравнения можно представить в виде

$$V(x)=K(x)+\int_0^\infty \Phi(t)\,K(x+t)\,dt,\ x>0,\qquad(7)$$

где Φ определяется из уравнения

$$\Phi(x)=V(x)+\int_0^x V(x-t)\,\Phi(t)\,dt.\qquad(8)$$

При $0\leqslant V\in L_1(\mathrm{R})$ и $\gamma=1$ решение последнего уравнения неотрицательно и несуммируемо на $[0,\infty)$.

Факторизация (4) сводит уравнение (1), (2) к следующей системе:

$$\begin{aligned}(\mathbf{J}-\mathbf{V}_-)\,F&=0,\\ (\mathbf{J}-\mathbf{V}_+)\,S&=F.\end{aligned}\qquad(9)$$

(Заметим, что ядра операторов $\mathbf{V}_\pm$ имеют вид $V(x-t),\ x\geqslant t$ и $V(t-x),\ x\leqslant t$, V — решение уравнения (4)). Так как $\gamma=1$, то первому из уравнений (9) удовлетворяет функция $F(x)\equiv 1$.

Таким образом уравнение (1), (2) сводится к уравнению восстановления (см. [3—5, 7])

$$S(x)=1+\int_0^x V(x-t)\,S(t)\,dt,\quad x>0,$$
$$0\leqslant V\in L_1(\mathbb{R}^+),\quad \gamma=1. \tag{10}$$

Решение последнего уравнения можно представить в виде

$$S(x)=1+\int_0^x \Phi(t)\,dt, \tag{11}$$

где Φ определяется из (8). Поскольку $\Phi\geqslant 0$ при $V\geqslant 0$, то из (11) следует монотонное и неограниченное возрастание функции S на $[0,\infty)$.

2°. Рассмотрим уравнение (10). Из этого соотношения следует

$$S(x)\leqslant 1+S(x)\int_0^x V(t)\,dt,$$

откуда, учитывая $\gamma=1$, получаем

$$S(x)\int_x^\infty V(t)\,dt\leqslant 1. \tag{12}$$

Оценим $\int_x^\infty V(t)\,dt$. Интегрирование равенства (7) в пределах от x до ∞ $(x\geqslant 0)$ дает

$$\int_x^\infty V(t)\,dt=\int_x^\infty K(t)\,dt+\int_x^\infty K(t)\,dt\int_0^{t-x}\Phi(\tau)\,d\tau,$$

откуда, с учетом равенства (11) и монотонности функции S, следует

$$\int_x^\infty V(t)\,dt=\int_x^\infty K(t)\,S(t-x)\,dt\geqslant S(x)\int_{2x}^\infty K(t)\,dt. \tag{13}$$

Из неравенств (12) и (13) получаем оценку для решения S уравнения (1), (2) в симметрическом случае:

$$S(x)\leqslant\left(\int_{2x}^\infty K(t)\,dt\right)^{-\frac{1}{2}},\quad x>0. \tag{14}$$

Замечание 1. Мы получили оценку (14) в предположении $\nu_2 = +\infty$, а это, с учетом $K \in L_1(\mathrm{R})$, означает, что функция K не финитна на R^+. Поэтому $\int_{2x}^{\infty} K(t)\,dt \neq 0$ для $\forall\, x > 0$.

Замечание 2. Оценка (14) достаточно точно характеризует поведение решения S для медленно убывающих ядер K. Так, например, при $K(x) \sim \frac{a}{x^{a}}$, $x \to \infty$, где $a < 3$ мы получаем $S(x) = O(x^{\frac{a-1}{2}})$, $x \to \infty$ вместо (3).

Замечание 3. Вопросы асимптотического поведения решения уравнения (1), (2) в связи с астрофизическими задачами изучены в монографии [10]. Для ядер вида $K(x) = \int_{a}^{b} e^{-|x|\tau} G(\tau)\,d\tau$ там получена формула

$$S(x) \sim C\left(\int_{x}^{\infty} K(t)\,dt\right)^{-\frac{1}{2}}, \text{ при } x \to \infty.$$

Изложение этих вопросов в [10] ведется на „физическом уровне“ строгости.

3°. Рассмотрим векторное однородное уравнение Винера-Хопфа

$$S(x) = \int_{0}^{\infty} K(x-t)\,S(t)\,dt,\ x > 0 \tag{15}$$

с консервативным ядром $K: K(x) = (K_{ij}(x))_{i,j=1}^{n}$,

$$0 \leqslant K \in L_1^{n\times n}(\mathrm{R}),\ C = \int_{-\infty}^{\infty} K(t)\,dt \in k_p,\ r(C) = 1 \tag{16}$$

(k_p — класс примитивных (неразложимых) матриц, т. е. для $G \in k_p$ существует $m_0 \in N$ такое, что $G^{m_0} > 0$; $r(G)$—спектральный радиус матрицы G.)

Здесь будут получены оценки для координат S_j вектор-функции S — решения уравнения (15), (16).

Пусть $E(\mathrm{R}^+)$ одно из банаховых пространств $L_p(\mathrm{R}^+)$, $p \geqslant 1$, $M(\mathrm{R})$. Через $E^n(\mathrm{R}^+)$ обозначим пространство n-мерных вектор-функций с элементами из $E(\mathrm{R}^+)$. Пространство $E^n(\mathrm{R}^+)$ снабжается нормой $\|f\|_{E^n(\mathrm{R}^+)} \overset{\mathrm{def}}{=} \max\limits_{1\leqslant j\leqslant n} \|f_j\|_{E(\mathrm{R}^+)}$ или другой эквивалентной нормой, порожденной числами $\|f_j\|_{E(\mathrm{R}^+)}$. Пусть $\mathbf{K}$ — матричный интегральный оператор Винера-Хопфа, действующий в $E^n(\mathrm{R}^+)$.

В работах [5—6] доказано, что в консервативном случае (16) для вышеуказанного оператора K существует разложение вида (4), где $\mathrm{V}_{\pm}$ — матричные интегральные операторы Вольтерра вида (5). Существование факторизации (4) для консервативных операторов K следует из разрешимости при условиях (16) следующей матричной системы:

$$V_+(x) = K(x) + \int_0^\infty V_-(t)\, V_+(x+t)\, dt,$$
$$\tag{17}$$
$$V_-(x) = K(-x) + \int_0^\infty V_-(x+t)\, V_+(t)\, dt, \quad x > 0,$$

относительно ядер $V_{\pm}$ операторов $\mathrm{V}_{\pm}$. При условиях (16) из [5] имеем

$$0 \leqslant V_{\pm} \in L_1^{n\times n}(\mathbf{R}^+), \quad r(A),\ r(B) \leqslant 1,$$

где

$$A \overset{\text{def}}{=} \int_0^\infty V_+(t)\, dt \in k_p, \quad B \overset{\text{def}}{=} \int_0^\infty V_-(t)\, dt \in k_p,$$

причем хотя бы одно из чисел $r(A)$ и $r(B)$ равно 1. Пусть, например, $r(A) = 1$. Поскольку $A \in k_p$, то из теоремы Перрона-Фробениуса (см. [11]) следует существование n-мерного положительного неподвижного вектора ζ матрицы A, т. е. $A\zeta = \zeta$. Аналогично для матрицы B в случае $r(B) = 1$.

Здесь будем рассматривать уравнение (15), (16) с симметричным ядром K. Для матричных ядер K возможны случаи

а) $K(-x) = K^{\mathsf T}(x), \ x > 0;$

б) $K(-x) = K^{\perp}(x), \ x > 0.$

(Для произвольной матрицы $G = (g_{ij})_{i,j=1}^n$ через $G^{\mathsf T}$ обозначается транспозиция матрицы G относительно диагонали $(g_{11}, g_{22}, \cdots, g_{nn})$, а через $G^{\perp}$ — транспозиция относительно второй диагонали $(g_{n1}, g_{n-1\,2}, \cdots, g_{1n})$).

4°. Рассмотрим случай а). В [6] показано, что в этом случае решением системы (17) является пара $(V, V^{\mathsf T})$, где V—решение уравнения

$$V(x) = K(x) + \int_0^\infty V^{\mathsf T}(t)\, V(x+t)\, dt, \quad x > 0. \tag{18}$$

В рассматриваемом случае $B = A^{\mathsf T}$. Так что $r(B) = r(A^{\mathsf T}) = r(A) = 1$.

Решение V уравнения (18) можно представить в виде

$$V(x)=K(x)+\int_0^\infty \Phi^{\mathrm{T}}(t)\,K(x+t)\,dt,\quad x>0, \tag{19}$$

где матрица-функция Φ определяется из уравнения

$$\Phi(x)=V(x)+\int_0^x V(x-t)\,\Phi(t)\,dt,\quad x>0 \tag{20}$$

(матричный аналог уравнения (8)). Из результатов работ [6—7] следует также, что при $0\leqslant V\in L_1^{n\times n}(\mathrm{R}^+)$, $A=\int\limits_0^\infty V(t)\,dt$ и $r(A)=1$ решение уравнения (20) существует, неотрицательно и неинтегрируемо на $[0,\ \infty)$.

Факторизация (4) матричного оператора $\mathbf{K}$ сводит уравнение (15) к двум векторным уравнениям типа Вольтерра ($\mathbf{J}$ — единичный оператор в $E^n(\mathrm{R}^+)$)

$$\begin{aligned}(\mathbf{J}-\mathbf{V}_-)\,F&=0,\\ (\mathbf{J}-\mathbf{V}_+)\,S&=F.\end{aligned} \tag{21}$$

Ядра операторов $\mathbf{V}_\pm$ равны $V(x-t)$, $x\geqslant t$ и $V^{\mathrm{T}}(t-x)$, $t\geqslant x$ соответственно.

Пусть η — положительный неподвижный вектор матрицы A^{T}: $A^{\mathrm{T}}\eta=\eta$. Его существование следует из $r(A^{\mathrm{T}})=1$ и вышеуказанной теоремы Перрона-Фробениуса. Тогда вектор-функция $F(x)\equiv\eta$ удовлетворяет первому из уравнений (21). Поэтому уравнение (15), (16) сводится к векторному уравнению восстановления

$$\begin{gathered}S(x)=\eta+\int_0^x V(x-t)\,S(t)\,dt,\quad x>0,\\ 0\leqslant V\in L_1^{n\times n}(\mathrm{R}^+),\quad A=\int_0^\infty V(t)\,dt\in k_p,\quad r(A)=1.\end{gathered} \tag{22}$$

В [7] показано, что решение $S=(S_1,\cdots,S_n)$ последнего уравнения имеет асимптотику

$$S(x)=O(x),\ x\to\infty\ \ (\text{и, следовательно, } S_j(x)=O(x),\ x\to\infty,\ j=1,\cdots,n). \tag{23}$$

Указанное решение представляется в виде

$$S(x)=\Omega(x)\cdot\eta, \tag{24}$$

где Ω определяется из уравнения (I — единичная $n\times n$ матрица)

$$\Omega(x)=I+\int_0^x V(x-t)\,\Omega(t)\,dt,\quad x>0. \tag{25}$$

Имеется очевидная связь между матриц-функциями Ω и Φ:

$$\Omega(x)=I+\int_0^x \Phi(t)\,dt. \tag{26}$$

Поскольку $\Phi \geqslant 0$ при $V \geqslant 0$, то $\Omega(x)\uparrow$ на $[0,\infty)$ покомпонентно. Очевидно также равенство

$$\Omega^{\mathsf T}(x)=I+\int_0^x \Phi^{\mathsf T}(t)\,dt.$$

Обозначим $\eta_0=\max\limits_{1<j<n}\eta_j$. Из (24) имеем

$$S_j(x)\leqslant \eta_0\,\sigma_j(x),\quad x>0,\quad j=1,2,\cdots,n, \tag{27}$$

где $S=(S_1,\cdots,S_n)$, $\Omega(x)=(\omega_{ij}(x))_{i,j=1}^n$, $\sigma_j(x)=\sum\limits_{p=1}^n \omega_{jp}(x)$. Поэтому для оценки функций S_j (и, следовательно, вектор-функции S) достаточно оценить σ_j, $1\leqslant j\leqslant n$.

С учетом монотонности матриц-функции Ω из (25) получим

$$\Omega(x)\leqslant I+\int_0^x V(t)\,dt\cdot\Omega(x),$$

откуда следует

$$(I-A)\,\Omega(x)+\int_x^\infty V(t)\,dt\cdot\Omega(x)\leqslant I. \tag{28}$$

Пусть ζ — положительная вектор-строка, удовлетворяющая условию $\zeta=\zeta A$. Очевидно, что $\zeta=\eta^{\mathsf T}$, где $\eta=A^{\mathsf T}\eta$. Умножая неравенство (28) слева на ζ, получаем

$$\zeta\cdot\int_x^\infty V(t)\,dt\cdot\Omega(x)\leqslant\zeta. \tag{29}$$

Оценим интеграл в последнем неравенстве. С учетом монотонности $\Omega^{\mathsf T}$ из равенства (19) получаем (ср. с (13))

$$\int_x^\infty V(t)\,dt=\int_x^\infty \Omega^{\mathsf T}(t-x)\,K(t)\,dt\geqslant\Omega^{\mathsf T}(x)\int_{2x}^\infty K(t)\,dt,$$

что совместно с (29) дает

$$\zeta\Omega^{\mathsf T}(x)\cdot\int_{2x}^\infty K(t)\,dt\cdot\Omega(x)\leqslant\zeta.$$

Запишем последнее неравенство в координатной форме

$$\sum_{l=1}^{n} \zeta_l \sum_{p,\, q=1}^{n} \omega_{pl}(x) \int_{2x}^{\infty} K_{pq}(t)\, dt \cdot \omega_{qj}(x) \leqslant \zeta_j, \ j = 1, \cdots, n. \tag{30}$$

В неравенствах (30) все слагаемые суммы неотрицательны. Поэтому, обозначив $\zeta_0 = \min\limits_{1<j<n} \zeta_j > 0$ и $H = \frac{1}{\zeta_0} \sum\limits_{l=1}^{n} \zeta_j$ и просуммировав (30) по j получаем

$$\sum_{p,\, q=1}^{n} \sigma_p(x) \int_{2x}^{\infty} K_{pq}(t)\, dt \cdot \sigma_q(x) < H. \tag{31}$$

Пусть функция K_{jj} для некоторого j не финитна на $[0, \infty)$. $\left(\text{Например, в случае } \nu_{jj} \overset{\text{def}}{=} \int\limits_0^{\infty} t^2 K_{jj}(t)\, dt = +\infty.\right)$. Тогда для указанного j из (31) следует

$$\sigma_j(x) \leqslant H \left(\int_{2\tau}^{\infty} K_{jj}(t)\, dt \right)^{-\frac{1}{2}}, \ x > 0, \ 1 < j \leqslant n. \tag{32}$$

Это неравенство совместно с (27) дает оценку для j-ой компоненты решения S уравнения (15), (16).

Таким образом, в случае не финитной на $[0, \infty)$ функции K_{jj} вместо общей оценки (23) для соответствующей координаты S_j получили более точную оценку (32).

5°. Случай б). Решение системы (17) и в этом случае существенно упрощается (см. [8]). А именно, при условии б) система (17) сводится к матричному уравнению

$$V(x) = K(x) + \int_0^{\infty} V^{\perp}(t)\, V(x+t)\, dt, \ x > 0 \tag{33}$$

(т. е. функции $V_+ = V$ и $V_- = V^{\perp}$ удовлетворяют системе (17)). В указанной работе [8] показано, что для решения V уравнения (31) справедлива формула

$$V(x) = K(x) + \int_0^{\infty} \Phi^{\perp}(t)\, K(x+t)\, dt, \tag{34}$$

где Φ определяется из (20). (Далее под V понимается решение уравнения (33)).

В рассматриваемом случае б) (как и в случае а)) уравнение (15), (16) сводится (с учетом $r(A) = r(A^{\top}) = 1$) к (22), решение которого представимо в виде (24).

Учитывая равенство (26) и соотношение

$$\Omega^{\perp}(x) = I + \int_0^{x} \Phi^{\perp}(t)\, dt,$$

из (25) и (34) получаем

$$\zeta \Omega^{\perp}(x) \int_{2x}^{\infty} K(t)\, dt \cdot \Omega(x) \leqslant \zeta, \tag{35}$$

где $\zeta = \zeta A$.

Пусть $\Omega(x) = (\omega_{ij}(x))_{i,j=1}^{n}$. Тогда $\Omega^{\perp}(x) = (\omega_{n+1-j,\, n+1-i}(x))$. Неравенство (35) запишем в координатной форме

$$\sum_{i=1}^{n} \zeta_i \sum_{p,q=1}^{n} \omega_{n+1-p,\, n+1-i}(x) \int_{2x}^{\infty} K_{pq}(t)\, dt \cdot \omega_{qj}(x) \leqslant \zeta_j, \quad j = 1, \cdots, n. \tag{36}$$

Из последних соотношений, аналогично (31), получаем

$$\sum_{p,q=1}^{n} \sigma_{n+1-p}(x) \int_{2x}^{\infty} K_{pq}(t)\, dt \cdot \sigma_q(x) \leqslant h. \tag{37}$$

Учитывая, что все слагаемые суммы в (37) положительны, из(37) следует

$$\sigma_j^2(x) \int_{2x}^{\infty} K_{n+1-j,\, j}(t)\, dt \leqslant h,$$

откуда получаем

$$\sigma_j(x) \leqslant h \left(\int_{2x}^{\infty} K_{n+1-j,\, j}(t)\, dt \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad x > 0, \ 1 < j \leqslant n, \tag{38}$$

если только функция $K_{n+1-j,\, j}$ не финитна на $\mathbb{R}^+$.

Нами получена

Теорема. i) *При* $\nu = +\infty$ *решение* S *скалярного консервативного уравнения* (1), (2) *с симметричным ядром* $K: K(-x) = K(x)$, $x > 0$ *мажорируется на* $\mathbb{R}^+$ *функцией* $\left(\int_{2x}^{\infty} K(t)\, dt \right)^{-\frac{1}{2}}$.

ii) *Пусть* $S = (S_1, S_2, \cdots, S_n)$ — *решение векторного консервативного уравнения* (15), (16):

а) *если выполняются условия* $K(-x) = K^{\perp}(x)$, $x > 0$ и $\nu_{jj} \overset{\text{def}}{=} \int_{0}^{\infty} t^2 K_{jj}(t)\, dt = +\infty$, $1 \leqslant j \leqslant n$, *то для координаты* S_j *справедливо неравенство*

$$S_j(x) \leqslant \chi \left(\int_{2x}^{\infty} K_{jj}(t)\, dt \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad x > 0, \ \chi = \eta_0 h; \tag{39}$$

б) *если* $K(-x)=K^{\perp}(x)$, $x>0$ *и* $\nu_{n+1-j,\,j}=+\infty$, $1<j\leqslant n$, *то для* S_j *имеет место оценка*

$$S_j(x)\leqslant\chi\left(\int\limits_{2x}^{\infty}K_{n+1-j,\,j}(t)\,dt\right)^{-\frac{1}{2}},\quad x>0. \qquad (40)$$

Следствие. Пусть $Q=\int\limits_0^{\infty}t^2K(t)\,dt=(\nu_{ij})_{i,j=1}^{n}$. Если $K(-x)=K^{\mathrm{T}}(x)$, $x>0$ и на главной диагонали матрицы Q все элементы бесконечны ($\nu_{jj}=+\infty$, $j=1,2,\cdots,n$), то для всех S_j, $j=1,2,\cdots n$, справедливы оценки (39).

Если же $K(-x)=K^{\perp}(x)$, $x>0$ и бесконечны все элементы второй диагонали ($\nu_{n+1-j,\,j}=+\infty$, $j=1,2,\cdots,n$), то S_j, $j=1,2,\cdots,n$, оцениваются согласно (40).

В заключение авторы выражают благодарность профессору Н. Б. Енгибаряну за обсуждения.

ИППФ АН Армении
Ленинаканский МИУУ
Поступила 25. III. 1988

Լ. Գ. Արաբաջյան, Ա. Գ. Արաբաջյան. Վիներ-Հոպֆի համասեռ կոնսերվատիվ հավասարման լուծման ասիմպտոտիկայի մասին (*ամփոփում*).

Հոդվածում ուսումնասիրվում է սիմետրիկ ($K(-x)=K(x)$) *կորիզով*

$$S(x)=\int\limits_0^{\infty}K(x-t)\,S(t)\,dt,$$

$$0<K\in L_1(-\infty,\infty),\quad \int\limits_{-\infty}^{\infty}K(t)\,dt=1, \qquad (1)$$

Վիներ-Հոպֆի կոնսերվատիվ հավասարման լուծման ասիմպտոտիկան։ Երբ $\nu\overset{\mathrm{def}}{=}\int\limits_{-\infty}^{\infty}x^2K(x)\,dx<+\infty$ *նախկինում ստացվել է* $S(x)\sim x(\nu)^{-\frac{1}{2}}$, $x\to\infty$ *առնչությունը։*

Դանդաղ նվազող K *կորիզների համար* ($\nu=+\infty$) *հոդվածում ստացվել է (1) հավասարման* S *լուծման ասիմպտոտիկ գնահատական։ Նման գնահատականներ են ստացվել նաև (1) հավասարման վեկտորական անալոգի* $S(x)=(S_1(x),\cdots,S_n(x))$ *լուծման* $S_j(x)$ *կոմպոնենտների համար։*

L. G. ARABADJIAN, A. G. ARABADJIAN. *On asymptotics of the solution of Wiener-Hopf homogeneous conservative equation* (summary)

The present paper deals with the problem of the asymptotic behaviour of the conservative equation solution

$$S(x)=\int_{0}^{\infty} K(x-t)\,S(t)\,dt, \tag{1}$$

$$0 < K \in L_1(-\infty,\ \infty), \quad \int_{-\infty}^{\infty} K(t)\,dt = 1,$$

under symmetry condition $K(-x)=K(x)$, $x>0$

Earlier assuming $\nu \overset{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 K(x)\,dx < +\infty$ the estimate $S(x) \sim x(\nu)^{-\frac{1}{2}}$, $x\to\infty$ has been obtained.

The paper presents an asymptotic estimate of the solution obtained for the slowly decreasing nuclei K (i. e. for $\nu=+\infty$). Similar estimates are obtained for the components $S_j(x)$ of a vector function $S(x)=(S_1(x),\cdots,S_n(x))$ which is the solution of vector analogue of equation (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *E. Hopf.* Mathematical problem of radiative equilibrium, Cambridge № 31, 1934.
2. *F. Spitzer.* The Wiener-Hopf equation whose kernel is a probability density, Duke. Math. J., 1957, 24, № 3, 1960, 17, № 3.
3. *Н. Б. Енгибарян, А. А. Арутюнян.* Интегральные уравнения на полупрямой с разностными ядрами и нелинейные функциональные уравнения, Мат. сборник, 1975, т. 97 (139), № 5, 35—58.
4. *Н. Б. Енгибарян, Л. Г. Арабаджян.* О нелинейных уравнениях факторизации операторов Винера-Хопфа. Препринт НИИ ФКС. 79—1, Ереван, ЕрГУ, 1979.
5. *Л. Г. Арабаджян, Н. Б. Енгибарян.* Уравнения в свертках и нелинейные функциональные уравнения, Мат. анализ, т. 22 (Итоги науки и техн. ВИНИТИ АН СССР), М., 1984, 175—244.
6. *Н. Б. Енгибарян, Л. Г. Арабаджян.* Системы интегральных уравнений Винера-Хопфа и нелинейные уравнения факторизации, Мат. сборник, 124 (166), № 2 (6), 1984, 189—216.
7. *Л. Г. Арабаджян.* О системах интегральных уравнений восстановления, Дифф. уравнения, 1984, т. 20, № 6, 1050—1055.
8. *Р. С. Варданян, Н. Б. Енгибарян.* Перенос излучения в стохастической среде, Изв. АН АрмССР, сер. «Физика», 23, вып. 1, 1988, 9—16.
9. *В. В. Соболев.* Курс теоретической астрофизики, М., Наука, 1985, 502 с.
10. *В. В. Иванов.* Перенос излучения и спектры небесных тел, М., Наука, 1969, 472 с.
11. *П. Ланкастер.* Теория матриц, М., Наука, 1978.