ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԽՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մաթեմատիկա XXV, № 1, 1990 Математика

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 517.53

А. Е. АВЕТИСЯН

О НЕОБХОДИМЫХ И ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПОЛНОТЫ СИСТЕМЫ ФУНКЦИЙ $\{E_\rho(\lambda_n z;\ \mu)\}_1^\infty$ НА СИСТЕМЕ КОНЕЧНЫХ ОТРЕЗКОВ

В настоящей заметке при некоторых ограничениях на расположение последовательности $\{\lambda_n\}$ устанавливаются теоремы о достаточных, а затем и необходимых условиях полноты системы целых функций $\{E_\rho(\lambda_n z;\ \mu)\}_1^\infty$ в $L^p\ (p \geqslant 1)$ на отрезке и на системе конечных отрезков. Здесь

$$E_\rho(z;\ \mu) = \sum \frac{z^n}{\Gamma(\mu + n\rho^{-1})}$$

—целая функция Миттаг—Лиффлера. При специальных натуральных значениях параметра ρ необходимые и достаточные условия совпадают.

1°. Вспомогательные результаты. В дальнейшем мы неоднократно будем пользоваться следующим результатом.

Лемма 1. *Пусть $F(z)$ — голоморфная функция в угловой области*

$$\Delta_\rho(\alpha) = \left\{z;\ 0 \leqslant |z| < \infty,\ \alpha \leqslant \arg z \leqslant \alpha + \frac{\pi}{\rho}\right\}\ (\rho \geqslant 1)$$

$\left(0 \leqslant \alpha < 2\pi - \dfrac{\pi}{\rho}\right)$, *имеет в этой области порядок роста $\rho \geqslant 1$ и конечный тип.*

Если сходятся интегралы

$$\int_1^\infty \frac{\ln^+|F(re^{i\alpha})|}{r^{1+\rho}}\,dr < +\infty,\quad \int_1^\infty \frac{\ln^+\left|F\left(re^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{\rho}\right)}\right)\right|}{r^{1+\rho}}\,dr < +\infty,$$

то $F(z)$ вполне регулярного роста внутри $\overline{\Delta}_\rho(\alpha)$, причем ее индикатор определяется формулой

$$h_F(\theta) = \sigma\cos\rho\left(\theta - \alpha - \frac{\pi}{2\rho}\right),\quad \left|\theta - \alpha - \frac{\pi}{2\rho}\right| < \frac{\pi}{2\rho},$$

а нули $F(z)$, $z_k = r_k e^{i\varphi_k}$, лежащие внутри $\overline{\Delta}_\rho(\alpha)$, удовлетворяют условию

$$\sum_{\left|\varphi_k-\alpha-\frac{\pi}{2\rho}\right|<\frac{\pi}{2\rho}} \frac{\cos\rho\left(\varphi_k-\alpha-\dfrac{\pi}{2\rho}\right)}{r_k^{\rho}}<+\infty.$$

Эта лемма является следствием известной теоремы М. Картрайт (см. [1], теорема 7, гл. V) и может быть просто получена из указанной теоремы конформным отображением полуплоскости на угол раствора $\dfrac{\pi}{\rho}$.

Ниже мы будем пользоваться также теоремой о существовании целой функции, которая максимально быстро убывает в некоторой угловой области и имеет возможно медленный рост во всей плоскости. Реализуя схему, предложенную Н. У. Аракеляном, К. Н. Хачатрян доказал следующую теорему ([3], см. также [4]), которую мы приводим в удобной для нас форме.

Теорема А. *Пусть* $\rho\geqslant 1$, $\rho_1=\dfrac{\rho}{2\rho-1}$ *и*

$$\overline{\Delta}_{\rho_1}=\left\{z\in\mathbf{C},\ |\arg z-\pi|\leqslant\frac{\pi}{2\rho_1},\ 0<|z|<+\infty\right\}.$$

Пусть далее $p(t)$ — *положительная, неубывающая функция на* $[1,\infty)$, *подчиненная условиям*

$$\int_1^{\infty}\frac{p(t)}{t^{\rho_1+1}}\,dt<+\infty,\quad \rho_1=\overline{\lim_{r\to\infty}}\frac{\ln p(r)}{\ln r}.$$

Тогда существует целая функция $\omega_\rho(z)$ *порядка* ρ *и нормального типа, удовлетворяющая в области* $\overline{\Delta}_{\rho_1}$ *неравенствам*

$$\exp\left\{-c\,|z|^{\rho_1}\int_{|z|}^{\infty}\frac{p(t)}{t^{\rho_1+1}}\,dt\right\}<|\omega_\rho(z)|<\exp\{-p(|z|)\}\quad(|z|>1).$$

2°. Достаточное условие полноты в $L^p(0,\sigma^{1/\rho})$. Введем обозначения

$$B_\delta(\alpha)=\{z\in\mathbf{C},\ |\arg z-\alpha|<\delta,\ 0\leqslant|z|<\infty\}\quad\left(0<\delta<\frac{\pi}{2\rho}\right),$$

$$B_\delta=B_\delta\left(\frac{\pi}{2\rho}\right)\cup B_\delta\left(-\frac{\pi}{2\rho}\right).$$

Теорема 1. *Если множество комплексных чисел* $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$ $(\lambda_k\neq 0)$ *лежит вне* B_δ *для некоторого* $\delta>0$ *и*

$$\sum_1^{\infty}\frac{1}{|\lambda_k|^{\rho}}=+\infty,\tag{1}$$

то система $\{E_\rho(\lambda_k u;\mu)\}_1^{\infty}$ $(\rho\geqslant 1,\ \mu>0)$ *полна в* $L^p(0,\sigma^{1/\rho})$ $(p\geqslant 1)$ *при любом* $\sigma>0$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$F(z)=\int_0^{\sigma^{1/\rho}} E_\rho(zu;\ \mu)\,g(u)\,du \quad (\rho\geqslant 1,\ \mu>0),$$

где $g(u)\in L^q(0,\sigma^{1/\rho})\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1\right)$ при $p>1$ (при $p=1$ $g(u)$ — ограниченная измеримая функция). Из асимптотических свойств функции $E_\rho(z;\mu)$ (см. [2]) и из леммы 1 следует, что $F(z)$ — целая функция порядка $\leqslant\rho$, типа $\leqslant\sigma$ и имеет вполне регулярный рост. При этом, если $r_k e^{i\varphi_k}$ — нули $F(z)$, то

$$\sum_{|\varphi_k|<\frac{\pi}{2\rho}}\frac{\cos\rho\varphi_k}{r_k^\rho}<+\infty.$$

Отсюда следует, что

$$\sum_{|\varphi_k|<\frac{\pi}{2\rho}-\delta}\frac{1}{r_k^\rho}<+\infty. \tag{2}$$

То же самое можно сказать о нулях, лежащих в области $|\arg z|\geqslant \geqslant\frac{\pi}{2\rho}+\delta$. В итоге получаем

$$\sum_{r_k e^{i\varphi_k}\in\bar{B}_\delta}\frac{1}{r_k^\rho}<+\infty.$$

Таким образом, целая функция $F(z)$, если она отлична от тождественного нуля, не может обращаться в нуль на множестве $\{\lambda_k\}_1^\infty$, которое подчинено условиям теоремы 1. Это значит, что из

$$F(\lambda_k)=\int_0^{\sigma^{1/\rho}} E_\rho(\lambda_k u;\ \mu)\,g(u)\,du=0\quad(k=1,2\cdots)$$

следует $F(z)\equiv 0$. Отсюда, в свою очередь, вытекает, что $g(u)=0$ почти всюду на $(0,\sigma^{1/\rho})$. Полнота системы $\{E_\rho(\lambda_k u;\mu)\}_1^\infty$ в $L^p(0,\sigma^{1/\rho})$ доказана.

3°. Необходимое условие полноты в $L^p(0,\sigma^{1/\rho})$.

Теорема 2. *Если система* $\{E_\rho(\lambda_n u;\ \mu)\}_1^\infty\left(\lambda_n\neq 0,\ \rho\geqslant 1,\ \mu=\frac{p\rho-\rho+1}{p\rho}\right)$ *полна в* $L^p(0,\sigma^{1/\rho})$ $(p>1)$ *при любом* $\sigma>0$, *то*

$$\sum_1^\infty\frac{1}{|\lambda_n|^{\frac{\rho}{2\rho-1}}}=+\infty. \tag{4}$$

Доказательство. Обозначим $\rho_1 = \frac{\rho}{2\rho - 1}$. Ясно, что при $\rho \geqslant 1$, $\rho_1 \leqslant 1$ и $\rho_1 = 1$ при $\rho = 1$. Допустим обратное, т. е., что ряд (4) сходится:

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{|\lambda_n|^{\rho_1}} < +\infty. \tag{5}$$

Обозначим через $\{\mu_n\}$ последовательность, состоящую из точек $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$ и $\{-\lambda_k\}_1^{\infty}$, и составим произведение с нулями в точках $\{\mu_n\}$:

$$\Pi(z) = \prod_1^{\infty}\left(1 - \frac{z^2}{\lambda_k^2}\right).$$

Очевидно, что

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{|\mu_n|^{\rho_1}} < +\infty. \tag{6}$$

Отметим также, что при $\rho_1 = 1$ сходится интеграл

$$\int_1^{\infty} \frac{|\delta(r)|}{r}\, dr, \tag{7}$$

где $\delta(r) = \sum\limits_{|\lambda_k| < r} \frac{1}{\mu_k^{\rho_1}}$, ибо в этом случае $\delta(r) = 0$.

$\Pi(z)$ — целая функция не выше порядка ρ_1 и нулевого типа. Из (6), а в случае целого ρ_1 из (6) и (7), следует

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln M_n(r)}{r^{\rho_1 + 1}}\, dr < +\infty, \tag{8}$$

где $M_n(r) = \max\limits_{|z| = r} |\Pi(z)|$. Теперь применим теорему А, выбирая функцию $p(t)$ так, чтобы выполнялось неравенство

$$p(t) \geqslant \ln M_n(t) + 2\ln t \tag{9}$$

(в силу (8) это возможно). По теореме А существует нетривиальная целая функция $\omega_\rho(z)$ порядка ρ и нормального типа σ_1, удовлетворяющая в $\bar{\Delta}_{\rho_1}$ неравенству

$$|\omega_\rho(z)| < e^{-p(|z|)}. \tag{10}$$

Составим функцию

$$F(z) = \omega_\rho(z)\,\Pi(z). \tag{11}$$

Она тоже порядка ρ и нормального типа σ_1. Из (9), (10), (11) следует, что при $z \in \bar{\Delta}_{\rho_1}$, $|z| \geqslant 1$

$$|F(z)| < c_2 \frac{1}{|z|^2}.$$

Если $1 < p \leqslant 2$, то по теореме М. М. Джрбашяна – И. О. Хачатряна (см. [5], теорема 3.1) $F(z)$ имеет представление

$$F(z) = \int_0^{\sigma_1^{1/\rho}} E_\rho(zu; \mu)\, g(u)\, du, \quad g(u) \in L^q(0, \sigma^{1/\rho}). \tag{12}$$

Очевидно

$$F(\lambda_n)=\int_0^{\sigma_1^{1/\rho}} E_\rho(\lambda_n u;\ \mu)\, g(u)\, du = 0\ (n=1,\ 2,\cdots),$$

т. е. система не полна в $L^p(0,\ \sigma_1^{1/\rho})$. Если же $p>2$, то по теореме М. М. Джрбашяна (см. [2]) $F(z)$ можно представить в форме (12), где $g(u)\in L^2(0,\ \sigma^{1/\rho})$.

Но тогда $g(u)\in L^q(0,\ \sigma_1^{1/\rho})$ (ведь при $p>2$, $q<2$). $F(\lambda_n)=0$ $(n=1,\ 2\cdots)$ и снова получается, что система $\{E_\rho(\lambda_n u;\ \mu)\}_1^\infty$ не полна в $L^p(0,\ \sigma_1^{1/\rho})$. Полученное противоречие доказывает теорему.

Замечание 1. При $\rho=1$ имеем $\rho_1=1$, $\mu=1$, $E_1(\lambda_n u,\ 1)=e^{\lambda_k u}$ и условие (1) становится необходимым и достаточным для полноты системы $\{e^{\lambda_k u}\}_1^\infty$ в $L^p(0,\ \sigma)$ $(p>1)$ при любом $\sigma>0$. Достаточность этого условия была отмечена Б. Я. Левиным (см. [2], прил. III). Доказательство необходимости содержится в работе Коревара и Люксембурга [6].

4°. Полнота на совокупности отрезков, исходящих из начала координат.

Обозначим через $\Gamma_n(\sigma)$ ($n\geqslant 2$ целое) совокупность отрезков

$$\Gamma_k(\sigma)=\left\{z\in \mathbf{C},\ \arg z=\frac{\pi}{n}+k\frac{2\pi}{n},\ 0\leqslant |z|\leqslant \sigma^{1/\rho}\right\},$$

$$k=0,1,\cdots,\ (n-1),\ \Gamma_n(\sigma)=\bigcup_{k=0}^{n-1}\Gamma_k(\sigma).$$

Введем также обозначения:

$$\varphi_k=\frac{\pi}{n}+k\frac{2\pi}{n},\quad \psi_k^{(\pm)}=\varphi_k\pm\frac{\pi}{2\rho},\quad k=0,\ 1,\cdots,\ (n-1),$$

$$B_k^{(\pm)}(\delta)=\{z\in \mathbf{C};\ |\arg z-\psi_k^{(\pm)}|\leqslant \delta,\ 0\leqslant |z|<\infty\}\left(0<\delta<\frac{\pi}{2\rho}\right),$$

$$B_\delta=\bigcup_{k=0}^{n-1} B_k^{(\pm)}(\delta).$$

При $\rho\geqslant n$, $\mu>0$ рассмотрим функцию

$$F(z)=\sum_{k=0}^{n-1}\int_0^{\sigma^{1/\rho}} E_\rho(zue^{i\varphi_k};\ \mu)\, g_k(u)\, du=\int_{\Gamma_n(\sigma)} E_\rho(z\zeta;\ \mu)\, G(\zeta)\, d\zeta,$$

где $G(\zeta)=g_k(u)\, e^{-i\varphi_k}$ при $\zeta\in\Gamma_k(\sigma)$, а $g_k(u)\in L^q(\Gamma_k(\sigma))$ $(k=0,\ 1,\cdots,n-1)$.

С помощью леммы 1, как в 2° легко доказать, что $F(z)$ — целая функция вполне регулярного роста и ее нули $r_k e^{i\theta_k}$, $(r_k\neq 0)$, лежащие вне B_δ, удовлетворяют условию

$$\sum_{r_k e^{i\theta_k}\in B_\delta} \frac{1}{r_k^{\rho}} < +\infty.$$

Отсюда следует достаточное условие полноты.

Теорема 3. *Если последовательность точек* $\{\lambda_k\}_1^{\infty}$ $(\lambda_k \neq 0)$ *лежит вне* B_δ $\left(0<\delta<\frac{\pi}{2\rho}\right)$ *и*

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{|\lambda_k|^{\rho}} = +\infty,$$

то система $\{E_\rho(\lambda_k u;\ \mu)\}_1^{\infty}$ $(\rho \geqslant n,\ \mu > 0)$ *полна в* $L^p(\Gamma_n(\sigma))$ $(p \geqslant 1)$ *при любом* $\sigma > 0$.

Необходимое условие полноты дается следующей теоремой.

Теорема 4. *Если система* $\{E_\rho(\lambda_k \zeta;\ \mu)\}_1^{\infty}$ $\left(\lambda_k \neq 0,\ \rho \geqslant n,\ \mu = \frac{p\rho-\rho+1}{p\rho}\right)$ *полна в* $L^p(\Gamma_n(\sigma))$ $(p>1)$ *при любом* $\sigma > 0$, *то*

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{|\lambda_k|^{\frac{n\rho}{2\rho-n}}} = +\infty. \tag{13}$$

Доказательство. Допустим обратное, т. е.

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{|\lambda_k|^{\rho_1}} < +\infty \quad \left(\rho_1 = \frac{n\rho}{2\rho - n}\right).$$

Обозначим через $\{\mu_k\}$ последовательность, состоящую из точек $\{\lambda_k\}$ и $\{\lambda_k e^{i\frac{\pi}{\rho_1}}\}$. Имеем

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{|\mu_k|^{\rho_1}} < +\infty, \quad \delta(r) = \sum_{|\mu_k|<r} \frac{1}{\mu_k^{\rho_1}} = 0$$

(последнее условие играет роль, когда ρ_1 — целое). Каноническое произведение $\Pi(z)$ с нулями μ_k имеет самое большее порядок ρ_1 и минимальный тип, при этом

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln M_n(r)}{r^{1+\rho_1}}\,dr < +\infty, \text{ где } M_n(r) = \max_{|z|=r} |\Pi(z)|.$$

По теореме А для любой функции $p_1(r)$, удовлетворяющей условиям

$$\int_1^{\infty} \frac{p_1(r)}{r^{1+\frac{\rho_1}{n}}}\,dr < +\infty, \quad \overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{\ln p_1(r)}{\ln r} = \frac{\rho_1}{n},$$

существует нетривиальная целая функция $\omega(z)$ порядка $\frac{\rho_1}{n}$ и нормального типа, удовлетворяющая в области $|\arg z| \leqslant \frac{n\pi}{2\rho_1}$ неравенству

$$|\omega(z)| < e^{-p_1(|z|)}, \quad |z| \geqslant 1.$$

Обозначим $p(r) = p_1(r^n)$, $\Omega(z) = \omega(z^n)$. $\Omega(z)$ — целая функция порядка ρ, нормального типа $\sigma_1 > 0$, которая в угловых областях

$$D_k = \left\{ z \in \mathbb{C}, \left| \arg z - k\frac{2\pi}{n} \right| \leqslant \frac{\pi}{2\rho_1} \right\}, \quad k = 0, 1, \cdots, (n-1)$$

удовлетворяет неравенству

$$|\Omega(z)| \leqslant e^{-p(|z|)} \quad \left(\int_0^\infty \frac{p(r)}{r^{1+\rho_1}} dr < +\infty \right).$$

Составим функцию $F(z) = \Omega(z) \cdot \Pi(z)$. Она также порядка ρ и типа σ_1. Выбирая, как в теореме 2, $p(r)$ из условия $p(r) \geqslant \ln M_n(r) + 2\ln r$, в области $D = \bigcup_0^{n-1} D_n$ будем иметь

$$|F(z)| < \frac{c_3}{|z|^2}, \quad |z| \geqslant 1.$$

По теореме М. М. Джрбашяна (или М. М. Джрбашяна — И. О. Хачатряна) $F(z)$ имеет представление ($G(\zeta)$ — не эквивалентна нулю)

$$F(z) = \int_{\Gamma_n(\sigma_1)} E_\rho(z\zeta;\ \mu)\, G(\zeta)\, d\zeta, \quad G(\zeta) \in L^q(\Gamma_n(\sigma_1)).$$

Очевидно $F(\lambda_k) = 0$ ($k = 1, 2, \cdots$), т. е. наша система не полна. Теорема доказана.

При $\rho = n$ из теорем 3—4 вытекает

Теорема 5. *Если последовательность точек* $\{\lambda_k\}_1^\infty$ ($\lambda_k \neq 0$) *лежит вне* B_6, *то для того чтобы система функций* $\{E_n(\lambda_k u;\ \mu)\}_1^\infty$ $\left(\mu = 1 - \frac{n-1}{np}\right)$ *была полна в* $L^p(\Gamma_n(\sigma))$ *при любом* $\sigma > 0$, *необходимо и достаточно, чтобы расходился ряд*

$$\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{|\lambda_k|^n}.$$

Ереванский институт народного хозяйства
Поступила 5.IV.1988

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. Я. Левин.* Распределение корней целых функций, М., Гостехиздат, 1956.
2. *М. М. Джрбашян.* Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области, М., «Наука», 1966.
3. *К. Н. Хачатрян.* Построение целых функций минимального порядка, убывающих в угле с заданной скоростью, Изв. АН Арм.ССР, сер. матем. XI, № 1, 1976, 34—55.
4. *Н. У. Аракелян.* Построение целых функций конечного порядка, равномерно убывающих в угле, Изв. АН Арм.ССР, сер. матем., 1, № 3, 1966, 162—191.
5. *А. Е. Аветисян.* Классы функций в комплексной области и их интегральные представления, Изв. АН Арм.ССР, сер. матем., XVII, № 1, 1982, 3—31.
6. *W. A. J. Luxemburg, J. Korevaar.* Entire functions and Müntz—Szasz type approximation, Trans. Amer. Math. Soc., 157, 1971, 23—37.

УДК 517.53

Разрывная задача Римана-Привалова со смещением в классе L^1. Айрапетян Г. М. Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, № 1, 3—20.

Рассматривается задача Римана-Привалова, когда коэффициент—разрывная функция, а правая часть принадлежит классу L^1. Условие классической граничной задачи заменяется на условие, подходящее для случая пространства L^1. Доказывается нетеровость этой задачи, вычисляется индекс и построены все решения. Библиографий 10.

УДК 517.53

Свойство близости для мероморфных функций с близкими нулями и полюсами. Барсегян Г. А., Сукиасян Г. А., Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, № 1, 21—33.

В данной работе для одного класса мероморфных в C функций $w(z)$, характеризуемых близостью их нулей и полюсов, уточняются некоторые оценки, касающихся свойства близости a-точек, согласно которому в кругах $|z| \leqslant r$ можно указать $\sim A(r)$ областей с маленькими диаметрами (областей наполнения), w-образы которых однолистно покрывают почти всю плоскость.

Для функкций из этого класса диаметры указанных областей наполнения оказываются более маленькими, чем в общем случае. Библиографий 2.

УДК 517.51

О сходимости почти всюду рядов Фурье-Лежандра суммируемых функций. Григорян М. Г. Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, № 1, 34—52.

В работе доказывается, что если Q—совершенное нигде не плотное множество, то существует ряд $\sum_{k=0}^{\infty} a_k P_k(x)$ по многочленам Лежандра со свойством: для любой $f(x) \in L$; $\exists F(x) \in L$,

1) $F(x) = f(x)$ на Q;

2) ряд Фурье-Лежандра вновь полученной функции $F(x)$ сходится к ней почти всюду на $[-1; 1]$ и является подрядом ряда $\sum_{k=0}^{\infty} a_k P_k(x)$.

Библиографий 10.

УДК 517.946

Разрешимость задачи Неймана для эллиптических систем с разрывными граничными условиями. Оганян В. А. Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, № 1, 53—65.

Рассматриваются задачи Неймана для эллиптических систем

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами в верхней полуплоскости $D(y>0)$, $(\partial D=R)$, предполагается что система слабо связанная.

В первой задаче, когда граничная вектор-функция $f(x)$ принадлежит классу $N_R(x_1, x_2, \cdots, x_n, \infty; l_1, l_2, \cdots, l_n, l_{n+1})$, а решение ищется в классе $M_D(x_1, x_2, \cdots, x_n, \infty; l_1, l_2, \cdots, l_n, l_{n+1})$, доказана разрешимость задачи Неймана и найдена размерность пространства решений соответствующей однородной задачи.

Во второй задаче, когда граничная вектор-функция $f(x)$ принадлежит классу $N_R'(\infty, x_1', x_2', \cdots; l_0, l_1, l_2, \cdots)$, а решение ищется в классе $M_D'(\infty, x_1', x_2', \cdots; l_0, l_1', l_2', \cdots)$ доказана разрешимость задачи Неймана. Библиографий 22.

УДК 517.53

Решение кратной интерполяционной задачи в классах H^∞ в полуплоскости и полосе. Казарян К. Г. Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, № 1, 66—82.

В работе строится системы функций, посредством которых представляются решения кратной интерполяционной задачи в классах H^∞ в полуплоскости и в полосе. Библиографий 25.

УДК 517.5

Интегральные преобразования типа Джрбашяна и интерполяция целыми функциями конечного порядка. Губреев Г. М. Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, № 1, 83—90.

В первой части работы приведены формулировки основных теорем о классах Харди в угловых областях и с весами Макенхаупта, которые являются обобщениями соответствующих результатов М. М. Джрбашяна (случай степенного веса). Вторая часть статьи посвящена решению кратных интерполяционных задач в классах целых функций порядка $\rho \geqslant {}^1]_2$, квадрат модуля которых суммируем с произвольным весом Макенхаупта на правильной системе лучей, выходящих из начала координат. Библиографий 22.

УДК 517.53

Об одной проблеме моментов Хаусдорфа. Островский И. В. Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, №1, 91—96.

Пусть ω_1, ω_2 — неубывающие непрерывные на [0, 1] функции, удовлетворяющие условиям

$$\omega_j(0) = 1, \int_0^1 (\omega_j(t) - 1)\, t^{-1}\, dt < \infty, \; j = 1, 2.$$

Положим

$$\lambda_0 = 1, \lambda_n = \int_0^1 t^{n-1} \omega_1(t)\, dt \Big/ \int_0^1 t^{n-1} \omega_2(t)\, dt, \; n = 1, 2, \cdots.$$

Теорема. Если при достаточно малых $\varepsilon > 0$ выполняется

$$\sup_{1>\tau>t} \frac{\omega_2(\tau(1-\varepsilon))}{\omega_2(\tau)} \leqslant \frac{\omega_1(t(1-\varepsilon))}{\omega_1(t)}, \; 0 \leqslant t < 1, \qquad (1)$$

то справедливо представление

$$\lambda_n = \int_0^1 t^n\, d\beta(t), \; n = 0, 1, 2, \cdots,$$

где β — неубывающая ограниченная на [0, 1] функция. Утверждение теряет силу, если условие (1) заменить условием невозрастания отношения ω_1/ω_2.

Теорема дает ответ на один из вопросов, поставленных М. М. Джрбашяном в связи с развитой им теорией факторизации функций, мероморфных в единичном круге. Библиографий 4.

О необходимых и достаточных условиях полноты системы функций $\{E_\rho(\lambda_n z; \mu)\}_1^\infty$ *на системе конечных отрезков.* Аветисян А. Е. Известия АН Армянской ССР, серия «Математика», 1990, XXV, № 1, 97—103.

В настоящей работе, при некоторых ограничениях на последовательность $\{\lambda_n\}$, доказываются теоремы о достаточных, а затем и необходимых условиях полноты вышеуказанной системы. Вопросы полноты рассматриваются в пространстве L_p $(p \geqslant 1)$ на отрезке или на совокупности отрезков. Условия формулируются в терминах рядов. При определенных натуральных значениях параметра ρ необходимые и достаточные условия совпадают. Бибилиографий 6.