ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մաթեմատիկա XXIV, № 4, 1989 Математика

УДК 517.954

А. А. АНДРЯН

ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ СОСТАВНОГО ТИПА

В работе исследуются граничные задачи для систем составного типа второго порядка с постоянными коэффициентами в полуплоскости и полосе. В случае полуплоскости наряду с граничной задачей типа задачи Коши изучается и так называемая задача Сёстранда. В случае же полосы рассматривается задача Дирихле. Исследование этих задач проводится на основе формулы общего решения системы и, в зависимости от задачи, преобразования Лапласа, Фурье и Меллина.

Рассмотрим систему составного типа вида

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}+C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, \tag{1}$$

где A, B, C—постоянные действительные матрицы порядка n, $\det C\neq 0$, $u=(u_1,\cdots,u_n)$ — искомая вектор-функция.

Напомним, что система (1) называется системой составного типа, если характеристическое уравнение

$$\det(A+2B\lambda+C\lambda^2)=0$$

имеет как комплексные, так и действительные корни. Обозначим их через $\lambda_1,\cdots,\lambda_{\nu_0}$, $\overline{\lambda}_1,\cdots,\overline{\lambda}_{\nu_0}$, $\mu_1,\cdots,\mu_{r_0}$, а через $k_1,\cdots,k_{\nu_0}$ и $p_1,\cdots,p_{r_0}$— кратности этих корней; $\sum\limits_{j=1}^{\nu_0}k_j=m$, $\sum\limits_{j=1}^{r_0}p_j=2k$.

Общее решение системы (1) имеет следующий вид [1]:

$$u(x,y)=2\,\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\alpha_{jr}\Big(w_{jr}(x+\lambda_j y)+\sum_{p=0}^{r-1}\beta_{jr}^{(p)}y^p w^{(p)}_{j,r-p}(x+\lambda_j y)\Big)+\sum_{j=1}^{r_0}\sum_{r=1}^{p_j}\gamma_{jr}\Big(\Psi_{jr}(x+\mu_j y)+\sum_{p=0}^{r-1}\delta_{jr}^{(p)}y^p\Psi^{(p)}_{j,r-p}(x+\mu_j y)\Big)+\alpha, \tag{2}$$

где $w_{jr}(x+\lambda_j y)$ — произвольные аналитические функции от своих аргументов; $\Psi_{jr}(x+\mu_j y)$ — произвольные действительные функции; $\alpha=(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)$ — произвольный постоянный действительный вектор, $\alpha_{jr}=(\alpha^1_{jr},\cdots,\alpha^n_{jr})$, $\gamma_{jr}=(\gamma^1_{jr},\cdots,\gamma^n_{jr})$ — постоянные векторы, а $\beta_{jr}^{(p)}$, $\delta_{jr}^{(p)}$ — постоянные числа, причем $\beta_{jr}^{(0)}=\delta_{jr}^{(0)}=0$; векторы γ_{jr} и числа $\delta_{jr}^{(p)}$

являются действительными. Как известно [2] следующая матрица порядка $2n$ является невырожденной:

$$M = \left\| \begin{matrix} a_{jr} & \bar{a}_{jr} & \gamma_{st} \\ \lambda_j a_{jr} + \beta^{(1)}_{j,r+1} a_{j,r+1} & \bar{\lambda}^{j} \bar{a}_{jr} + \bar{\beta}^{(1)}_{j,r+1} \bar{a}_{j,r+1} & \mu_s \gamma_{st} + \delta^{(1)}_{s,t+1} \gamma_{s,t+1} \end{matrix} \right\| \quad (3)$$

$$(j = 1, \cdots, \nu_0;\ r = 1, \cdots, k_j;\ s = 1, \cdots, r_0;\ t = 1, \cdots, p_s).$$

Отсюда вытекает, что ранг матрицы, составленной из первых m и последних $2k$ столбцов равен $m+2k$. Пусть $l_1, \ldots, l_{m+2k}$ — номера строк, образующих этот невырожденный минор порядка $m + 2k$.

§ 1. Граничная задача в полуплоскости

Введем класс функций

$$H^{s,l} = \left\{ u(x, y) \mid \sup_{y>0} (1 + y)^{-l} \left(\|u(\cdot, y)\|_{H^s} + \left\| \frac{\partial}{\partial y} u(\cdot, y) \right\|_{H^s} \right) < +\infty \right\},$$

где $l \in N$; H^s — пространство Соболева. Пусть $p = \max\{p_1, \cdots, p_{r_0}\}$.

Граничная задача A. Требуется определить решение $u(x, y)$ системы (1), принадлежащее классу $H^{2, p-1}$ и удовлетворяющее граничным условиям

$$\left\| \frac{\partial}{\partial x} u_{l_l}(x, y) - f_{l_l}(x) \right\|_{L_2} \xrightarrow[y \to 0+]{} 0 \ \forall\, l_l \leqslant n, \quad (1.1)$$

$$\left\| \frac{\partial}{\partial y} u_{l_l - n}(x, y) - g_{l_l}(x) \right\|_{L_2} \xrightarrow[y \to 0+]{} 0 \ \forall\, l_l > n, \quad (1.2)$$

где $f_{l_l}, g_{l_l} \in H^{s^0}$, $s^0 \gg 1$.

Имеет место

Лемма I. *Пусть $\varphi(x + \lambda y)$ — аналитическая функция своего аргумента, когда $x \in R$, $y \in R^+$, принадлежащая пространству $H^{s,l}$. Тогда справедлива оценка*

$$\|D_x^{\alpha} \varphi(x + \lambda y)\|_{H^s} \leqslant c_\alpha y^{-\alpha} \|\varphi(x + \lambda y)\|_{H^{s},0} \ (\mathrm{Im}\, \lambda > 0). \quad (1.3)$$

Доказательство. Рассмотрим функцию $w(\xi + i\eta) = \varphi(x + \lambda y)$ аналитическую в верхней полуплоскости. Очевидно $w \in H^{s,l}$, поэтому

$$\|w(x + iy)\|_{H^s} < (1 + y)^l \|w\|_{H^s, l} \leqslant c_\lambda (1 + y)^l \|\varphi(x + \lambda y)\|_{H^s, l}.$$

Отсюда следует ([3], стр. 150), что существует функция $g \in H^s$, $\operatorname{supp} g \subset R^+$ такая, что $w(x + iy) = \langle g(\xi), \exp(i\xi(x + iy)) \rangle$ — преобразование Лапласа функции g. А тогда по известной теореме ([3], стр. 152) функция $w(x + iy)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\sup_{y>0} \|w(x + iy)\|_{H^s} = \|g\|_{H^s} = \|w_+\|_{H^s},$$

где $w_+(x)$ — граничное значение в H^s функции $w(x + iy)$ при $y \to 0+$, причем $w_+ = F[g]$ — преобразование Фурье функции g. Имеет место также неравенство ([3], стр. 148)

$$\|D_x^\alpha w(x+iy)\|_{H^s} \leqslant c_\alpha y^{-\alpha} \|w_+\|_{H^s}.$$

Из леммы I получаем

$$\|y^\beta D_x^\alpha \varphi(x+\lambda y)\|_{H^s} \xrightarrow[y\to 0+]{} 0 \ \forall \beta > \alpha. \tag{1.4}$$

Лемма II. *Существует $s_0 < 0$ такое, что*

$$\|y^\beta D^\alpha w_{j1}(x+\lambda_j y)\|_{H^{s_0}} \xrightarrow[y\to 0+]{} 0 \ \forall \beta \geqslant \alpha \geqslant 1, \tag{1.5}$$

$$\|y^\beta D^\alpha \Psi_{j1}(x+\mu_j y)\|_{H^{s_0}} \xrightarrow[y\to 0+]{} 0, \ \forall \beta > 0, \ 1 \leqslant \alpha \leqslant 2 - s_0. \tag{1.6}$$

Доказательство. Как известно [2] выражения

$$w'_{jr}(x+\lambda_j y) + \sum_{p=0}^{r-1} b_{jr}^{(p)} y^p w_{j,r-p}^{(p+1)}(x+\lambda_j y),$$

$$\Psi'_{jr}(x+\mu_j y) + \sum_{p=0}^{r-1} d_{jr}^{(p)} y^p \Psi_{j,r-p}^{(p+1)}(x+\mu_j y),$$

линейно выражаются через $\dfrac{\partial u}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial u}{\partial y}$, поэтому w'_{j1}, $\Psi'_{j1} \in H^{1,\,p-1}$. В качестве s_0 возьмем любое число, меньшее $-p$. Формулы (1.5), (1.6) вытекают из оценок

$$\|y^\beta D^\alpha w_{j1}(x+\lambda_j y)\|_{H^{s_0}} \leqslant c_\alpha y^{\beta-\alpha+1} \|w'_{j1}(x+\lambda_j y)\|_{H^{1,\,p-1}},$$

$$\|y^\beta D^\alpha \Psi_{j1}(x+\mu_j y)\|_{H^{s_0}} \leqslant c_\alpha y^\beta \|\Psi'_{j1}\|_{H^{s_0+\alpha-1}}.$$

Перейдем к исследованию граничной задачи A. Для этого подставим общее решение (2) системы (1) в граничные условия (1.1), (1.2). Учитывая непрерывность вложения $L_2 \subset H^{s_0}$ на основании лемм I, II получим

$$2\,\mathrm{Re} \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \alpha_{jr}^{l_i} w'_{jr}(x) + \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{r=1}^{p_j} \gamma_{jr}^{l_i} \Psi'_{jr}(x) = f_{l_i}(x), \ \forall l_i \leqslant n, \tag{1.7}$$

$$2\,\mathrm{Re} \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \alpha_{jr}^{l_i-n} (\lambda_j w'_{jr}(x) + \beta_{jr}^{(1)} w'_{j,r-1}(x)) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{r=1}^{p_j} \gamma_{jr}^{l_i-n} (\mu_j \Psi_{jr}(x) + \delta_{jr}^{(1)} \Psi_{j,r-1}^{(1)}(x)) = g_{l_i}(x) \ \forall l_i > n. \tag{1.8}$$

В силу выбора чисел $l_1, \cdots, l_{m+2k}$ из (1.7), (1.8) мы можем исключить действительные функции $\Psi'_{jr}(x)$, $j = 1, \cdots, r_0$, $r = 1, \cdots, p_j$, в результате получим следующую зададу

$$\mathrm{Re}\, N' w = F, \tag{1.9}$$

где N—невырожденная матрица порядка m, $w = (w'_{11}, \cdots, w'_{\nu_0 k_{\nu_0}})$— неизвестная m-мерная вектор-функция, $F = (F_1, \cdots, F_m) \in H^{s_0}$—вполне определенная вектор-функция. Решение задачи (1.9) записывается в виде

$$w(z) = N^{-1} \left\langle F(t), \frac{1}{t-z} \right\rangle \in H^{s_1}, \ s_0 \gg 1.$$

Далее, подставляя $w(z)$ в систему (1.7), (1.8) мы найдем и вектор-функцию $\Psi_{jr}=(\Psi'_{11},\cdots,\Psi'_{r_0 p_{r_0}})$. Таким образом справедлива

Теорема 1. *Однородная граничная задача A имеет только нулевое решение, а для разрешимости неоднородной задачи необходимо и достаточно выполнение конечного числа условий на правые части.*

Замечание. Отметим, что в случае, когда действительные корни $\mu_1,\cdots,\mu_{r_0}$ являются простыми, из неравенства (1.3) вытекает, что для $f,\ g\in H^1$ решение $u(x,\ y)$ будет принадлежать $H^{2,\,0}$. Отметим также, что условия (1.1) могут быть заменены на $\|u_{l_l}-f_l\|_{L_2}\underset{y\to 0+}{\longrightarrow}0$. Такая задача легко сводится к изученной дифференцированием. Аналогичным образом может быть исследована и общая граничная задача

$$\left\|a\frac{\partial u}{\partial x}+b\frac{\partial u}{\partial y}+c\bar{u}-f\right\|_{L_2}\underset{y\to 0+}{\longrightarrow}0,$$

где a, b и c — действительные матрицы размерности $(n,\ m+2k)$, которая приводится к задаче вида

$$\operatorname{Re}L_1(D)\,w+L_2(D)\,\Psi=f,$$

где $L_1(D)$ и $L_2(D)$—вполне определенные матричные операторы первого перядка. Легко проверяется, что условие $\det\|L_1(\xi);\ L_2(\xi)\|\neq 0$ обеспечивает нётеровость задачи.

§ 2. Граничная задача в полосе

Пусть D обозначает полосу $\{(x,\ y)|\ x\in R,\ 0<y<1\}$, а Γ — её границу. Введем класс функций

$$H^{m,\,k}_{\alpha,\,\beta}=\{u|\sup_{\substack{y\in[0,\,1]\\ \sigma\in[\beta,\,\alpha]}}\|\exp(\sigma x)\,D_y^{k_0}D_x^j\,u(x,\ y)\|_{L_2}<+\infty,\ k_0=0-k,\ j=0-m\}$$

и

$$H^{m}_{\alpha,\,\beta}=\{u|\sup_{\sigma\in[\beta,\,\alpha]}\|\exp(\sigma x)\,D^j\,u(x)\|_{L_2}<+\infty,\ j=0-m\}.$$

Граничная задача. В. Требуется определить решение $u(x,\ y)$ системы (1), принадлежащее классу $H^{2,\,1}_{\alpha,\,\beta}$ и удовлетворяющее граничным условиям

$$\|u(x,\ y)-f(x)\|_{H^0_{\alpha,\,\beta}}\underset{y\to 0+}{\longrightarrow}, \tag{2.1}$$

$$\|u(x,\ y)-g(x)\|_{H^0_{\alpha,\,\beta}}\underset{y\to(1-)}{\longrightarrow}0, \tag{2.2}$$

где $f,\ g\in H^s_{\alpha,\,\beta},\ s\gg 1$.

Справедливы следующие леммы.

Лемма 1. *Аналитическая в полосе D функция $w(z)$ принадлежит пространству $H^{m,\,0}_{\alpha,\,\beta}$ тогда и только тогда, когда* $\exp(\sigma z)\cdot$ $w(z)$ *есть преобразование Лапласа единственной функции* $f_\sigma\in$

$\in H^m_{1,0}$, $\forall \beta < \sigma \leq \alpha$. *При этом существуют граничные значения в* $H^m_{\alpha,\beta}$, *равные соответственно*

$$w(x+i0) = \exp(-\sigma x) \langle f_\sigma(t), \exp(-ixt)\rangle,$$

$$w(x+i(1-0)) = \exp(-\sigma(x+i)) \langle f_\sigma(t), \exp(-it(x+i))\rangle.$$

Лемма 2. *Пусть* $w \in H^{m,0}_{\alpha,\beta}$. *Имеет место следующее представление*

$$w(z) = w^+(z) + w^-(z), \tag{2.3}$$

где

$$w^+(z) = \exp(-\sigma z) \left\langle \underset{(Im\, z>0)}{\exp}(\sigma t)\, w(t+i0), \frac{1}{t-z} \right\rangle,$$

$$w^-(z) = \exp(-\sigma(z-i)) \left\langle \underset{(Im\, z<1)}{\exp}(\sigma t)\, w(t+i(1-0)), \frac{1}{t-z+i} \right\rangle.$$

Лемма 3. *Для некоторого* s^0 *имеют место равенства*

$$\| y^p w_{j1}^{(p)}(x+\lambda_j y)\|_{H^{s_0}_{\alpha,\beta}} \xrightarrow[y\to 0+]{} 0, \quad \| y^p \psi_{j1}^{(p)}(x+\mu_j y)\|_{H^{s_0}_{\alpha,\beta}} \xrightarrow[y\to 0+]{} 0, \tag{2.4}$$

$$\| y^p w_{j1}^{(p)}(x+\lambda_j y) - w_{j1}^{(p)}(x+\lambda_j(1-0))\|_{H^{s^0}_{\alpha,\beta}} \xrightarrow[y\to 1-]{} 0,$$

$$\| y^p \psi_{j1}^{(p)}(x+\mu_j y) - \psi_{j1}^{(p)}(x+\mu_j)\|_{H^{s_0}_{\alpha,\beta}} \xrightarrow[y\to 1-]{} 0. \tag{2.5}$$

Доказательство леммы 1. Заметим, что $f \in H^m_{\alpha,\beta}$ т. и т. т., когда $\exp(\sigma x) f \in H^m$, $\forall \beta \leq \sigma < \alpha$. Отсюда следует, что $w \in H^{m,0}_{\alpha,\beta}$ т. и т. т., когда $\exp(\sigma z)\, w \in H^{m,0}_{0,0}$, $\forall \beta < \sigma \leq \alpha$. Но, как известно ([4], стр. 173), существует единственная функция $f_\sigma \in H^m_{1,0}$ такая, что

$$\exp(\sigma z)\, w(z) = \langle f_\sigma(t), \exp(-izt)\rangle. \tag{2.6}$$

Из (2.6) вытекает существование граничных значений

$$w(x+i0) = \exp(-\sigma x) \langle f_\sigma(t), \exp(-ixt)\rangle,$$

$$w(x+i(1-0)) = \exp(-\sigma(x+i)) \langle f_\sigma(t), \exp(-it(x+i))\rangle. \tag{2.7}$$

Доказательство леммы 2. Из (2.6) имеем

$$\exp(\sigma z)\, w(z) = \int_{-\infty}^{0} f_\sigma(t) \exp(-izt)\, dt +$$

$$+ \int_{0}^{+\infty} f_\sigma(t) \exp(-izt)\, dt = w_0^+(z) + w_0^-(z).$$

Учитывая равенства

$$\left\langle \int_0^{+\infty} f_\sigma(t) \exp(-i\xi t)\, dt, \frac{1}{\xi - z} \right\rangle = 0,$$

$$\operatorname{Im} z > 0; \quad \left\langle \int_{-\infty}^{0} f_0(t) \exp t(1 - i\xi)\, dt, \frac{1}{\xi + i - z} \right\rangle = 0, \quad \operatorname{Im} z < 1,$$

получим (2.3).

Доказательство леммы 3 вытекает из оценок

$$\|w_{j1}^{(p)}(x + \lambda_j y)\|_{H^{s^0}_{\alpha,\beta}} < \|(w_{j1}^{+}(x + \lambda_j y))^{(p)}\|_{H^{s^0}_{\alpha,\beta}} + \|(w_{j1}^{-}(x + \lambda_j y))^{(p)}\|_{H^{s^0}_{\alpha,\beta}} \leqslant$$

$$< c \cdot y^{-p+1} \|(w_{j1}^{+}(x + i0))'\|_{H^{s^0+p-1}_{\alpha,\beta}} + \|(w_{j1}^{-}(x + \lambda_j y))^{(p)}\|_{H^{s^0}_{\alpha,\beta}},$$

$$\|\psi_{j1}^{(p)}(x + \mu_j y)\|_{H^{s^0}_{\alpha,\beta}} \leqslant c \|\psi_{j1}'(x)\|_{H^{s^0+p-1}_{\alpha,\beta}}.$$

Далее, как следует из леммы 1 (см. равенство (2.7)) условие

$$\langle w(x), \exp(px) \rangle = \exp(ip) \langle w(x + i), \exp(px) \rangle, \quad \beta < \operatorname{Re} p < \alpha, \tag{2.8}$$

является необходимым и достаточным для того, чтобы функции $w(x)$ и $w(x + i)$ были граничными значениями аналитической функции $w(z) \in H^{0;\,0}_{\alpha,\,\beta}$. Переходя в (2.8) к сопряженным значениям, получим

$$\langle \overline{w(x)}, \exp(px) \rangle = \exp(-ip) \langle \overline{w}(x + i) \exp(px) \rangle, \quad \beta < \operatorname{Re} p < \alpha. \tag{2.9}$$

Подобно тому как это было сделаню при изучении граничной задачи A подставим u из (2) в граничные условия (2.1), (2.2). На основании леммы 3 получим

$$2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \alpha_{jr} w_{jr}'(x) + \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{r=1}^{p_j} \gamma_{jr} \psi_{jr}'(x) = f'(x), \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \alpha_{jr} \Big(w_{jr}(x + \lambda_j) + \sum_{p=0}^{r-1} \beta_{jr}^{(p)} w_{j,\,r-p}^{(p)}(x + \lambda_j) \Big)' + \\ + \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{r=1}^{p_j} \gamma_{jr} \Big(\psi_{jr}(x + \mu_j) + \sum_{p=0}^{r-1} \delta_{jr}^{(p)} \psi_{j,\,r-p}^{(p)}(x + \mu_j) \Big)' = g'(x). \end{aligned} \tag{2.11}$$

А теперь применим преобразование Лапласа к (2.10), (2.11). Используя (2.8), (2.9) будем иметь

$$\sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \alpha_{jr} L[w_{jr}'] + \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \overline{\alpha}_{jr} L[\overline{w}_{jr}'] + \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{r=1}^{p_j} \gamma_{jr} L[\psi_{jr}'] = L[f'], \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \alpha_{jr} \exp(-p\lambda_j) \Big[L[w_{jr}'] + \sum_{s=0}^{r-1} \beta_{jr}^{(s)} p^s L[w_{j,\,r-s}'] \Big] + \\ + \sum_{j=1}^{\nu_0} \sum_{r=1}^{k_j} \overline{\alpha}_{jr} \exp(\overline{\lambda}_j p) \Big[L[\overline{w}_{jr}'] + \sum_{s=0}^{r-1} \overline{\beta}_{jr}^{(s)} p^s L[\overline{w}_{j,\,r-s}'] \Big] + \\ + \sum_{j=1}^{r_0} \sum_{r=1}^{p_j} \gamma_{jr} \exp(-\mu_j p) \Big[L[\psi_{jr}'] + \sum_{s=0}^{r-1} \delta_{jr}^{(s)} L[\psi_{j,\,r-s}'] \Big] = L[g'] \end{aligned} \tag{2.13}$$

$$(\beta < \operatorname{Re} p < \alpha).$$

Обозначим матрицу полученной системы алгебраических уравнений через $\Phi(p)$. Покажем, что $\det \Phi(p) \not\equiv 0$. Действительно, имеем

$$\Phi(p) = \left\| \begin{matrix} \alpha_{jr} & \bar{\alpha}_{jr} & \gamma_{jr} \\ l_{jr}(p)\exp(-\lambda_j p) & \overline{l_{jr}(\bar{p})}\exp(-\bar{\lambda}_j p) & q_{jr}(p)\exp(-\mu_j p) \end{matrix} \right\|,$$

где $l_{jr}(p)$, $q_{jr}(p)$ — вектор-функции, компоненты которых многочлены от p, причем $l_{jr}(0) = \alpha_{jr}$, $q_{jr}(0) = \gamma_{jr}$.
С другой стороны, в силу (3)

$$\det(p^{-n}\Phi(p)) = \left| \begin{matrix} \alpha_{jr} & \bar{\alpha}_{jr} \\ \dfrac{l_{jr}(p)\exp(-\lambda_j p) - \alpha_{jr}}{p} & \dfrac{\bar{l}_{jr}(\bar{p})\exp(-\bar{\lambda}_j p) - \bar{\lambda}_{jr}}{p} \end{matrix} \right. \times$$

$$\times \left. \begin{matrix} \gamma_{jr} \\ \dfrac{q_{jr}(p)\exp(-\mu_j p) - \gamma_{jr}}{p} \end{matrix} \right| \underset{p\to 0}{\longrightarrow} \det M \neq 0.$$

Далее, функция $\det \Phi(p)$ имеет следующий вид:

$$\det \Phi(p) = \sum_{j<N_0} A_j(p)\exp(\nu_j p),$$

где ν_j — некоторые, вообще говоря, комплексные числа, а $A_j(p)$ — многочлены от p. Имеем также $\det \Phi(p) = \overline{\det \Phi(\bar{p})}$.

Справедлива следующая

Лемма 4. *Каков бы ни был квазимногочлен $F(p) = \sum_{j<N_0} A_j(p)$ $\exp(\nu_j p)$ такой, что $F(p) = \overline{F(\bar{p})}$, существуют действительные числа a и b такие, что в любой полосе $\Pi_F \subset \{\mathrm{Re}\, p < a\} \cup \{\mathrm{Re}\, p > b\}$ он имеет лишь конечное число нулей.*

Доказательство. Перепишем квазимногочлен $F(p)$ в следующем виде:

$$F(p) = \sum_k \exp(i\tau_k p) \sum_j B_j^k(p)\exp(\sigma_j p), \quad \tau_k,\ \sigma_j \in R.$$

Установим справедливость леммы для функции $B_k(p) = \sum_j B_j^k(p)\cdot$ $\exp(\sigma_j p)$. Для этого представим её в виде

$$B_k(p) = \sum_{j<N_0} b_j^k(p)\,p^j, \quad b_j^k(p) = \sum_{m=1}^{N_1} b_m^{j,k}\exp(\nu_m p),$$

где $b_m^{j,k}$, ν_m, N_0, N_1 — вполне определенные действительные числа. Из представления

$$b_{N_0}^k(p) = \exp(p\nu_0)\,[b_{N_0}^k(p)\exp(-p\nu_0)] = \exp(p\nu_N)\,[b_{N_0}^k(p)\exp(-p\nu_N)],$$

$$\nu_0 = \max\{\nu_1,\cdots,\nu_{N_1}\}, \quad \nu_N = \min(\nu_1,\cdots,\nu_{N_1}\}$$

вытекает существование чисел a_k и b_k таких, что

$$b_{N_0}^k(p) \neq 0, \quad p \in \{\mathrm{Re}\, p \subset a_k\} \cup \{\mathrm{Re}\, p > b_k\} = D_k.$$

Отсюда следует, что существует положительное число M_k такое, что

$$|b^k_{N_0}(p)| > M_k, \; p \in D_k, \; |\mathrm{Re}\, p| < \mathrm{cte}.$$

Утверждение леммы для функции $B_k(p)$ вытекает из этой оценки и оценки $|\lambda|^{N_0} \leqslant \mathrm{cte}(1 + |\lambda| + \cdots + |\lambda|^{N_0-1})$ для её корней.

Тогда $a = \min\{a_k\}$, $b = \max\{b_k\}$ и лемма 4 доказана.

Предположим, что числа α и β в граничной задаче B такие, что $\{\beta \leqslant \mathrm{Re}\, p \leqslant \alpha\} \subset \Pi_{\det \Phi(p)}$. Основное условие, которое мы накладываем на систему (1) следующее:

$$|A_{ij}(p)| \leqslant c \cdot |p|^r, \; \beta \leqslant \mathrm{Re}\, p < \alpha, \; |\mathrm{Im}\, p| \gg 1, \; r \in N, \tag{2.14}$$

где $A_{ij}(p)$ — элементы матрицы, обратной к $\Phi(p)$.

Замечание. Условие (2.14) заведомо выполняется, если, например, $\mathrm{rang}\, \|\bar{\alpha}_{jr}, \gamma_{jr}\| = \mathrm{rang}\, \|\bar{\alpha}_{jr}, \gamma_{jr} \setminus \{\tilde{\gamma}_{jr}\}\| = n$, что соответствует в случае эллиптической системы условию нормальной разрешимости задачи Дирихле. В случае же, когда система (1) гиперболическая, условие (2.14) выполнено. Отметим также, что при $n=2$ каждая система составного типа (1) с простыми характеристиками удовлетворяет условию (2.14). Действительно, предположив противное, легко проверить, что условие (3) нарушается.

В сделанных предположениях справедлива

Теорема 2. *Однородная система* (2.12), (2.13) *имеет только нулевое решение, а при выполнении условия* (2.14) *для разрешимости неоднородной системы необходимо и достаточно выполнение конечного числа условий на правые части.*

Таким образом получена

Теорема 3. *Однородная граничная задача B имеет только нулевое решение, а при выполнении условия* (2.14) *для разрешимости неоднородной задачи B необходимо и достаточно выполнение конечного числа условий на правые части.*

§ 3. Граничная задача Сёстранда

Пусть Γ — луч с вершиной в начале координат, образующий угол $\theta_0 > 0$ с положительной полуосью абсцисс такой что $k = \mathrm{tg}\,\theta_0 < |\mu_j|^{-1}$, $j = 1, \cdots, r_0$. Задача Сёстранда состоит в том, что часть граничных условий задается внутри области. Таким образом рассматривается

Граничная задача C. Требуется найти решение $u(x, y)$ системы (1), принадлежащее классу $H^{2,\, l-1}$ и удовлетворяющее граничным условиям

$$\left\| \frac{\partial}{\partial x} u_{l_i} - f_{l_i}(x) \right\|_{L_2(R^-)} \underset{y \to 0+}{\longrightarrow} 0, \; \frac{\partial u_{l_i}}{\partial x}(x, kx) = p_{l_i}(x), \; \forall\, l_i \leqslant n, \; x > 0, \tag{3.1}$$

$$\left\| \frac{\partial}{\partial y} u_{l_i-n} - g_{l_i}(x) \right\|_{L_2(R^-)} \underset{y \to 0+}{\longrightarrow} 0, \; \frac{\partial u_{l_i-n}}{\partial y}(x, kx) = q_{l_i}(x), \; \forall\, l_i > n, \; x > 0, \tag{3.2}$$

где $f_{l_i}, g_{l_i} \in H^s_-$; $p_{l_i}, q_{l_i} \in H^s_+$, $s \gg 1$.

Напомним, что преобразование Меллина функции φ есть интеграл

$$M[\varphi](s) = \hat{\varphi}(s) = \langle \varphi(x),\ x^{s-1} \rangle \quad (\varphi \in C_0^\infty(R^+))$$

и имеют место формулы

$$M[x^k D^k \varphi(x)](s) = (-1)^k (s+k-1)\cdots s\, M[\varphi](s),$$

$$M[\varphi(r\cdot x)](s) = r^{-s} M[\varphi](s), \quad (r>0).$$

Лемма 5. *Аналитическая в верхней полуплоскости функция $\varphi(z)$ принадлежит пространству $H^{0,l}$ т. и т. т., когда*

$$\widehat{\varphi(\rho)}(s) = \varphi(\widehat{\rho\exp(i\theta)})\exp(i\theta s), \quad \forall\, 0 \leqslant \theta \leqslant \pi. \tag{3.3}$$

Доказательство. Существует функция $\varphi \in L_2$ такая, что

$$\varphi(z) = \frac{1}{2\pi i}\left\langle \varphi(t),\ \frac{1}{t-z}\right\rangle$$

или

$$\varphi(\rho\exp(i\theta)) = \frac{1}{2\pi i}\left\langle \varphi_+(t),\ \frac{1}{t-\rho\exp(i\theta)}\right\rangle +$$

$$+\frac{1}{2\pi i}\left\langle \varphi_-(t),\ \frac{1}{t-\rho\exp(i\theta)}\right\rangle,$$

где $x+iy=\rho\exp(i\theta)$, $\varphi_+(t)=\theta(t)\varphi(t)$, $\varphi_-(t)=(1-\theta(t))\varphi(t)$, $\theta(t)$ — функция Хевисайда.

Далее, нетрудно показать, что

$$M\left[\left\langle \varphi_+(t),\frac{1}{t-\rho\exp(i\theta)}\right\rangle\right](s) = -\frac{\exp(-i\theta s+2\pi is)}{1-\exp(2\pi is)}\hat{\varphi}_+(s),$$

$$M\left[\left\langle \varphi_-(t),\ \frac{1}{t-\rho\exp(i\theta)}\right\rangle\right](s) = \frac{\exp(i\pi s-i\theta s)}{1-\exp(2\pi is)}\,\widehat{\varphi_-(-t)}(s).$$

С другой стороны справедливо равенство

$$\widehat{\varphi_-(-t)}(s) = \exp(-i\pi s)\,\widehat{\varphi_+(t)}(s),$$

которое вытекает из того, что $\varphi(z) \in H^{0,l}$ т. и т. т., когда существует $g \in L_2(R^+)$ такая, что $\varphi(z) = \langle g(t),\ \exp(izt)\rangle$, поэтому

$$\widehat{\varphi(\rho)}(s) = \varphi(\widehat{\rho\exp(i\theta)})\exp(i\theta s),\ \operatorname{Re} s = \frac{1}{2}\cdot$$

Переходя в (3.3) к комплексно сопряженным значениям, получим

$$\widehat{\bar\varphi(\rho)}(s) = \bar\varphi(\widehat{\rho\exp(i\theta)})(s)\exp(-i\theta s),\ \operatorname{Re} s = \frac{1}{2}\cdot \tag{3.4}$$

Лемма 6. *Пусть функция $\varphi(z)$ аналитична в угле $\{(\rho,\theta)|0\leqslant \theta<\theta_0\}$ и принадлежит пространству $L_2^\theta = \{u \mid \|u(\rho,\theta)\|_{L_2} < +\infty\ \forall\ 0<\theta\leqslant\theta_0\}$. Тогда справедлива формула*

$$\widehat{\varphi(\rho)}(s)=\varphi(\rho\,\widehat{\exp(i\theta_0)})\exp(i\theta_0 s),\ \operatorname{Re}s=\frac{1}{2}. \tag{3.5}$$

Верно и обратное утверждение.

Доказательство. Согласно формуле Коши

$$\int_0^R x^{s-1}\varphi(x)\,dx-\int_0^R x^{s-1}\exp(i\theta_0(s-1))\,\varphi(x\exp(i\theta_0))\exp(i\theta_0)\,dx+$$

$$+\,i\int_0^{\theta_0} R^s\exp(i\theta s)\,\varphi(R\exp(i\theta))\,d\theta=0.$$

Покажем, что

$$\lim_{R\to+\infty} R^s\int_0^{\theta_0}\exp(i\theta s)\,\varphi(R\exp(i\theta))\,d\theta=0\ \left(\operatorname{Re}s=\frac{1}{2}\right).$$

Действительно, рассмотрим функцию $\psi(R)=\int\limits_0^{\theta_0}\exp(i\theta s)\,\varphi(R\exp(i\theta))\cdot$ $\cdot\,d\theta\in L_2$. Далее имеем

$$\psi'(R)=\int_0^{\theta_0}\exp(i\theta s)\frac{\partial\varphi}{\partial R}(R\exp(i\theta))\,d\theta=$$

$$=\frac{1}{iR}\int_0^{\theta_0}\exp(i\theta s)\,\varphi'_\theta(R\exp(i\theta))\,d\theta=\frac{1}{iR}\left[\exp(i\theta s)\,\varphi(R\exp(i\theta))\Big|_0^{\theta_0}-\right.$$

$$\left.-\,is\int_0^{\theta_0}\varphi(R\exp(i\theta))\exp(i\theta s)\,d\theta\right]=\frac{g(R)}{R},\ g\in L_2(R^+).$$

Отсюда получим

$$|\psi(R)|^2=\left|\int_R^{+\infty}\psi'(\tau)\,d\tau\right|^2\leqslant\frac{1}{R}\int_R^{+\infty}|g(\tau)|^2\,d\tau,$$

что и доказывает (3.5). Обратное утверждение вытекает из того, что в силу (3.5) функция $M^{-1}[\widehat{\varphi(\rho)}(s)](z)$ является аналитической в угле $0\leqslant\theta<\theta_0$ и принадлежит пространству L_2^{θ}.

Прежде чем перейти к исследованию граничной задачи C решим следующую вспомогательную задачу: требуется определить аналитическую в верхней полуплоскости функцию $\varphi(x+\lambda y)$ $(\operatorname{Im}\lambda>0)$ по условиям

$$\begin{gathered}\operatorname{Re}\varphi(x)f(x),\ x<0;\ \operatorname{Re}\varphi(x+\lambda k x)=g(x),\ x>0;\\ f\in L_2(R^-),\ g\in L_2(R^+),\ k>0.\end{gathered}\tag{3.6}$$

Решение. Используя формулу (3.3), перепишем (3.6) в образах Меллина

$$\exp(-i\pi s)\,\widehat{\varphi(\rho)}\,(s)+\exp(i\pi s)\,\widehat{\Phi(\rho)}\,(s)=\widehat{f(-x)}\,(s)\cdot$$
$$\cdot\exp\{-s\ln(\cos\varphi_0-\lambda\sin\varphi_0)\}. \tag{3.7}$$

$$\cdot\widehat{\varphi(\rho)}\,(s)+\exp\{-s\ln(\cos\varphi_0+\bar\lambda\sin\varphi_0)\}\,\widehat{\bar\varphi(\rho)}\,(s)=\hat g\,(s),$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0=k,\ \operatorname{Re}s=\frac{1}{2}\cdot$$

Отсюда непосредственнно вытекает единственность решения, так как $0<\arg(\cos\varphi_0+\lambda\sin\varphi_0)<\pi$. Далее, имеем из (3.7) и (3.3)

$$\widehat{\varphi(\rho)}\,(s)=\frac{\widehat{f(-x)}(s)\exp(-s\ln(\cos\varphi_0+\bar\lambda\sin\varphi_0)-\hat g(s)\exp(i\pi s)}{\exp(-i\pi s-s\ln(\cos\varphi_0+\bar\lambda\sin\varphi_0))-\exp(i\pi s-s\ln(\cos\varphi_0+\lambda\sin\varphi_0))},$$

$$\widehat{\varphi(-\rho)}\,(s)=$$

$$=\frac{\widehat{f(-x)}(s)\exp(-i\pi s-s\ln(\cos\varphi_0+\bar\lambda\sin\varphi_0))-\hat g(s)}{\exp(-i\pi s-s\ln(\cos\varphi_0+\bar\lambda\sin\varphi_0))-\exp(i\pi s-s\ln(\cos\varphi_0+\lambda\sin\varphi_0))}.$$

Вспоминая, что оператор умножения на функцию $a(s)$ ограничен в L_2 т. и т. т., когда $\sup|a(s)|<c$, легко получить, что в случае, если $\arg(\cos\varphi_0+\lambda\sin\varphi_0)\leqslant\frac{\pi}{2}$, вспомогательная задача везде разрешима в том и только в том случае, когда $\hat g(s)\exp(s\ln(\cos\varphi_0+\lambda\sin\varphi_0))\in L_2$. А это означает, в силу леммы 6, что $g(x)$ является граничным значением аналитической в угле $0\leqslant\theta\leqslant\theta_0$ функции $g(x+\lambda y)\in L_2^{\theta}$. Если же $\arg(\cos\varphi_0+\lambda\sin\varphi_0)>\frac{\pi}{2}$, то и $f(x)$ должна быть граничным значением аналитической функции из $L_2^{2\arg(\cos\varphi_0+\lambda\sin\varphi_0)-\pi}$. Ради простоты предположим, что корни характеристического уравнения являются простыми.

Подставим u из (1) в граничные условия (3.1), (3.2), после чего применим преобразование Меллина. На основании формул (3.3), (3.4) получим

$$\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}a_{jr}^{l_l}\exp(-i\pi s)\,\widehat{w'_{jr}(\rho)}\,(s)+$$

$$+\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\overline{a_{jr}^{l_l}}\exp(i\pi s)\,\widehat{\overline{w}_{jr}(\rho)}\,(s)+\sum_{j=1}^{r_0}\sum_{r=1}^{p_j}\gamma_{jr}^{l_l}\widehat{\psi'_{jr}(-x)}\,(s)=\widehat{f_{l_l}(-x)}\,(s),\ l_l<n,$$

$$\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}a_{jr}^{l_l-n}\lambda_j\exp(-i\pi s)\,\widehat{w'_{jr}(\rho)}\,(s)+$$

$$+\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\overline{a_{jr}^{-l_l-n}}\lambda_j \exp(i\pi s)\widehat{\overline{w'_{jr}}(\rho)}(s)+\sum_{j=1}^{r_0}\sum_{r=1}^{p_j}\mu_j\gamma_{jr}^{l_l-n}\widehat{\psi'_{jr}(-x)}(s)=$$

$$=\widehat{g_{l_l}(-x)}(s),\ l_l>n, \tag{3.8}$$

$$\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}a_{jr}^{l_l}\exp(-s\ln(\cos\theta_0+\lambda_j\sin\theta_0))\widehat{w'_{jr}(\rho)}(s)+$$

$$+\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\overline{a_{jr}^{l_l}}\exp(-s\ln(\cos\theta_0+\overline{\lambda}_j\sin\theta_0)\widehat{w'_{jr}(\rho)}(s)+$$

$$+\sum_{j=1}^{r_0}\sum_{r=1}^{p_j}(1+\mu_j k)^{-s}\gamma_{jr}^{l_l}\widehat{\psi'_{jr}(x)}(s)=\tilde{p}_{l_l}(s),\ l_l<n,$$

$$\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}a_{jr}^{l_l-n}\lambda_j\exp(-s\ln(\cos\theta_0+\lambda_j\sin\theta_0))\widehat{w'_{jr}(\rho)}(s)+$$

$$+\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\overline{a_{jr}^{l_l-n}}\lambda_j\exp(-s\ln(\cos\theta_0+\overline{\lambda}_j\sin\theta_0))\cdot$$

$$\cdot\widehat{\overline{w'_{jr}}(\rho)}(s)+\sum_{j=1}^{r_0}\sum_{r=1}^{p_j}\mu_j(1+\mu_j k)^{-s}\gamma_{jr}^{l_l-n}\widehat{\psi'_{jr}(x)}(s)=g_{l_l}(s),\ l_l>n. \tag{3.9}$$

По теореме Лапласа об определителях детерминант системы алгебраических уравнений (3.8), (3.9) имеет следующий вид:

$$\Phi(s)=c\cdot[\exp(\nu_1(s))+\exp(\nu_2(s))]+\cdots,$$

где $c\neq 0$,

$$\nu_1(s)=-i\pi ms-s\sum_j k_j\ln(\cos\theta_0+\overline{\lambda}_j\sin\theta_0)-s\sum_j p_j\ln(1+\mu_j k),$$

$$\nu_2(s)=i\pi ms-s\sum_j k_j\ln(\cos\theta_0+\lambda_j\sin\theta_0)-s\sum_j p_j\ln(1+\mu_j k).$$

Очевидно на прямой $\operatorname{Re}s=\frac{1}{2}$ функция $\Phi(s)$ может иметь только конечное число нулей, поэтому задача Сёстранда однозначно разрешима. Далее, из (3.8), (3.9) имеем

$$\widehat{w'_{jr}(\rho)}(s)=\frac{\exp(\nu_1(s)+i\pi s)M^1_{jr}(f_{l_l},\cdots,g_{l_l},\cdots)+}{\Phi(s)}$$

$$\frac{+\exp(\nu_2(s)+s\ln(\cos\theta_0+\lambda_j\sin\theta_0))M^2_{jr}(p_{l_l}\cdots,q_{l_l},\cdots)+\cdots}{\Phi(s)},$$

$$\widehat{w'_{jr}(-\rho)}(s)=\frac{\exp(\nu_1(s))M^1_{jr}(f_{l_l},\cdots,g_{l_l})+}{\Phi(s)}$$

$$\frac{+\exp(\nu_2(s)+s\ln(\cos\theta_0+\lambda_j\sin\theta_0)-is\pi)M^2_{jr}(p_{j_l},\cdots,q_{l_k},\cdots)+\cdots}{\Phi(s)},$$

$$\widehat{\psi_{jr}(x)}(s)=\frac{N^1_{jr}(s)}{\Phi(s)},\quad \widehat{\psi_{jr}(-x)}(s)=\frac{N^2_{jr}(s)}{\Phi(s)},$$

где $M^1_{jr}(\cdots)$, $M^2_{jr}(\cdots)$ — линейные выражения от своих аргументов, $N^1_{jr}(s)$, $N^2_{jr}(s)$ удовлетворяют оценке

$$|N^k_{jr}(s)| \leqslant c|\Phi(s)|, \ k = 1, \ 2.$$

Отсюда, согласно вспомогательной задаче, получим следующий результат.

Теорема 4. *Однородная граничная задача C имеет только нулевое решение, а для разрешимости неоднородной задачи C достаточно, чтобы функции p_{l_i}, q_{l_i} являлись граничными значениями аналитических в угле $0 \leqslant \theta \leqslant \alpha = \max|\arg(\cos\theta_0 + \lambda_j \sin\theta_0)|$ функций и удовлетворялось конечное число условий на правые части.*

Замечание. Леммы 5, 6 позволяют исследовать и другие задачи типа задачи Сёстранда. Например, на луче Γ можно задать не все граничные условия с полуоси R^+, а только их часть. Можно также граничные условия ставить на нескольких лучах, выходящих из начала координат. С другой стороны, задача Сёстранда естественно возникает при попытке поставить «хорошую» граничную задачу, например, в полуплоскости $y > 0$ для системы

$$A \frac{\partial u}{\partial y} = B \frac{\partial u}{\partial x}, \tag{3.10}$$

где A, B—постоянные матрицы, причем $\det A = 0$, т. е. ось $y = 0$ является характеристической. При условии, что $\det(A\eta + B\xi) \not\equiv 0$ мы можем получить общее решение этой системы, которое будет содержать и произвольные функции, зависящие только от y. Действительно, если при этом $\det B \neq 0$, то умножая (3.10) слева на B^{-1}, нам останется только привести матрицу $B^{-1}A$ к жордановой форме, среди диагональных элементов которой обязательно будет нулевой. Если же и $\det B = 0$, то рассмотрим вектор (ξ_0, η_0) такой, что $\det(A\eta_0 + B\xi_0) \neq 0$. После замены переменных $\xi = \eta_0 y - \xi_0 x$, $\eta = -\xi_0 y$ систему (3.10) приведем к виду

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = (A\eta_0 + B\xi_0)^{-1} A\xi_0 \frac{\partial u}{\partial \eta},$$

уже рассмотренному. Для определения функций, зависящих только от y, необходимо часть граничных условий задать, например, на оси oy.

В заключение отметим, что лемма (3.5) позволяет свести к системе алгебраических уравнений и задачу сопряжения для систем составного типа (1), например, в такой постановке: пусть D_1 и D_2, соответственно, I и II квадранты, требуется определить функции u_1, u_2, удовлетворяющие системам

$$A_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + 2B_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \, \partial y} + C_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} = 0, \ (x, y) \in D_i, \ i = 1, 2$$

и граничным условиям: на полуосях $x < 0$ и $x > 0$ для каждой системы задаем задачу A из § 1, а на полуоси oy условия сопряжения

$$a_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + a_2 \frac{\partial u_1}{\partial y} = a_3 \frac{\partial u_2}{\partial x} + a_4 \frac{\partial u_2}{\partial y},$$

где матрицы a_l имеют размерность $(r_1 + r_2 + r_3;\ n)$ r_1 — число комплексных корней с положительныыи мнимыми частями обеих систем, r_2—число отрицательных, а r_3—число положительных действительных) корней системы, заданной, соответственно, в D_1 и D_2.

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

Поступила 11.VII. 1986

Ա. Ա. ԱՆԴՐՅԱՆ. Եզրային խնդիրներ բաղադրյալ տիպի համակարգի համար *(ամփոփում)*

Աշխատանքում դիտարկված է Կոշու և Սյոստրանդի խնդիրներ երկրորդ կարգի հաստատուն գործակիցներով բաղադրյալ տիպի համակարգի համար։ Նույն համակարգի համար շերտում ուսումնասիրված է Դիրիխլեի խնդիրը։

A. A. ANDRIAN. *Boundary value problems for systems of composite type* (summary

For the second order composite type systems with constant coefficients the Cauchy and Sjöstrand problems in a half plane are considered. The Dirichlet problem is considered in a strip.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Н. Е. Товмасян.* Общая краевая задача для эллиптических систем второго порядка с постоянными коэффициентами, Дифф. ур., 2, № 1, 1966, 3—23.
2. *А. А. Андрян.* Граничные задачи для систем уравнений второго порядка составного типа с постоянными коэффициентами, Изв. АН АрмССР, сер. мат., XV, № 2. 1980. 154—160.
3. *В. С. Владимиров.* Обобщенные функции в математической физике, М., «Наука», 1976.
4. *Е. Титчмарш.* Введение в теорию интегралов Фурье, М.—Л., Гостехиздат. 1948.