ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մաթեմատիկա XXII, № 4, 1987 Математика

УДК 517.547

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

М. М. ДЖРБАШЯН, А. О. КАРАПЕТЯН

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ, АНАЛИТИЧЕСКИХ В ОБЛАСТИ ЗИГЕЛЯ

В работах [1, 2] впервые были введены классы $H^p(\alpha)$, $1 \leqslant p < \infty$, $\alpha > -1$, голоморфных функций в единичном круге, удовлетворяющих условию вида:

$$\iint\limits_{|\zeta|<1} |f(\zeta)|^p \cdot (1-|\zeta|^2)^\alpha \, du\, dv < +\infty^* \tag{1}$$

$$(\zeta = u + iv).$$

Одновременно было доказано, что любая функция класса $H^p(\alpha)$ допускает интегральное представление

$$f(z) \equiv \frac{\alpha+1}{\pi} \cdot \iint\limits_{|\zeta|<1} \frac{f(\zeta)\cdot(1-|\zeta|^2)^\alpha\, du\, dv}{(1-z\cdot\overline{\zeta})^{2+\alpha}}, \quad |z|<1 \tag{2}$$

$$(\zeta = u + iv).$$

Этот основной результат положил начало целой серии работ, посвященных интегральным представлениям определенных классов голоморфных функций. Прежде, чем дать краткий обзор этих исследований, введем некоторые обозначения.

Для произвольного $n > 1$ обозначим через $\mathbf{C}^n$ обычное n-мерное координатное пространство комплексных чисел. Если $z = (z_1, \cdots, z_n) \in \mathbf{C}^n$, $w = (w_1, \cdots, w_n) \in \mathbf{C}^n$, то положим

$$< z, w > = \sum_{k=1}^{n} z_k \cdot \overline{w}_k, \quad |z| = \sqrt{< z, z >}. \tag{3}$$

Для $0 < r < \infty$ введем следующее обозначение:

$$B_{n,r} = \{z \in \mathbf{C}^n, \ |z| < r\}. \tag{4}$$

При $r = 1$ вместо $B_{n,1}$ будем писать просто B_n (единичный шар из $\mathbf{C}^n$). Далее положим

$$\Pi_+ = \{z \in \mathbf{C}^1, \ Im\, z > 0\}. \tag{5}$$

Для произвольного открытого множества $D \subset \mathbf{C}^n$ обозначим через $H(D)$ пространство всех голоморфных в D функций. Через $m(z)$,

---

* В последние годы ряд авторов без серьезных научных оснований называют пространства $H^p(\alpha)$ пространствами Бергмана или весовыми пространствами Бергмана.

$z\in\mathbf{C}^n$, будем обозначать $2n$-мерную меру Лебега в $\mathbf{C}^n\cong\mathbf{R}^{2n}$. Наконец, если $n\geqslant 1$ и $\alpha\in\mathbf{C}^1$, положим

$$c_{n,\alpha}=\frac{(\alpha+1)\cdot\ldots\cdot(\alpha+n)}{\pi^n}. \tag{6}$$

Справедлива следующая

Теорема А. *Пусть* $1\leqslant p<\infty$, $\alpha>-1$, $0<r<\infty$, $f\in H(B_{n,r})$ *и*

$$\int\limits_{B_{n,r}}|f(\zeta)|^p\cdot(r^2-|\zeta|^2)^\alpha\, dm(\zeta)<+\infty. \tag{7}$$

Тогда

$$f(z)\equiv c_{n,\alpha}\cdot\int\limits_{B_{n,r}}\frac{r^2\cdot f(\zeta)\cdot(r^2-|\zeta|^2)^\alpha\, dm(\zeta)}{(r^2-\langle z,\zeta\rangle)^{n+1+\alpha}}\quad(z\in B_{n,r}). \tag{8}$$

Эта теорема при $n=1$, т. е. для круга $B_{1,r}=\{z\in\mathbf{C}^1, |z|<r\}$, непосредственно следует из приведенного выше интегрального представления (2), впервые установленного в работах [1, 2]. Впоследствии теорема была обобщена на случай $n>1$ Форелли и Рудиным [3]. Отметим лишь, что в отличие от [3], для случая $n>1$ теорема А может быть проще доказана методом, развитым в оригинальных работах [1, 2].

Естественным продолжением этих исследований явились попытки получения аналогов интегрального представления (8) для неограниченных областей. Основываясь на интегральном представлении (2), М. М. Джрбашян и А. Э. Джрбашян [4] тонким предельным переходом впервые строго доказали следующую теорему.

Теорема Б. *Пусть* $1\leqslant p<\infty$, $\alpha>-1$, $f\in H(\Pi_+)$ *и*

$$\int\limits_{\Pi_+}|f(\omega)|^p\cdot(Im\,\omega)^\alpha\, dm\,\omega<+\infty. \tag{9}$$

Тогда

$$f(w)\equiv-\frac{e^{-i\frac{\pi}{2}\alpha}\cdot 2^\alpha\cdot(\alpha+1)}{\pi}\cdot\int\limits_{\Pi_+}\frac{f(\omega)\cdot(Im\,\omega)^\alpha\, dm(\omega)}{(\bar\omega-w)^{2+\alpha}} \tag{10}$$

$$(w\in\Pi_+).$$

Нашей целью является распространение интегрального представления (10) на некоторые области из $\mathbf{C}^n$, являющиеся n-мерными аналогами верхней полуплоскости $\Pi_+\subset\mathbf{C}^1$.

Для более широкого класса многомерных областей С. Г. Гиндикиным [5], а затем Койфманом и Рохбергом [6] были получены интегральные представления, аналогичные (10). Об этом более подробно будет сказано нами ниже.

1.1. Для произвольного $z=(z_1, z_2,\cdots, z_n)\in\mathbf{C}^n$ положим $z'=(z_2,\cdots\cdots, z_n)\in\mathbf{C}^{n-1}$, так что $z=(z_1, z')$. Если $z, w\in\mathbf{C}^n$, то будем применять следующие естественные обозначения:

$$<z', w'> = \sum_{k=2}^{n} z_k \cdot \overline{w}_k, \quad |z'| = \sqrt{<z', z'>}. \tag{1.1}$$

Основным объектом нашего рассмотрения будет область Зигеля в $\mathbf{C}^n$:

$$\Omega_n = \{w = (w_1, w') \in \mathbf{C}^n, \ \mathrm{Im}\, w_1 > |w'|^2\}. \tag{1.2}$$

Отметим, что $\Omega_1 = \Pi_+ \subset \mathbf{C}^1$. Рассмотрим преобразования Кэли:

$$\Phi: (z_1, \cdots, z_n) \to \left(i\frac{1+z_1}{1-z_1},\ i\frac{z_2}{1-z_1},\ \cdots,\ i\frac{z_n}{1-z_1}\right) \tag{1.3}$$
$$(z \in B_n),$$

$$\Phi^{-1}: (w_1, \cdots, w_n) \to \left(\frac{w_1-i}{w_1+i},\ \frac{2w_2}{w_1+i}, \cdots,\ \frac{2w_n}{w_1+i}\right) \tag{1.4}$$
$$(w \in \Omega_n).$$

Хорошо известно, что Φ и Φ^{-1} осуществляют биголоморфный изоморфизм областей B_n и Ω_n. Через Δ и Δ^{-1} будем обозначать комплексные якобианы отображений Φ и Φ^{-1}, соответственно. Следующая лемма доказывается посредством довольно простых вычислений.

Лемма 1.1.

1. *Для всех* $n \geqslant 1$

$$\Delta(z) \equiv \frac{2 \cdot i^n}{(1-z_1)^{n+1}}, \quad \Delta^{-1}(w) \equiv \frac{2^n \cdot i}{(w_1+i)^{n+1}}. \tag{1.5}$$

2. *Если* $w,\ \omega \in \Omega_n$, *то для* $n > 1$

$$1 - <\Phi^{-1} w, \Phi^{-1} \omega> = \frac{2i(\overline{\omega}_1 - w_1) - 4<w', \omega'>}{(w_1 + i) \cdot (\overline{\omega}_1 - i)}, \tag{1.6}$$

$$1 - |\Phi^{-1} \omega|^2 = \frac{4 \cdot (Im\, \omega_1 - |\omega'|^2)}{(\omega_1 + i) \cdot (\overline{\omega}_1 - i)}. \tag{1.7}$$

Наряду с Ω_n будем рассматривать область

$$\tilde{\Omega}_n = \left\{w = (w_1, \cdots, w_n) \in \mathbf{C}^n,\ Im\, w_1 > \sum_{k=2}^{n} (Im\, w_k)^2\right\}, \tag{1.8}$$

притом вновь $\tilde{\Omega}_1 = \Pi_+ \subset \mathbf{C}^1$. Можно показать (см. [5]), что существуют отображения, осуществляющие биголоморфный изоморфизм областей Ω_n и $\tilde{\Omega}_n$. Используя явный вид этих отображений, удается перенести на случай области $\tilde{\Omega}_n$ многие факты, установленные для Ω_n.

1.2. Пусть D одна из областей Ω_n, $\tilde{\Omega}_n$. Положим

$$K_L(\omega, \omega) = \begin{cases} \mathrm{Im}\,\omega_1 - |\omega'|^2, & \omega \in D, \text{ если } D = \Omega_n, \\ \mathrm{Im}\,\omega_1 - \sum\limits_{k=2}^{n} (Im\, \omega_k)^2, & \omega \in D, \text{ если } D = \tilde{\Omega}_n. \end{cases} \tag{1.9}$$

Кроме того, пусть $0 < p < \infty$, $-\infty < \alpha < \infty$. Для произвольной измеримой по Лебегу (вообще говоря, комплекснозначной) функции $f(\omega)$, $\omega \in D$, положим

$$\|f\|_{p,\alpha}=\left(\int_D |f(\omega)|^p\cdot[K_D(\omega,\omega)]^\alpha dm(\omega)\right)^{1/p}. \tag{1.10}$$

Затем введем соответствующие пространства

$$L_\alpha^p(D)=\{f,\ \|f\|_{p,\alpha}<+\infty\}, \tag{1.11}$$

$$H_\alpha^p(D)=H(D)\cap L_\alpha^p(D). \tag{1.12}$$

2.1. Всюду дальше предполагается, что $1\leqslant p<\infty$, $\alpha>-1$. Пусть $\beta\in\mathbf{C}^1$, тогда будем писать $\beta\succ(p,\alpha)$, если

$$\operatorname{Re}\beta>\frac{\alpha+1}{p}-1\ (1<p<\infty),\ \operatorname{Re}\beta\geqslant\alpha\ (p=1). \tag{2.1}$$

Лемма 2.1. *Пусть* $f\in L_\alpha^p(\Omega_n)$ *и* $\beta\succ(p,\alpha)$. *Тогда*

$$F_\beta(\omega)\equiv\frac{f(\omega)\cdot(\operatorname{Im}\omega_1-|\omega'|^2)^\beta}{(\bar\omega_1-i)^{n+1+\beta}}\in L^1(\Omega_n). \tag{2.2}$$

Доказательство. Заметим, что при $\omega\in\Omega_n$

$$|F_\beta(\omega)|\leqslant\exp\{\pi\cdot|\operatorname{Im}\beta|\}\cdot\tilde F_\beta(\omega), \tag{2.3}$$

где

$$\tilde F_\beta(\omega)=\frac{|f(\omega)|\cdot(\operatorname{Im}\omega_1-|\omega'|^2)^{\operatorname{Re}\beta}}{|\bar\omega_1-i|^{n+1+\operatorname{Re}\beta}}\quad(\omega\in\Omega_n). \tag{2.4}$$

Если $p=1$, то при $\omega\in\Omega_n$

$$\tilde F_\beta(\omega)\leqslant|f(\omega)|\cdot(\operatorname{Im}\omega_1-|\omega'|^2)^\alpha\in L^1(\Omega_n). \tag{2.5}$$

Если же $1<p<\infty$, то положив $q=p/(p-1)$, по неравенству Гёльдера получаем

$$\int_{\Omega_n}\tilde F_\beta(\omega)\,dm(\omega)\leqslant\|f\|_{p,\alpha}\cdot I^{1/q}, \tag{2.6}$$

где

$$I=\int_{\Omega_n}\frac{(\operatorname{Im}\omega_1-|\omega'|^2)^{q\left(\operatorname{Re}\beta-\frac{\alpha}{p}\right)}dm(\omega)}{|\bar\omega_1-i|^{q(n+1+\operatorname{Re}\beta)}}<+\infty. \tag{2.7}$$

2.2. При произвольном $\beta\in\mathbf{C}^1$ рассмотрим следующий интегральный оператор:

$$T_\beta f(w)=2^{n-1+\beta}\cdot c_{n,\beta}\cdot\int_{\Omega_n}\frac{f(\omega)\cdot(\operatorname{Im}\omega_1-|\omega'|^2)^\beta\,dm(\omega)}{[i(\bar\omega_1-w_1)-2<w',\omega'>]^{n+1+\beta}}=$$

$$=\frac{4^{n+\beta}\cdot c_{n,\beta}}{(w_1+i)^{n+1+\beta}}\int_{\Omega_n}G(w,\omega,\beta,f)\,dm(\omega),\ w\in\Omega_n, \tag{2.8}$$

где

$$G(w,\omega,\beta,f)=\frac{f(\omega)\cdot(\operatorname{Im}\omega_1-|\omega'|^2)^\beta}{[1-<\Phi^{-1}w,\ \Phi^{-1}\omega>]^{n+1+\beta}\cdot(\bar\omega_1-i)^{n+1+\beta}}. \tag{2.9}$$

$$(w,\omega\in\Omega_n,\ \beta\in\mathbf{C}^1)$$

Из леммы 2.1 вытекает следующая

Лемма 2.2. *Пусть* $f\in L^p_\alpha(\Omega_n)$ *и* $G(w, \omega, \beta, f)$ *связана с* f *соотношениями* (2.9).

1. *Если* $p=1$, *компакт* $K\subset\Omega_n$, $0<A<\infty$, $\alpha<a$, *то существует функция* $\Psi\in L^1(\Omega_n)$ *такая, что*

$$|G(w, \omega, \beta, f)|\leqslant\Psi(\omega),\ \omega\in\Omega_n \tag{2.10}$$

равномерно по $w\in K$ *и* $\beta\in\mathbf{C}^1$ с $|\mathrm{Im}\,\beta|\leqslant A$, $\alpha\leqslant\mathrm{Re}\,\beta\leqslant a$.

2. *Если* $1<p<\infty$, *компакт* $K\subset\Omega_n$, $0<A<\infty$, $(\alpha+1)/p-1<<a_1<a_2$, *то существует функция* $\Psi\in L^1(\Omega_n)$ *такая, что*

$$|G(w, \omega, \beta, f)|\leqslant\Psi(\omega),\ \omega\in\Omega_n \tag{2.11}$$

равномерно по $w\in K$ *и* $\beta\in\mathbf{C}^1$ *с* $|\mathrm{Im}\,\beta|\leqslant A$, $a_1\leqslant\mathrm{Re}\,\beta\leqslant a_2$.

Следствие (а). Пусть $f(\omega)\in L^p_\alpha(\Omega_n)$ и $\beta\vdash(p, \alpha)$. Тогда $T_\beta f(w)$ голоморфна, как функция от $w\in\Omega_n$.

Следствие (б). Пусть $f(\omega)\in L^p_\alpha(\Omega_n)$ и $w\in\Omega_n$. Если $1<p<\infty$, то $T_\beta f(w)$, как функция от β, голоморфна в области $\mathrm{Re}\,\beta>(\alpha+1)/p-1$. Если $p=1$, то $T_\beta f(w)$, как функция от β, голоморфна в области. $\mathrm{Re}\,\beta>\alpha$ и непрерывна при $\mathrm{Re}\,\beta\geqslant\alpha$.

2.3. Справедлива основная

Теорема 2.1. *Пусть* $1\leqslant p<\infty$, $\alpha>-1$, $f\in H^p_\alpha(\Omega_n)$ *и* $\beta\vdash(p,\alpha)$ *Тогда*

$$f(w)\equiv T_\beta f(w),\ w\in\Omega_n. \tag{2.12}$$

Доказательство. Зафиксируем произвольное $w\in\Omega_n$ и положим $\beta_0=\max\{0;\ (\alpha+1)/p-1\}$. В силу следствия (б) из леммы 2.2 нам достаточно установить (2.12) лишь для вещественных $\beta>\beta_0$. Положим $z=\Phi^{-1}w\in B_n$ и выберем $r_0\in(0;1)$, так, чтобы $z\in B_{n,r}$ при $r_0\leqslant r<1$. При этом

$$w\in\Omega_{n,r}=\Phi(B_{n,r}),\ r_0\leqslant r<1. \tag{2.13}$$

Рассмотрим следующую функцию:

$$g(\zeta)=\frac{f(\Phi(\zeta))}{(1-\zeta_1)^{n+1+\beta}},\ \zeta=(\zeta_1,\cdots,\zeta_n)\in B_n. \tag{2.14}$$

Очевидно, $g\in H(B_n)$. Следовательно

$$\int\limits_{B_{n,r}}|g(\zeta)|^p\cdot(r^2-|\zeta|^2)^\beta\,dm(\zeta)<+\infty\ (r_0\leqslant r<1). \tag{2.15}$$

Применим к функции g теорему А, затем учтем, что $z=\Phi^{-1}w$ и произведем замену переменной $\zeta=\Phi^{-1}\omega$, $\omega\in\Omega_{n,r}$. Тогда получим

$$f(w)\cdot(w_1+i)^{n+1+\beta}=c_{n,\beta}\cdot r^2\cdot\int\limits_{\Omega_n}F_r(\omega)\,dm(\omega) \tag{2.16}$$

$$(r_0\leqslant r<1),$$

где

$$F_r(\omega)=\frac{f(\omega)\cdot(r^2-|\Phi^{-1}\omega|^2)^\beta\cdot(\omega_1+i)^{n+1+\beta}}{(r^2-\langle\Phi^{-1}w,\ \Phi^{-1}\omega\rangle)^{n+1+\beta}}\cdot|\Delta^{-1}(\omega)|^2\cdot\chi_{n,r}(\omega). \tag{2.17}$$

Здесь $\omega \in \Omega_n$, а $\chi_{n,r}$ суть характеристическая функция множества $\Omega_{n,r}$. В (2.17) перейдем к пределу при $r \uparrow 1$ под знаком интеграла, воспользовавшись теоремой Лебега, возможность применения которой обеспечивается леммой 2.1. Затем полученное равенство преобразуем при помощи формул (1.5)—(1.7), в результате получим (2.12), и теорема доказана.

Еще раз отметим, что теорема 2.1 была доказана С. Г. Гиндикиным [5] для более широких классов областей Зингеля, но для значений параметров $p = 2$ и $\alpha = \beta = 0$.

В дальнейшем Койфман и Рохберг [6] установили аналогичный результат вновь для $p = 2$ и при $\alpha = \beta > -1$.

Наконец, отметим, что обе эти работы опираются на технику преобразований Фурье—Планшереля.

2.4. Для области $\tilde{\Omega}_n$ можно ввести оператор $\tilde{T}_\beta$, являющийся аналогом T_β:

$$\tilde{T}_\beta \varphi(w) = 2^\beta \cdot c_{n,\beta} \cdot \int\limits_{\tilde{\Omega}_n} \frac{\varphi(\omega) \cdot \left[\operatorname{Im} \omega_1 - \sum\limits_{k=2}^{n} (\operatorname{Im} \omega_k)^2\right]^\beta dm(\omega)}{\left[i(\bar{\omega}_1 - w_1) + \frac{1}{2} \sum\limits_{k=2}^{n} (\bar{\omega}_k - w_k)^2\right]^{n+1+\beta}}.$$

$$(w \in \tilde{\Omega}_n) \qquad (2.18)$$

Из теоремы 2.1 следует

Теорема 2.2. *Пусть* $1 \leqslant p < \infty$, $\alpha > -1$, $\varphi \in H^p_\alpha(\tilde{\Omega}_n)$ *и* $\beta \succ (p, \alpha)$. *Тогда*

$$\varphi(w) \equiv \tilde{T}_\beta \varphi(w), \quad w \in \tilde{\Omega}_n. \qquad (2.19)$$

3. Рассмотрим при $t > -1$ и $c > 0$ следующее выражение:

$$J^n_{t,c}(w) = \int\limits_{\Omega_n} \frac{(\operatorname{Im} \omega_1 - |\omega'|^2)^t \, dm(\omega)}{|i(\bar{\omega}_1 - w_1) - 2 \langle w', \omega' \rangle|^{n+1+t+c}} \qquad (3.1)$$

$$(w \in \Omega_n).$$

Лемма 3.1.

$$J^n_{t,c}(w) \equiv \frac{\text{const}}{(\operatorname{Im} w_1 - |w'|^2)^c}, \quad w \in \Omega_n, \qquad (3.2)$$

где константа зависит лишь от n, t, c.

Доказательство леммы опускается, поскольку в работе [6] вычислены более общие интегралы, методами, развитыми в [5].

Теорема 3.1. *Пусть* $1 \leqslant p < \infty$, $\alpha > -1$ *и комплексное число* β *выбрано так*: $\operatorname{Re} \beta > (\alpha + 1)/p - 1$. *Тогда* T_β *является непрерывным проектором* $L^p_\alpha(\Omega_n)$ *на* $H^p_\alpha(\Omega_n)$.

Доказательство. Пусть $f \in L^p_\alpha(\Omega_n)$, тогда $T_\beta f \in H(\Omega_n)$ в силу следствия (а) из леммы 2.2. Кроме того

$$|T_\beta f(w)| \leqslant \text{const} \cdot \int\limits_{\Omega_n} \frac{|f(\omega)| \cdot (\operatorname{Im} \omega_1 - |\omega'|^2)^{\operatorname{Re}\beta} \, dm(\omega)}{|i(\bar{\omega}_1 - w_1) - 2 \langle w', \omega' \rangle|^{n+1+\operatorname{Re}\beta}}. \qquad (3.3)$$

При $p = 1$ утверждение теоремы следует непосредственно из (3.3) и леммы 3.1. Если же $1 < p < \infty$, то положим $q = p/(p-1)$ и будем доказывать ограниченность оператора T^{β} в пространстве $L_q(\Omega_n)$ при помощи леммы Форелли—Рудина (см. [3]). Для этого положим

$$d\mu(\omega) = (\mathrm{Im}\,\omega_1 - |\omega'|^2)^{\alpha}\, dm(\omega), \tag{3.4}$$

$$Q(w, \omega) = \frac{(\mathrm{Im}\,\omega_1 - |\omega'|^2)^{\mathrm{Re}\,\beta - \alpha}}{i(\bar{\omega}_1 - w_1) - 2 < w', \omega' >|^{\alpha+1+\mathrm{Re}\,\beta}}. \tag{3.5}$$

Положительную функцию g, определенную в Ω_n, будем искать в виде: $g(\omega) = (\mathrm{Im}\,\omega_1 - |\omega'|^2)^{-\delta}$, $0 < \delta < \infty$, $\omega \in \Omega_n$. Тогда получаем, что δ должно подчиняться условиям вида

$$\mathrm{Re}\,\beta - \delta \cdot g > -1, \ \alpha - \delta \cdot p > -1, \ \mathrm{Re}\,\beta - \alpha + \delta \cdot p > 0. \tag{3.6}$$

В силу исходных предположений такой выбор положительного числа δ возможен и теорема доказана.

Замечание. При $1 < p < \infty$, $\alpha > -1$, $\beta > \alpha$ теорема 3.1 является частным случаем более общего утверждения (см. [6], лемма 2.8).

Справедлива также

Теорема 3.2. *Пусть* $1 \leqslant p < \infty$, $\alpha > -1$ *и комплексное число* β *выбрано так*: $\mathrm{Re}\,\beta > (\alpha + 1)/p - 1$. *Тогда* $\tilde{T}_{\beta}$ *является непрерывным проектором* $L^p_\alpha(\tilde{\Omega}_n)$ *на* $H^p_\alpha(\tilde{\Omega}_n)$.

Институт математики
АН Армянской ССР,
Ереванский государственный
университет

Поступила 13. IV. 1987

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. М. Джрбашян*. О представимости некоторых классов мероморфных функций в единичном круге ДАН Арм.ССР, 3, № 1, 1945, 3—9.
2. *М. М. Джрбашян*. К проблеме представимости аналитических функций, Сообщ. Ин-та матем. и механики АН Арм.ССР ,вып. 2, 1948, 3—40.
3. *F. Forelli, W. Rudin*. Projections on spaces of holomorphic functions in balls, Indiana Univ. Math. J., 24, № 6, 1974, 593—602.
4. *М. М. Джрбашян, А. Э. Джрбашян*. Интегральное представление для некоторых классов аналитических функций в полуплоскости, ДАН СССР, 285, № 3, 1985, 547—550.
5. *С. Г. Гиндикин*. Анализ в однородных областях, УМН, 19, № 4, 1964, 3—92.
6. *R. F. Coifman, R. Rochberg*. Representations theorems for holomorphic and harmonic functions in L^p, Astérisque, 77, 1980, 11—66.