

УДК 517.988

А. Г. КАМАЛЯН

О НОРМАЛЬНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ДИСКРЕТНОГО АНАЛОГА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОЧТИ РАЗНОСТНО-СУММАРНЫМ ЯДРОМ

В работе [1] были введены и изучены интегральные операторы с ядром K , „почти разностно-суммарным“ в том смысле, что

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) K(x, t) = \sum_{k=1}^N p_k(x) q_k(t). \quad (1)$$

В частности, было показано, что уравнения парного типа с ядрами вида (1) поддаются исследованию на разрешимость.

С другой стороны, в работе [2] были разработаны методы обращения матриц, элементы которых удовлетворяют тождеству

$$\delta(s_{n,m}) \stackrel{\text{def}}{=} s_{n,m} + s_{n,m-2} - s_{n-1,m-1} - s_{n+1,m-1} = 0. \quad (2)$$

Считая δ дискретным аналогом гиперболического оператора $(\partial_x^2 - \partial_t^2)$, естественно рассматривать бесконечные системы алгебраических уравнений с матрицами $s = \|s_{n,m}\|$, удовлетворяющими тождеству

$$\delta(s_{n,m}) = \sum_{j=1}^* a_n^{(j)} b_m^{(j)}. \quad (3)$$

1°. Ниже изучается аналог интегрального уравнения с двойным ядром и коэффициентами, удовлетворяющими (3), выявляются условия нормальной разрешимости и вычисляется индекс.

Пусть задана бесконечная система алгебраических уравнений

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} s_{n,m} y_m = r_n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (4)$$

где

$$s_{n,m} = \begin{cases} t_{n-m}^1 + h_{n+m}^1 + \Psi_{n,m}^1, & m \geq 0 \\ t_{n-m}^2 + h_{n+m}^2 + \Psi_{n,m}^2, & m < 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$\Psi_{n,m}^1 = \sum_{j=0}^m b_j^1 \sum_{l=0}^{m-j} a_{n-m+j+2l}^1, \quad (6)$$

$$\Psi_{n,m}^2 = \sum_{j=-m}^{-1} b_j^2 \sum_{l=m-j}^0 a_{n-m+j+2l}^2. \quad (7)$$

Относительно $\{t_n^k\}_{n=-\infty}^{\infty}$, $\{h_n^k\}_{n=-\infty}^{\infty}$, $\{a_n^k\}_{n=-\infty}^{\infty}$ ($k = 1, 2$), $\{b_n^1\}_{n=0}^{\infty}$, $\{b_n^2\}_{n=-\infty}^{-1}$ будем предполагать, что они являются коэффициентами

Фурье непрерывных на единичной окружности $\Gamma = \{\zeta; |\zeta|=1\}$ комплексной плоскости функций $t_k(\zeta)$, $h_k(\zeta)$, $a_k(\zeta)$, $b_k(\zeta)$ ($k=1, 2$), соответственно. Причем b_n^1 при $n < 0$, b_n^2 при $n \geq 0$ предполагаются равными нулю. Другими словами, чезаровские средние формальных рядов

$$\sum t_n^k \zeta^n, \sum h_n^k \zeta^n, \sum a_n^k \zeta^n, \sum b_n^k \zeta^n \quad (k=1, 2; \zeta \in \Gamma)$$

равномерно сходятся на Γ ([3]). В частности, достаточно потребовать, чтобы соответствующие ряды коэффициентов абсолютно сходились.

Левая часть (4) задает линейное преобразование L из одного класса двусторонне бесконечномерных последовательностей в другой. Как обычно, будем обозначать через l_2 банахово пространство последовательностей $y = \{y_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ комплексных чисел со сходящейся суммой $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |y_n|^2$ и с нормой

$$\|y\|_{l_2} = \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} |y_n|^2 \right)^{1/2}.$$

В уравнении (1) последовательности $y = \{y_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$, $r = \{r_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ будем брать из l_2 . По теореме Рисса—Фишера $\{y_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$, $\{r_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ являются коэффициентами Фурье некоторых функций $y(\zeta)$, $r(\zeta) \in L_2(\Gamma)$.

Обозначим, как обычно, через S оператор сингулярного интегрирования вдоль Γ с ядром Коши

$$(S\varphi)(\zeta) = \frac{1}{\pi i} \text{v.p.} \int_{\Gamma} \varphi(\tau) \frac{d\tau}{\tau - \zeta}.$$

Операторы $P_{\pm} = \frac{1}{2}(J \pm S)$ являются в пространстве $L_2(\Gamma)$ дополнительными ортопроекторами; образ P_+ совпадает с классом Харди $H_2 = (H_2^+)$, а образ P_- — с классом H_2^- функций, комплексно сопряженные с которым лежат в H_2 и исчезают в нуле. Под $\varphi_{\pm}$ будем понимать образы ортопроекторов $P_{\pm}$ от функции $\varphi(t)$ ($\varphi_{\pm}(t) = (P_{\pm} \varphi)(t)$).

Коэффициенты Фурье функций $\varphi_{\pm}(t)$ будем обозначать через $\varphi_n^{\pm}$. Ясно, что

$$\varphi_n^+ = \begin{cases} \varphi_n, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0, \end{cases} \quad \varphi_n^- = \begin{cases} 0, & n \geq 0, \\ \varphi_n, & n < 0. \end{cases}$$

Введем теперь на Γ следующие функции:

$$q_1(\zeta) = b_1(\zeta^{-1}) y_+(\zeta), \quad (8)$$

$$q_2(\zeta) = \zeta^{-1} b_1(\zeta) y_+(\zeta^{-1}), \quad (9)$$

$$p_1(\zeta) = b_2(\zeta) y_-(\zeta^{-1}), \quad (10)$$

$$p_2(\zeta) = \zeta^{-1} b_2(\zeta^{-1}) y_-(\zeta), \quad (11)$$

$$c_k(\zeta) = a_k(\zeta)(1 - \zeta^2)^{-1} \quad (k=1, 2), \quad (12)$$

$$f_1(\zeta) = t_1(\zeta) y_+(\zeta) + h_1(\zeta) y_-(\zeta^{-1}), \quad (13)$$

$$f_2(\zeta) = t_2(\zeta) y_-(\zeta) + h_2(\zeta) y_-(\zeta^{-1}), \quad (14)$$

$$g_1(\zeta) = -\zeta^2 c_1(\zeta) (P_+ q_1)(\zeta) + \zeta c_1(\zeta) (P_- q_2)(\zeta), \quad (15)$$

$$g_2(\zeta) = -\zeta^2 c_2(\zeta) (P_+ p_1)(\zeta) + \zeta c_2(\zeta) (P_- p_2)(\zeta). \quad (16)$$

Основным результатом этой работы является следующая

Теорема. Пусть функции $s_k(\zeta)$ ($k=1, 2$) непрерывны на Γ . Тогда для того, чтобы уравнение (4) было нетеровым в l_2 , необходимо и достаточно выполнения условия

$$\Delta(\zeta) = \det \begin{pmatrix} t_1(\zeta^{-1}) - \frac{a_1(\zeta^{-1}) b_1(\zeta)}{\zeta^2 - 1} & h_1(\zeta) - \frac{a_1(\zeta) b_1(\zeta)}{\zeta^2 - 1} \\ h_2(\zeta^{-1}) - \frac{a_2(\zeta^{-1}) b_2(\zeta^{-1})}{\zeta^2 - 1} & t_2(\zeta) - \frac{a_2(\zeta) b_2(\zeta^{-1})}{\zeta^2 - 1} \end{pmatrix} \neq 0, \quad (17)$$

при выполнении которого индекс κ уравнения (4) вычисляется по формуле

$$\kappa = \text{Ind } \Delta(\zeta) = \text{Var arg } \Delta(\zeta), \quad -\infty < \zeta < +\infty. \quad (18)$$

2°. Доказательство теоремы, как и в [1], основано на сведении (4) к сингулярному интегральному уравнению с карлемановским сдвигом. Сначала остановимся на некоторых соотношениях.

Лемма. Пусть функции $s_k(\zeta)$ ($k=1, 2$) непрерывны на Γ . Тогда: (i). Для n -ых коэффициентов Фурье функций f_k, g_k ($k=1, 2$) справедливы следующие формулы:

$$f_n^1 = \sum_{m=0}^{\infty} (t_{n-m}^1 + h_{n+m}^1) y_m, \quad (19)$$

$$f_n^2 = \sum_{m=-\infty}^{-1} (t_{n-m}^2 + h_{n+m}^2) y_m, \quad (20)$$

$$g_n^1 = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_{n,m}^1 y_m, \quad (21)$$

$$g_n^2 = \sum_{m=-\infty}^{-1} \Psi_{n,m}^2 y_m. \quad (22)$$

(ii) L является линейным ограниченным оператором из l_2 в l_2

Доказательство. Пусть $\sigma_k(\zeta)$ — частичная сумма ряда Фурье функции $y_k(\zeta)$. Тогда

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} t_1(e^{i\theta}) y_+(e^{i\theta}) e^{-in\theta} d\theta = \\ & = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} t_1(e^{i\theta}) [y_+(e^{i\theta}) - \sigma_k(e^{i\theta})] e^{-in\theta} d\theta + \sum_{m=0}^k t_{n-m}^1 y_m^+. \end{aligned}$$

В силу оценки

$$\left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} t_1(e^{i\theta}) [y_+(e^{i\theta}) - \tau_k e^{i\theta}] e^{-in\theta} d\theta \right| \leq \frac{M}{\sqrt{2\pi}} \|y_+ - \tau_k\|_{L_2},$$

где $M = \max_{\zeta \in I} |t_1(\zeta)|$, имеем

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} t_1(e^{i\theta}) y_+(e^{i\theta}) e^{-in\theta} d\theta = \sum_{m=0}^{\infty} t_{n-m}^1 y_m^+. \quad (23)$$

Точно так же

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h_1(e^{i\theta}) y_+(e^{i\theta}) e^{-in\theta} d\theta = \sum_{m=0}^{\infty} h_{n+m}^1 y_m^+,$$

которая вместе с (23) дает (19). Аналогично доказывается (20).

Прежде, чем перейти к доказательству (21), сделаем одно замечание относительно $\{c_n^k\}$ — коэффициентов Фурье функций $c_k(\zeta)$ ($k=1, 2$).

Рассмотрим функции $a_k(\zeta)(1-r^2\zeta^2)^{-1}$ ($0 < r < 1$).

Нетрудно убедиться, что

$$\lim_{r \rightarrow 1} \left\| \frac{a_k(\zeta)}{1-r^2\zeta^2} - c_k(\zeta) \right\|_{L_2} = 0 \quad (k=1, 2),$$

откуда следует сходимость $\tilde{c}_n^k(r)$, коэффициентов Фурье функций $a_k(\zeta)(1-r^2\zeta^2)^{-1}$, к c_n^k при $r \rightarrow 1$ ($k=1, 2$).

Из соотношения

$$a_k(\zeta)(1-r^2\zeta^2)^{-1} = a_k(\zeta) \sum_{k=0}^{\infty} (r\zeta)^{2k}$$

имеем $\tilde{c}_n^k(r) = \sum_{i=0}^{\infty} a_{n-2i}^k r^{2i}$, и поэтому

$$c_n^k = \lim_{r \rightarrow 1} \sum_{i=0}^{\infty} a_{n-2i}^k r^{2i} \quad (k=1, 2). \quad (24)$$

Пользуясь (24) и переходя к пределу при $r \rightarrow 1$ в тождестве

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_{n-j-2i}^1 r^{2i} = \sum_{i=0}^j a_{n-j-2i}^1 r^{2i} + r^{2j+2} \sum_{i=0}^{\infty} a_{n-2-j-2i}^1 r^{2i}$$

$$0 < r < 1, j \geq 0,$$

получаем

$$c_{n+j}^1 = \sum_{i=0}^j a_{n-j+2i}^1 + c_{n-2-j}^1 \quad (j \geq 0). \quad (25)$$

Теперь, пользуясь (8), (9), (15) и рассуждениями, аналогичными тем, которыми мы воспользовались при доказательстве (19), получим

$$\begin{aligned}
 g_n^1 &= - \sum_{j=0}^{\infty} c_{n-2-j}^1 q_j^1 + \sum_{j=0}^{\infty} c_{n+j}^1 q_{-j-1}^2 = \\
 &= - \sum_{j=0}^{\infty} c_{n-2-j}^1 \sum_{m=j}^{\infty} b_{m-j}^1 y_m^+ + \sum_{j=0}^{\infty} c_{n+j}^1 \sum_{m=j}^{\infty} b_{m-j}^1 y_m^+ = \\
 &= \sum_{m=0}^{\infty} y_m^+ \sum_{j=0}^m b_{m-j}^1 [c_{n+j}^1 - c_{n-2-j}^1],
 \end{aligned}$$

где q_n^* — n -ые коэффициенты Фурье функции q_k ($k=1, 2$).

Подставляя (25) в последнее равенство, получим (21).

Аналогично доказывается (22).

Запишем теперь уравнение (4) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \sum_{m=0}^{\infty} (t_{n-m}^1 + h_{n+m}^1) y_m + \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_{n,m}^1 y_m + \sum_{m=-\infty}^{-1} (t_{n-m}^2 + h_{n+m}^2) y_m + \\
 + \sum_{m=-\infty}^{-1} \Psi_{n,m}^2 y_m = r_n \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots).
 \end{aligned} \quad (26)$$

Как видно из формул (19)–(22), левая часть (26) равна n -тому коэффициенту Фурье функции $Ky = f_1 + f_2 + g_1 + g_2$. Пользуясь равенством Парсеваля и формулами (10)–(16), получим

$$\|Ly\|_{L_2} = \|Ky\|_{L_2} \leq \left(\sum_{k=1}^2 \|t_k\|_{L_2} + \|h_k\|_{L_2} + 2 \|c_k\|_{L_2} \|b_k\|_{L_2} \right) \|y\|_{L_2},$$

что окончательно доказывает лемму.

3°. Перейдем теперь к доказательству основного результата.

Доказательство теоремы. В силу леммы и представления (4) в виде (26), уравнение (4) равносильно следующему:

$$Ky \equiv f_1 + f_2 + g_1 + g_2 = r, \quad (27)$$

где $r(\zeta)$ — функция из $L_2(\Gamma)$ с коэффициентами Фурье, равными r_n .

Подставляя в (27) значения f_k, g_k ($k=1, 2$) (см. формулы (10)–(16)), мы приходим к следующей граничной задаче относительно пары аналитических, соответственно внутри и вне единичного круга, функций $y_{\pm}(z)$:

$$\begin{aligned}
 Ky \equiv & \left[t_1(\zeta) + \frac{\zeta^2 a_1(\zeta) b_1(\zeta^{-1})}{2(\zeta^2 - 1)} \right] y_+(\zeta) + \left[h_1(\zeta) - \frac{a_1(\zeta) b_1(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)} \right] y_+(\zeta^{-1}) + \\
 & + \frac{\zeta^2 a_1(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)} \cdot \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{b_1(\eta^{-1}) y_+(\eta) + (\zeta \eta)^{-1} b_1(\eta) y_+(\eta^{-1})}{\eta - \zeta} d\eta + \\
 & + \left[-t_2(\zeta) + \frac{a_2(\zeta) b_2(\zeta^{-1})}{2(\zeta^2 - 1)} \right] y_-(\zeta) + \left[-h_2(\zeta) - \frac{\zeta^2 a_2(\zeta) b_2(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)} \right] y_-(\zeta^{-1}) - \\
 & - \frac{\zeta^2 a_2(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)} \cdot \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{b_2(\eta) y_-(\eta^{-1}) + (\zeta \eta)^{-1} b_2(\eta^{-1}) y_-(\eta)}{\eta - \zeta} d\eta = r(\zeta).
 \end{aligned} \quad (28)$$

Подставляя в (28) $y_- = P_- y = 1/2 (J + S)$ и выделяя стандартным путем (см., например, [1]), вполне непрерывные части, пользуясь компактностью операторов $aS - Sa$ и $S + WSW^{-1}$ в $L_2(\Gamma)$ (здесь $a(\zeta) \in C(\Gamma)$, $(Wy)(\zeta) = y(\zeta^{-1})$ — оператор обратного сдвига Карлемана), получим

$$Ky \equiv a(\zeta) Jy + b(\zeta) Wy + c(\zeta) Sy + d(\zeta) WSy + Dy = r, \quad (29)$$

где

$$a(\zeta) = \frac{t_1(\zeta)}{2} + \frac{\zeta^2 a_1(\zeta) b_1(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)} + \frac{t_2(\zeta)}{2} - \frac{a_2(\zeta) b_2(\zeta^{-1})}{2(\zeta^2 - 1)}, \quad (30)$$

$$b(\zeta) = \frac{h_1(\zeta)}{2} - \frac{a_1(\zeta) b_1(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)} + \frac{h_2(\zeta)}{2} + \frac{\zeta^2 a_2(\zeta) b_2(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)}, \quad (31)$$

$$c(\zeta) = \frac{t_1(\zeta)}{2} + \frac{\zeta^2 a_1(\zeta) b_1(\zeta^{-1})}{2(\zeta^2 - 1)} - \frac{t_2(\zeta)}{2} + \frac{a_2(\zeta) b_2(\zeta^{-1})}{2(\zeta^2 - 1)}, \quad (32)$$

$$d(\zeta) = \frac{h_1(\zeta)}{2} - \frac{a_1(\zeta) b_1(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)} - \frac{h_2(\zeta)}{2} - \frac{\zeta^2 a_2(\zeta) b_2(\zeta)}{2(\zeta^2 - 1)}, \quad (33)$$

а D — вполне непрерывный оператор на $L_2(\Gamma)$.

Левая часть (29) является сингулярным интегральным оператором со сдвигом Карлемана $a(\zeta) = \zeta^{-1}$.

Как известно, необходимым и достаточным условием нетеровости этого оператора является (см. § 32 [4])

$$\Delta(\zeta) = \det \begin{pmatrix} a(\zeta^{-1}) + c(\zeta^{-1}) & b(\zeta) + d(\zeta) \\ b(\zeta^{-1}) - d(\zeta^{-1}) & a(\zeta) - c(\zeta) \end{pmatrix} \neq 0. \quad (34)$$

При выполнении (34) индекс $\kappa = \text{Ind } K$ равен $\text{Ind } \Delta(\zeta)$ ($|\zeta| = 1$). Понятно, что (34) является необходимым и достаточным условием нетеровости и для оператора L , причем $\text{Ind } L = \text{Ind } K = \kappa$. Подставляя (30)–(33) в (34), получим (17) и (18) и, тем самым, завершим доказательство теоремы.

4°. В случае аналога дискретного уравнения Винера—Хопфа, т. е. системы

$$\sum_{m=0}^{\infty} s_{n,m} y_m = r_n \quad (n=0, 1, 2, \dots), \quad (35)$$

ситуация сводится к (4). Приведем строгие рассуждения.

Пусть $L_1(l_2 \rightarrow l_2)$ — оператор, задаваемый равенством

$$z_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (t_{n-m}^1 + h_{n+m}^1 + \Psi_{n,m}^1) y_m \quad (z = L_1 y = \{z_n\}_{n=-\infty}^{\infty}),$$

а $\Pi^{\pm}$ — проекторы подпространств $l_2^{\pm}$ ($l_2^+ = \{y \in l_2; y_n = 0 \text{ при } n < 0\}$, $l_2^- = (l_2^+)^{\perp}$). Левая часть (35) задается оператором $\Pi^+ L_1(l_2^+ \rightarrow l_2^+)$, которая, как нетрудно проверить, нетерова лишь одновременно с оператором $L_1 \Pi^+ + \Pi^- (l_2 \rightarrow l_2)$ и в этом случае их индексы и дефектные числа равны. Взяв в (5) $h_n^2 = \Psi_{n,m}^2 = 0$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots; m = -1, -2, \dots$) и $t_0^2 = 1, t_n^2 = 0$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$), получим $L = L_1 \Pi^+ + \Pi^-$.

Из сказанного ясно, что условие нётеровости можно получить из (17), подставляя $h_2(\zeta) = a_2(\zeta) = b_2(\zeta) = 0$ и $t_2(\zeta) = 1$. Следовательно, уравнение (35) нётерово тогда и только тогда, когда

$$\Delta(\zeta) = t_1(\zeta) - \frac{\zeta^2}{1-\zeta^2} a_1(\zeta) b_1(\zeta^{-1}) \neq 0. \quad (36)$$

Соответственно, индекс уравнения (35) равен $\kappa = -\text{Ind } \Delta(\zeta)$.

5°. Приведем некоторые замечания по поводу возможных обобщений и ослабления налагаемых ограничений на коэффициенты уравнения (4).

Замечание 1. Можно рассматривать уравнение (4) с коэффициентами, равными (см. (6), (7))

$$s_{n,m} = \begin{cases} t_{n-m}^1 + h_{n+m}^1 + \sum_{j=1}^{k_1} \Psi_{n,m}^{1,j} & m \geq 0 \\ t_{n-m}^2 + h_{n+m}^2 + \sum_{j=1}^{k_2} \Psi_{n,m}^{2,j} & m < 0. \end{cases} \quad (37)$$

Нетрудно понять, что теорема справедлива и в этом случае. Условие (17) примет следующий вид:

$$\Delta(\zeta) = \det \begin{bmatrix} t_1(\zeta^{-1}) - \frac{\sum_{j=1}^{k_1} a_{1,j}(\zeta^{-1}) b_{1,j}(\zeta)}{\zeta^2 - 1} & h_1(\zeta) - \frac{\sum_{j=1}^{k_1} a_{1,j}(\zeta) b_{1,j}(\zeta)}{\zeta^2 - 1} \\ h_2(\zeta^{-1}) - \frac{\sum_{j=1}^{k_2} a_{2,j}(\zeta^{-1}) b_{2,j}(\zeta^{-1})}{\zeta^2 - 1} & t_2(\zeta) - \frac{\sum_{j=1}^{k_2} a_{2,j}(\zeta) b_{2,j}(\zeta^{-1})}{\zeta^2 - 1} \end{bmatrix} \neq 0. \quad (38)$$

Замечание 2. Для уравнения

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} s_{n,m} y_m + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{s}_{n,m} \bar{y}_m = r_n \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (39)$$

где $s_{n,m}$ такого же вида, что и $s_{n,m}$, можно получить аналогичные результаты, ибо предложенный метод позволяет свести это уравнение к сингулярному интегральному уравнению с обратным сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции, теория Нетера которого дана в § 8 [4].

Замечание 3. Мы выбирали условия на уравнение (4) таким образом, чтобы коэффициенты оператора K оказались непрерывными, а нехарактеристический член Dg — вполне непрерывным. Поэтому в теореме предполагается непрерывность функций $s_k(\zeta)$ ($k=1, 2$). Судя по формуле (17), эта теорема должна быть справедлива и при более слабых предположениях (за счет условий на b_k ($k=1, 2$)).

Замечание 4. Разумеется, соответствующие результаты могут быть без труда сформулированы и для дискретного аналога парных интегральных уравнений, т. е. когда в уравнении (4)

$$s_{n,m} = \begin{cases} t_{n-m}^1 + h_{n+m}^1 + \Psi_{n,m}^1, & n \geq 0 \\ t_{n-m}^2 + h_{n+m}^2 + \Psi_{n,m}^2, & n < 0. \end{cases} \quad (40)$$

Автор выражает благодарность А. Б. Нерсисяну за постановку задачи и обсуждения.

Институт математики
АН Армянской ССР

Поступила 18.V.1984

Ա. Հ. ՔԱՄԱԼԻԱՆ. Հստակա գումարա-տարբերակային կորիզով ինտեգրալ հավասարումների դիսկրետ անալոգի ներմալ լուծելիության մասին (ամփոփում)

Աշխատանքում դիտարկվում է հանրահաշվական գույք տիպի հավասարումների համակարգ $s_{n,m}$ գործակիցներով, որոնք բավարարում են

$$s_{n,m} + s_{n,m-2} - s_{n-1,m-1} - s_{n+1,m-1} = a_n b_m$$

նույնությանը, Բացահայտվում են նորմալ լուծելիության պայմանները և գտնվում է հավասարման ինդեքսը՝ l_2 դասում:

A. G. KAMALIAN. *About the normal solvability of the discrete versions of integral equations with almost summable-difference kernel* (summary)

In the paper infinite system of pair type algebraical equations with coefficients $s_{n,m}$ satisfying

$$s_{n,m} + s_{n,m-2} - s_{n-1,m-1} - s_{n+1,m-1} = a_n b_m$$

are considered. Conditions for normal solvability and the index of the equations in l_2 are found.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. Г. Камалин, А. Б. Нерсисян. Об обращении интегральных операторов с почти разностно-суммарным ядром, Изв. АН Арм. ССР, «Математика», XIX, № 3, 1984.
2. А. Б. Нерсисян, А. А. Папоян. Построение матрицы, обратной сумме матриц Тейлора и Ганкеля, Изв. АН Арм.ССР, «Математика», XVIII, № 2, 1983, 150—160.
3. К. Гофман. Банаховы пространства аналитических функций, М., ИИЛ, 1975.
4. Г. С. Литвинчук. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом, М., «Наука», 1977.