ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մաթեմատիկա XIV, № 6, 1979 Математика

Э. П. МЕЛИКСЕТЯН

# ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В КЛАССЕ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Обозначим через $\tilde{L}_1$ класс $n$-мерных вектор-функций, определенных в полуплоскости $y>0$ и удовлетворяющих условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |U(x, y)|\, dx < \text{const}. \tag{1}$$

В работе рассматривается следующая задача.

Найти в области $y>0$ дважды непрерывно дифференцируемое решение $U(x, y)=\{U_1(x, y),\cdots, U_n(x, y)\}$ эллиптической системы

$$AU_{xx} + BU_{xy} + CU_{yy} = 0, \tag{2}$$

принадлежащее классу $\tilde{L}_1$ и удовлетворяющее граничному условию

$$U(x, y)|_{\Gamma} = f(x), \quad -\infty < x < \infty, \tag{3}$$

которое понимается в следующем смысле:

$$\lim_{y\to 0}\int_{-\infty}^{+\infty} |U(x, y) - f(x)|\, dx = 0, \tag{4}$$

где $A$, $B$ и $C$ — постоянные действительные квадратные матрицы $n$-го порядка, а $f(x) = \{f_1(x),\cdots, f_n(x)\} \in L_1(-\infty, \infty)$.

В работе установлена следующая

Теорема. *Если задача Дирихле для системы* (2) *удовлетворяет условию Я. Б. Лопатинского, то задача* (2)—(3) *имеет единственное решение.*

Доказательство. Рассмотрим первоначально случай, когда характеристическое уравнение

$$\det(A+2B\lambda + C\lambda^2) = 0 \tag{5}$$

системы (2) имеет только простые корни.

Пусть $\lambda_1,\cdots,\lambda_n$ — корни уравнения (5) с положительными мнимыми частями.

Тогда общее решение системы (2) дается формулой (см. [1])

$$U(x, y) = \mathrm{Re}\sum_{j=1}^{n} \delta_j\, \omega_j(x+\lambda_j y),$$

где $\omega_j(x+\lambda_j y)$ — произвольные аналитические функции относительно $x+\lambda_j y$ в верхней полуплоскости, а $\delta_1,\cdots,\delta_n$ — постоянные $n$-мерные векторы, которые определяются через коэффициенты системы (2). Условие Лопатинского совпадает с условием линейной независимости $n$-мерных векторов $\delta_1,\cdots,\delta_n$.

Построим частное решение задачи (2)—(3), пока в предположении, что $\omega_j(z)$ непрерывны и ограничены в $\operatorname{Im} z \geqslant 0$, а $f(x)$ — финитная, бесконечно дифференцируемая функция. Под $\omega_j(x)$ понимаем предельное значение $\omega_j(z)$ при $z \to x$, $\operatorname{Im} z > 0$.

Подставляя общее решение (6) в граничное условие (3), получим

$$\operatorname{Re}\sum_{j=1}^{n}\delta_j\omega_j(x)=f(x), \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\delta_j\,\omega_j(z)=\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(t)\,dt}{t-z}+ic, \tag{8}$$

$$\omega(t)=\delta^{-1}\left(\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(t)\,dt}{t-z}+iC\right), \tag{9}$$

где $\delta$ — матрица, состоящая из столбцов $\delta_1,\cdots,\delta_n$.

Общее решение (6) представим в виде

$$U(x,y)=\operatorname{Re}\sum_{j=1}^{n}\delta_j\,\omega_j(z)+\operatorname{Re}\sum_{j=1}^{n}\delta_j\,[\omega_j(x+\lambda_j y)-\omega_j(z)]. \tag{10}$$

Из (8) и (9) имеем

$$U(x,y)=\operatorname{Re}\left(\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(t)\,dt}{t-z}\right)+\operatorname{Re}\sum_{j=1}^{n}\delta_j\left[\alpha_j\cdot\frac{1}{\pi i}\times\right.$$

$$\left.\times\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{t-x-\lambda_j y}-\frac{1}{t-x-iy}\right)f(t)\,dt\right], \tag{11}$$

где $\alpha_1,\cdots,\alpha_n$ — строки матрицы $\delta^{-1}$.

Формулу (11) запишем в виде

$$U(x,y)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{yf(t)\,dt}{(t-x)^2+y^2}+$$

$$+\operatorname{Re}\sum_{j=1}^{n}\delta_j\left[\frac{\alpha_j}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{t-x-\lambda_j y}-\frac{1}{t-x-iy}\right)f(t)\,dt\right]. \tag{12}$$

Теперь в формуле (12) возьмем $f(x)\in L_1(-\infty,\infty)$ и покажем, что $U(x,y)\in\widetilde{L}_1$ и удовлетворяет условию (4).

Ясно, что $U(x,y)$, заданная формулой (12), можно записать в виде (6), где $\omega_j(z)$ определяются из (9). Поэтому $U(x,y)$ удовлетворяет системе (2). Покажем принадлежность классу $\widetilde{L}_1$ первого слагаемого в правой части выражения (12).

Действительно

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{yf(t)\,dt}{(t-x)^2+y^2}\right|dx=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|f(t)|\,dt\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{y\,dx}{(t-x)^2+y^2}=$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|f(t)|\,dt=\mathrm{const}<\infty. \tag{13}$$

Воспользовавшись оценкой

$$C_2|x+iy|<|x+\lambda y|\leqslant C_1|x+iy|, \tag{14}$$

где $C_1$ и $C_2$ — некоторые положительные постоянные, аналогично можно показать, что второе слагаемое правой части (12) также принадлежит классу $\widetilde{L}_1$. Следовательно $U(x, y)\in\widetilde{L}_1$.

Теперь покажем, что имеет место условие (4). Ясно, что

$$f(x)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{yf(x)\,dt}{(t-x)^2+y^2}\ \text{и}\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{t-x-\lambda_j y}-\frac{1}{t-x-iy}\right)f(x)\,dt=0. \tag{15}$$

Используя равенства (15) и формулу (12), получим

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|U(x, y)-f(x)|\,dx=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{y[f(t)-f(x)]\,dt}{(t-x)^2+y^2}+\right.$$

$$\left.+\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{n}\delta_j\left|\frac{\alpha_j}{\pi i}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{t-x-\lambda_j y}-\frac{1}{t-x-iy}\right)(f(t)-f(x))\,dt\right|\right|dx\leqslant$$

$$\leqslant V_1(y)+V_2(y), \tag{16}$$

где

$$V_1(y)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left\{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{y\,|f(t)-f(x)|\,dt}{(t-x)^2+y^2}\right\}dx, \tag{17}$$

а

$$V_2(y)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left\{\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{n}\left|\delta_j\cdot\frac{\alpha_j}{\pi i}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{(\lambda_j-i)\,y[f(t)-f(x)]}{(t-x-\lambda_j y)(t-x-iy)}\right|\right\}dx. \tag{18}$$

Покажем, что $V_1(y)$ и $V_2(y)$ стремятся к нулю при $y\to 0$. Обозначим $t-x=y\tau$. Тогда будем иметь

$$V_1(y) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{|f(x+\tau y)-f(x)|}{\tau^2+1}\,d\tau dx =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\tau}{\tau^2+1}\int_{-\infty}^{+\infty}|f(x+\tau y)-f(x)|\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{-R}^{+R}\frac{d\tau}{\tau^2+1}\int_{-\infty}^{+\infty}|f(x+\tau y)-$$

$$-f(x)|\,dx + \frac{1}{\pi}\int_{|\tau|>R}\frac{d\tau}{\tau^2+1}\int_{-\infty}^{+\infty}|f(x+\tau y)-f(x)|\,dx. \tag{19}$$

Ясно, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|f(x+\tau y)-f(x)|\,dx \leqslant 2\int_{-\infty}^{+\infty}|f(x)|\,dx. \tag{20}$$

Так как $f(x)\in L_1(-\infty, \infty)$, то (см. [2])

$$\lim_{\nu\to 0}\int_{-\infty}^{+\infty}|f(x+\nu)-f(x)|\,dx = 0. \tag{21}$$

Из (20) следует, что для любого $\frac{\varepsilon}{2}$ можно указать такое число $R>0$, что второе слагаемое в правой части выражения (19) меньше $\frac{\varepsilon}{2}$. Пусть число $R$ выбрано таким образом. Тогда из равенства (21) следует, что существует такое $\delta>0$, что при $0<y<\delta$ первое слагаемое правой части выражения (19) можно сделать меньше $\frac{\varepsilon}{2}$.

Следовательно, $V_1(y)<\varepsilon$ при $0<y<\delta$, это и означает, что $V_1(y)\to 0$ при $y\to 0$.

Используя оценку (14) можно заметить, что

$$V_2(y) \leqslant CV_1(y), \tag{22}$$

где $C$ — некоторая постоянная.

Так как $V_1(y)\to 0$ при $y\to 0$, то из (22) вытекает, что $V_2(y)$ также стремится к нулю при $y\to 0$.

Итак показано, что формула (12) является решением задачи (2)—(3) в классе суммируемых функций, когда характеристическое уравнение (5) системы (2) имеет только простые корни.

Рассмотрим случай, когда характеристическое уравнение (5) системы (2) имеет кратные корни. Общее решение при кратных корнях дается формулой (см. [1])

$$U(x, y) = \mathrm{Re}\sum_{j=1}^{s}\sum_{r=1}^{k_j}\delta_{jr}\Big[\omega_{jr}(x+\lambda_j y) + \sum_{p=1}^{r-1}\beta_{jr}^{(p)}y^p\omega_{j,r-p}^{(p)}(x+\lambda_j y)\Big] + a, \tag{23}$$

где $\lambda_1, \cdots, \lambda_{\nu_0}$ — корни характеристического уравнения (5) с положительными мнимыми частями, а $k_1, \cdots, k_{\nu_0}$ — их кратность. $\omega_{jr}(x+\lambda_j y)$ — произвольные аналитические функции относительно $x+\lambda_j y$, а $\alpha$ — произвольный действительный вектор.

В формуле (23) $n$-мерные векторы $\delta_{jr}$ и числа $\beta_{jr}^{(p)}$ определяются через коэффициенты системы (2), а условие Я. Б. Лопатинского совпадает с условием линейной независимости векторов

$$\delta_{jr}(j=1,\cdots,\ \nu_0;\ r=1,\cdots,\ k_j).$$

Подставляя общее решение (23) в граничное условие (3), получим

$$\operatorname{Re}\left[\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\delta_{jr}\omega_{jr}(x)+\alpha\right]=f(x), \tag{24}$$

где пока допускается непрерывность и ограниченность производных функций $\omega_{jr}(z)$ в $\operatorname{Im} z\geqslant 0$, а $f(x)$ считается финитной, бесконечно дифференцируемой вектор-функцией.

Из (24) имеем

$$\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\delta_{jr}\omega_{jr}(z)+\alpha=\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(t)\,dt}{t-z}+ic, \tag{25}$$

$$\omega(z)=\delta^{-1}\left(\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(t)\,dt}{t-z}+ic-\alpha\right). \tag{26}$$

Подставляя $\omega(z)$ из (26) в (23) и используя равенство (25), получим

$$U(x,y)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{yf(t)\,dt}{(t-x)^2+y^2}+\operatorname{Re}\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\delta_{jr}\left[\frac{\overline{\alpha_{jr}}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{t-x-\lambda_j y}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{t-x-iy}\right)f(t)\,dt\right]+\operatorname{Re}\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\delta_{jr}\left[\sum_{p=1}^{r-1}\beta_{jr}^{(p)}\frac{\overline{\alpha_{j,r-p}}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{y^p f_j(t)\,dt}{(t-x-\lambda_j y)^{p+1}}\right]. \tag{27}$$

Покажем, что вектор-функция (27) есть решение задачи (2)—(3).

Обозначим

$$I(x,y)=\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{y^p f_j(t)\,dt}{(t-x-\lambda_j y)^{p+1}}\ (p=1,\ 2,\cdots,\ r-1). \tag{28}$$

Представим интеграл (28) следующим образом:

$$I(x,y)=\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{y^p[f_j(t)-f_j(x)]\,dt}{(t-x-\lambda_j y)^{p+1}}+\frac{1}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{y^p f_j(x)\,dt}{(t-x-\lambda_j y)^{p+1}}. \tag{29}$$

Второе слагаемое правой части (29) равно нулю по теореме о вычетах.

То обстоятельство, что $I(x, y) \in \widetilde{L}_1$, доказывается аналогично оценке (13). Теперь покажем, что имеет место условие (4)

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{y^p[f_j(t)-f_j(x)]\,dt}{(t-x-\lambda_j y)^{p+1}}\right|dx \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left\{\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{y^p|f_j(t)-f_j(x)|\,dt}{[(t-x)^2+y^2]^{\frac{p+1}{2}}}\right\}dx \leqslant$$

$$\leqslant \frac{C_1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\tau}{(\tau^2+1)^{\frac{p+1}{2}}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|f_j(x+\tau y)-f_j(x)|\,dx. \tag{30}$$

Отсюда следует, что $I(x, y)\to 0$ при $y\to 0$ в классе $L_1(-\infty, \infty)$. Следовательно, вектор-функция $U(x, y)$, заданная формулой (27), является решением задачи (2)—(3) в классе $\widetilde{L}_1$.

Докажем единственность решения задачи (2)—(3). Для этого достаточно показать, что однородная задача (2)—(3), $(f(x)\equiv 0)$ имеет только тривиальное решение.

Пусть вектор-функция $U(x, y)$ является решением однородной задачи (2)—(3). Покажем, что вектор-функция $U(x, y)$ ограничена в любой полуплоскости $y>h$, где $h>0$.

Пусть $P(x, y)$ является фундаментальной матрицей решения системы (2), а $\rho(x, y)$ — финитная бесконечно дифференцируемая функция, удовлетворяющая условию

$$\rho(x, y) = \begin{cases} 1 \text{ при } x^2+y^2\leqslant 1/4, \\ 0 \text{ при } x^2+y^2 \geqslant 1. \end{cases} \tag{31}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} L(U) &= AU_{xx} + BU_{xy} + CU_{yy}, \\ L^*(U) &= U_{xx}A + U_{xy}B + U_{yy}C. \end{aligned} \tag{32}$$

Пусть $(x_0, y_0)$ — точка в верхней полуплоскости $y>0$; $y_0>h$. Удалим из области $y>0$ круг $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2\leqslant\varepsilon^2$ достаточно малого радиуса $\varepsilon$ и для оставшейся части $D_\varepsilon$ области $y>0$, применяя формулу Грина для интеграла

$$\iint\limits_{D_\varepsilon}\left[L(U)\,\rho\left(\frac{x-x_0}{h}, \frac{y-y_0}{h}\right)P(x-x_0, y-y_0)-\right.$$

$$\left.-U(x, y)\,L^*\left(\rho\left(\frac{x-x_0}{h}, \frac{y-y_0}{h}\right)P(x-x_0, y-y_0)\right)\right]dxdy \tag{33}$$

и устремляя $\varepsilon$ к нулю, получим (см. [3]) из (33)

$$U(x_0, y_0) = -\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\int_0^{+\infty} U(x, y)\, L^*\left[\rho\left(\frac{x-x_0}{h}, \frac{y-y_0}{h}\right)\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times P(x-x_0, y-y_0)\right] dy\right\} dx. \quad (34)$$

Обозначим

$$L^*\left[\rho\left(\frac{x-x_0}{h}, \frac{y-y_0}{h}\right) P(x-x_0, y-y_0)\right] \equiv M(x, y, x_0, y_0). \quad (35)$$

Так как $L(U)=0$, $L^*(P)\equiv 0$ при $y>0$, то из (31) имеем

$$|M(x, y, x_0, y_0)| \leqslant C, \text{ при } (x-x_0)^2+(y-y_0)^2 \leqslant h^2, \quad (36)$$

$$M(x, y, x_0, y_0) = 0, \text{ при } (x-x_0)^2+(y-y_0)^2 \geqslant h^2, \quad (37)$$

где $C$ — некоторая постоянная. Поэтому формулу (34) можно написать в виде

$$U(x_0, y_0) = \int_{y_0-h}^{y_0+h} dy \int_{x_0-h}^{x_0+h} U(x, y)\, M(x, y, x_0, y_0)\, dx. \quad (38)$$

Из (36), (37) и (38) получим

$$|U(x_0, y_0)| \leqslant C\int_{y_0-h}^{y_0+h} dy \int_{y_0-h}^{y_0+h} |U(x, y)|\, dx \leqslant C\int_{y_0-h}^{y_0+h} dy \int_{-\infty}^{+\infty} |U(x, y)|\, dx. \quad (39)$$

Так как $U(x, y)\in\widetilde{L}$, то из (39) вытекает, что

$$|U(x_0, y_0)| < C_1 \text{ при } y_0 \geqslant h, \ -\infty < x_0 < \infty,$$

где $C_1$ — некоторая постоянная.

Следовательно, функция $U(x_0, y_0)$ ограничена в полуплоскости $y>h$.

Пусть

$$W_h(x, y) = U(x, y+h). \quad (40)$$

Ясно, что $W_h(x, y)$ удовлетворяет системе

$$A\frac{\partial^2 W_h}{\partial x^2} + B\frac{\partial^2 W_h}{\partial x \partial y} + C\frac{\partial^2 W_h}{\partial y^2} = 0 \quad (41)$$

и граничному условию

$$W_h(x, 0) = U(x, h), \quad (42)$$

а также ограничена в полуплоскости $y>0$.

В работе [4] доказано, что решение задачи (41) — (42) в классе ограниченных функций единственно и дается формулой

$$W_h(x, y) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{yU(t, h)\,dt}{(t-x)^2+y^2} + \operatorname{Re}\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\delta_{jr}\left[\frac{a_{jr}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{t-x-\lambda_j y} - \right.\right.$$

$$-\frac{1}{t-x-iy}\Big)\,U(t,\,h)\,dt\,\Big|+\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{\nu_0}\sum_{r=1}^{k_j}\delta_{jr}\Big[\sum_{p=1}^{r-1}\beta_{jr}^{(p)}\,\frac{\alpha_{j,\,r-p}}{\pi i}\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{y^p\,U_j(t,\,h)\,dt}{(t-x-\lambda_j y)^{p+1}}\Big]. \tag{43}$$

Имея в виду, что $U(x,\,h)\to 0$ при $h\to 0$ в смысле $L_1(-\infty,\,\infty)$, из (43) следует

$$\lim_{h\to 0} W_h(x,\,y)=0. \tag{44}$$

Из (40) и (44) получим

$$U(x,\,y)=\lim_{h\to 0} U(x,\,y+h)=\lim_{h\to 0} W_h(x,\,y)=0. \tag{45}$$

Тем самым единственность решения задачи (2) — (3) установлена. Таким образом, теорема полностью доказана.

В заключение выражаю глубокую благодарность моему научному руководителю Н. Е. Товмасяну за постановку задачи и постоянное внимание при ее выполнении.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступила 25.I.1978

Է. Պ. ՄԵԼԻՔՍԵԹՅԱՆ. Դիրիխլեի խնդիրը երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների էլիպտիկ սիստեմների համար ինտեգրալի ֆունկցիաների դասում *(ամփոփում)*

*Աշխատանքում դիտարկվում է հետևյալ խնդիրը. վերին կիսահարթությունում գտնել $AU_{xx}+BU_{xy}+CU_{yy}=0$ էլիպտիկ սիստեմի լուծումը, որը բավարարում է $U(x,\,y)|_\Gamma=f(x)$ եզրային պայմանին, որտեղ*

$$U(x,\,y)=\{U_1(x,\,y),\cdots,\,U_n(x,\,y)\}\in\tilde{L},\ \text{և}\ f(x)=\{f_1(x),\cdots,\,f_n(x)\}\in L(-\infty,\,\infty).$$

*$\tilde{L}$ դասը վերին կիսահարթությունում $n$-չափանի վեկտոր-ֆունկցիաների դաս է որոշված և բավարարում է հետևյալ պայմանին*

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|U(x,\,y)|\,dx<\text{const}:$$

*Ստացված է խնդրի լուծման բանաձևը:*

E. P. MELIKSETIAN. *The Dirikhley's problem for elliptic systems of second order differential equations in the class $L_1(-\infty,\,\infty)$* (summary)

Let $\tilde{L}_1$ be the class of $n$-dimensional vector—functions, defined for $y>0$ and satisfying the inequality:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|U(x,\,y)|\,dx<\text{const}.$$

The following problem is considered: Find in the halfplane $y > 0$ the solution of the system

$$A U_{xx} + B U_{xy} + C U_{yy} = 0$$

which belongs to the class $\tilde{L}_1$ and satisfies the boundary condition

$$U(x, y)/_{\Gamma} = f(x),$$

where the vector-function $f(x) = \{f_1(x), \cdots, f_n(x)\} \in L_1(-\infty, \infty)$. Theorem: under Lopatinsky conditions the Dirikhley's problem has a unic solution.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Н. Е. Товмасян*. Общая краевая задача для эллиптических систем второго порядка с постоянными коэффициентами. Диф. уравнения, II, №№ 1, 2, 1966.
2. *А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин*. Элементы теории функций и функционального анализа. Изд. «Наука», 1976, 375—380.
3. *А. В. Бицадзе*. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. Изд. «Наука», 1966, 87—120.
4. *Э. П. Меликсетян*. Задача Дирихле для эллиптических систем дифференциальных уравнений второго порядка в верхней полуплоскости. Изв. АН Арм. ССР, сер. матем., XIV, № 5, 1979, 391—402.