

С. Г. ОВСЕПЯН

ОБ ОБРАЗЕ ЛОКАЛЬНО БИКОМПАКТНОГО ПРОСТРАНСТВА ПРИ НЕПРЕРЫВНОМ И ОТКРЫТОМ ОТОБРАЖЕНИИ

Как известно, непрерывный образ бикомпактного пространства бикомпактен также и без предположения хаусдорфовости.

Известно также, что в классе хаусдорфовых пространств, образ локально бикомпактного пространства при непрерывном и открытом отображении локально бикомпактен.

Приводимый ниже простой пример показывает, что в более широких классах топологических пространств последний факт может не иметь места. Это обусловлено тем, что нижеследующие два свойства топологического пространства:

(i) каждая точка обладает окрестностью, замыкание которой бикомпактно;

(ii) каждая точка обладает бикомпактной окрестностью;

будучи эквивалентными для хаусдорфовых пространств, могут не быть эквивалентными для нехаусдорфовых пространств, так как, хотя из (i) всегда следует (ii), но из (ii) не всегда следует (i).

Далее очевидно, что свойство (ii) произвольного топологического пространства всегда сохраняется при непрерывном и открытом отображении. Однако, как показывает приведенный ниже пример, этого нельзя утверждать относительно свойства (i).

Поводом для построения этого примера послужило сделанное в книге [1] неверное заключение (см. стр. 199), утверждающее, что образ произвольного локально бикомпактного пространства при непрерывном и открытом отображении является локально бикомпактным, причем, как обычно, локально бикомпактное пространство определяется как произвольное топологическое пространство, обладающее свойством (i).

Пусть Y — топологическое пространство, образованное множеством всех точек единичного замкнутого круга B с центром в начале координат и топологией на этом множестве, имеющей предбазу, состоящую из всех радиусов этого круга.

Легко видеть, что пространство Y обладает свойством (ii) и не обладает свойством (i). В самом деле, каждая точка этого пространства содержится в некотором радиусе круга B , служащем для нее бикомпактной открытой окрестностью. С другой стороны, так как одноточечное подмножество, состоящее из центра круга B всюду плотно в пространстве Y , то замыкание каждой окрестности произвольной точки пространства Y совпадает со всем пространством Y , которое небикомпактно (покрытие пространства

Y , состоящее из указанной предбазы топологии не содержит истинного подпокрытия).

Таким образом, Y не является локально бикompактным пространством, обладает свойством (ii), но не обладает свойством (i), следовательно, эти свойства в этом пространстве неэквивалентны.

Рассмотрим также топологическое пространство X , образованное множеством всех точек замкнутого концентрического кольца с центром в начале координат, с радиусами 2 и 3 и топологией на этом множестве, имеющей в качестве базы все одноточечные подмножества внутренней окружности и все замкнутые отрезки (отрезки $[a, b]$, см. рис. 1), являющиеся следами

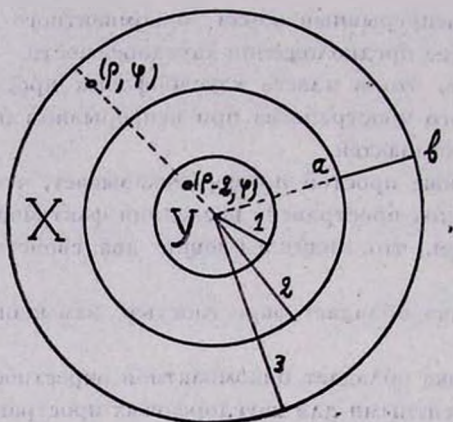


Рис. 1.

радиусов внешней окружности на это кольцо. Так как каждая точка пространства X содержится в некотором отрезке $[a, b]$, принадлежащем указанной базе, и, служащем для нее открыто-замкнутой, бикompактной окрестностью, то пространство X локально бикompактно.

Рассмотрим отображение $f: X \rightarrow Y$, которое произвольной точке пространства X с координатами (ρ, φ) в полярной системе координат, полюсом в начале координат, сопоставляет точку пространства Y , имеющую координаты $(\rho-2, \varphi)$ в той же системе координат.

Непосредственной проверкой легко убедиться, что f — непрерывное и открытое отображение.

Таким образом, пространство Y , которое не является локально бикompактным, является образом локально бикompактного пространства X при непрерывном и открытом отображении f .

Институт математики
АН Армянской ССР

Поступила 23.X.1975

Ս. Դ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ. Անընդհատ և բաց արտապատկերման դեպքում լոկալ բիկոմպակտ տարածարյան պատկերի մասին (ամփոփում)

Հոդվածում կառուցվում է օրինակ, որը ցույց է տալիս, որ լոկալ բիկոմպակտ տարածությունների անընդհատ և բաց արտապատկերման դեպքում կարող է լոկալ բիկոմպակտ

Արհեստի կատարման անթիվ հանդիսացել է [1] գրքում արված ոչ հիշյալ նշանակաշու-
թյունը, որը պնդում է թե լոկալ բիկոմպակտ տարածության պատկերն անընդհատ և բաց ար-
տադրանքների միջոցով միշտ լոկալ բիկոմպակտ է:

S. G. HOVSEPIAN. *On the image of locally bicomact space under continuous and open mapping (summary)*

An example is constructed, which proves that the image of a locally bicomact space needs not be locally bicomact under continuous and open mapping. This exam-
ple is constructed in connection with a wrong assertion contained in [1], which states
that the image of a locally bicomact space under continuous and open mapping is
necessariy locally bicomact.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Л. Келли. Общая топология, Изд. «Наука», М., 1968.