ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մաթեմատիկա XI, № 1, 1976 Математика

Р. А. АЛЕКСАНДРЯН, М. М. ДЖРБАШЯН, С. Н. МЕРГЕЛЯН, А. А. ТАЛАЛЯН

КРАТКИЙ ОБЗОР ОСНОВНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ В АРМЕНИИ ЗА ПЕРИОД С 1971 ПО 1975 ГОДЫ

В течение 1971—1975 годов в научных учреждениях и ВУЗ'ах республики продолжались научные исследования по математике как в направлениях, ставших уже традиционными (§§ 1—5), так и в ряде новых направлений (§§ 6—8).

Настоящий обзор ни в коей мере не претендует на полноту и, естественно, в определенной мере отражает научные интересы и вкусы его авторов.

§ 1. Общие вопросы теории функций комплексного переменного

1°. Теория мероморфных функций. В [1] дан обзор основных результатов автора по теории факторизации мероморфных функций. В отличие от классической теоремы Неванлинны о факторизации мероморфных функций ограниченного вида, развитая здесь теория классов $N(\omega)$ охватывает функции с произвольно быстро растущей характеристикой, а также функции с произвольно редким или произвольно плотным распределением нулей и полюсов. Опираясь на эту теорию, в [2], [3] было положено начало исследованию граничных свойств некоторых подклассов мероморфных функций ограниченного вида в терминах введенного авторами понятия ω-емкости.

В [4] исследованы граничные и некоторые другие свойства мероморфных в единичном круге функций, принадлежащих классам $N\{\omega\}$.

В [5] построены нового типа бесконечные произведения, принадлежащие классу $N\{\omega\}$, изучены асимптотические свойства этих произведений, а также некоторые другие вопросы, относящиеся к теории этих классов.

В [6] доказывается, что любая мероморфная в многосвязной области функция допускает представление в виде произведения функций, мероморфных в односвязных областях.

В случае кругового кольца получены первая и вторая основные теоремы, параметрическое представление мероморфных функций ограниченного вида, теорема типа Карлемана и т. д.

В [7] доказывается общая теорема о граничном поведении произвольной положительной и непрерывной в круге функции, а также мероморфных функций, удовлетворяющих некоторому интегральному условию, в терминах α-емкости.

В [8] построен пример мероморфной функции нулевого порядка с неасимптотическим дефектным значением.

2°. Теоремы единственности и граничные свойства аналитических и гармонических функций. В [9], [10] построен аппарат теории примыкания и единственности для общих рядов типа Дирихле—Тейлора для полосообразных областей, а также в том критическом случае, когда полоса вырождается в полуось, и поэтому известный метод Мандельбройта оказывается неприменимым даже в случае рядов Дирихле. Предложенная новая конструкция существенно опирается на построении системы, биортогональной с системой $\{e^{-\lambda_k x}x^{s_k-1}\}_1^\infty$.

В [11], опираясь на метод интегральных преобразований с ядрами Миттаг-Леффлера, установлены теоремы единственности типа Данжуа-Карлемана для некоторых общих классов функций, аналитических в угловых областях произвольного раствора на римановой поверхности логарифма.

В [12] получены новые применения функций типа Миттаг-Леффлера к построению аппарата формул и частично разложений типа Тейлора-Маклорена, ассоциированных со специальными дифференциальными операторами дробного порядка. Вводится также понятие $<\rho>$-абсолютно монотонной функции и доказывается их разложимость в обобщенный ряд типа Тейлора, откуда, в частности, следует известная теорема С. Н. Бернштейна об абсолютно монотонных функциях.

В [13], [14] изучены классы обобщенно-квазианалитических функций, введенные на основе определенных дифференциальных операций. Получены также критерии единственности для решения проблемы Ватсона на полуплоскости и для определенного класса аналитических функций.

В [15] понятие α-квазианалитичности, введенное М. М. Джрбашяном, распространяется на более широкий класс функций. С этой целью вводятся операторы последовательного дифференцирования в смысле Вейля порядков n/ρ $(n=0, 1, 2, \cdots)$, при $1/2<\rho<1$. Определяются соответствующие классы функций $C_\alpha\{[0, +\infty); M_n\}$ и $C_\alpha\{[0, +\infty); M_n\}$ в случае $-1<\alpha<0$ и указываются необходимые и достаточные условия для их α-квазианалитичности.

В [16], [16*] доказано, что любая голоморфная вне некоторого компакта E функция $f(z)$ комплексной плоскости $(E\subset(-\infty, +\infty))$ представима введенным ранее теми же авторами специальным рядом на верхней полуплоскости и в ряде областей, зависящих от E. Этот ряд находится в том же отношении к функции $f(z)$ на дополнении к E, как и ряды Фурье к периодическим функциям, в частности, для них имеют место такие основные свойства рядов Фурье, как принцип локализации Римана, критерий сходимости, оценка частных сумм, теорема Фейера о суммируемости рядов методом Фейера и т. д.

В [17] построены примеры гармонических и градиентных отображений трехмерного шара, обладающих максимальными особенностями у граничной сферы, в терминах криволинейных предельных множеств. Кроме того получены необходимые и достаточные условия на множество E из R^3, при которых любое непрерывное векторное поле на E допускает равномерную аппроксимацию градиентами гармонических в R^3 функций.

В [18] доказываются теоремы единственности для гармонических функций в различного типа областях вращения в трехмерном пространстве. Указываются близкие к точным скорости стремления к нулю гармонической функции и ее градиента при приближении к граничной точке, которые обеспечивают ее единственность. В [19] рассматриваются гармонические вне $(n-1)$-мерного диска, лежащего в гиперплоскости $x_n=0$, функции пространства R^n. Установлено, что если такая функция вместе со своей нормальной производной стремится к нулю при приближении к $(n-2)$-мерной границе диска с определенной скоростью, то она—тождественный нуль.

В [20] рассматривается класс гармонических в n-мерном шаре функций, допускающих специального вида интегральное представление через фиксированную неотрицательную меру и произвольную функцию, представимую в виде двух неотрицательных гармонических функций. При $n=2$ этот класс тесно связан с известным классом $N\{\omega\}$ мероморфных функций. Для этих классов получены некоторые результаты (в терминах, аналогичных мерам Хаусдорфа), касающиеся граничных значений.

В [37] приводится приложение теории обращения интеграла Фурье на системе лучей с помощью интегральных преобразований с ядром Миттаг-Леффлера и параметрического представления целых функций через их значения на системе лучей, к некоторым задачам теоретической радиофизики, а именно к расчету и синтезу антенн, имеющих форму звездообразной системы отрезков.

В [38] вводится понятие полуаналитических в бицилиндре функций $f(z_1, z_2)$ и доказывается теорема об их интегральном представлении, аналогичная представлению М. М. Джрбашяна гармонических в круге функций. Эта теорема является расширением известной теоремы Герглотца.

В [39] описаны крайние точки множества тех голоморфных в круге функций, значения которых лежат в выпуклом компакте.

3°. Биортогональные системы и их приложения. Основой для большинства исследований этого раздела служат основные результаты по гармоническому анализу в собственно комплексной области, развитые в более ранних исследованиях М. М. Джрбашяна [109], [214]. В [21], [22] изучается задача представления ядра Коши с помощью простейших рациональных дробей с фиксированными полюсами наперед заданной кратности. Сначала строится биортогональная с $\{r_k(z)\}_1^\infty$ система $\{\Omega_k(z)\}_1^\infty$, указывается явная формула для представления ядра Коши и доказывается ряд следствий из него. Затем, отправляясь от этой системы, по произвольно заданному ограниченному континууму строится простейшая система рациональных дробей и биортогональная с ней система, которые позволяют установить искомое представление.

В [23] изучается вопрос о разрешимости общей интерполяционной задачи с узлами ограниченной кратности в классах Харди. Опираясь на построенные ранее автором специальные системы аналитических и ограниченных в единичном круге функции $\{r_k(z)\}_1^\infty$ и $\{\Omega_k^*(z)\}_1^\infty$, образующих на границе биортогональную систему, предложен новый аналитический метод решения этой задачи в классе H_2.

В [24], опираясь на методику и результаты работ [21—23], исследуется вопрос о базисности неполной системы простейших рациональных функций $r_k(z)$ с заданными полюсами, в их замкнутой линейной оболочке, для случая негильбертовых классов Харди в предположении, что исходная последовательность точек удовлетворяет условию отделимости Карлесона. В [25] исследован аналогичный вопрос о базисности неполной системы функций в подпространствах известных классов $E_p(1<p<+\infty)$ аналитических в односвязной области G функций с границей Ляпунова в метрике L_p. В [26] доказывается, что выполнимость условия Карлесона необходима и достаточна для того, чтобы система $r_k(z)$ и биортогональная с ней система образовывала базис в их линейной оболочке и в том случае, когда каждое из чисел исходной последовательности может много раз повторяться. Такого же характера результаты получены относительно базисности системы, являющейся существенным обобщением полиномов Фабера, введенных в работе [21].

§ 2. Теория приближений в комплексной области

1°. Равномерные и касательные приближения. Задача о возможности равномерного приближения аналитическими в данной области функциями на относительно замкнутых подмножествах области была ранее решена в работе [27]. Ряд общих результатов и постановок новых задач относительно касательного приближения, а также новые подходы к решению этих задач содержатся в [28] и [29].

В [30] найдены необходимые и достаточные условия на замкнутое подмножество области, при которых возможно касательное приближение аналитическими в области функциями с произвольной скоростью касания. В терминах аналитической емкости в [31] получены необходимые и достаточные условия для равномерного и касательного приближения (для множеств без внутренних точек) произвольных непрерывных на замкнутом подмножестве функций мероморфными в области функциями.

В [32] указаны необходимые и достаточные условия на множество E, при которых возможно равномерное и касательное (с произвольной скоростью касания) приближения произвольных непрерывных на $E\subset G\subset R^n$ функций гармоническими в G функциями.

В [33] изучена новая задача приближения мероморфными функциями с оценкой роста их характеристики. Для случая равномерной аппроксимации голоморфной в угле функции мероморфными на всей плоскости функциями, получена близкая к точной оценка характеристики приближающей функции через порядок и тип аппроксимируемой функции.

В [34] получены новые общие результаты о наилучшем приближении кусочно-аналитических функций рациональными, в некотором смысле обобщающие результаты Д. Ньюмена и А. А. Гончара об аппроксимации на отрезке.

В [35] доказывается, что при некоторых ограничениях на компакт, любая непрерывная на нем и аналитическая во внутренних точках функция допускает равномерное приближение рациональными дробями специального вида.

Вышел первый выпуск курса лекций [36] по теории приближений в комплексной области, в котором излагаются классические результаты по теории равномерных приближений, в том числе и метод вывода полюсов, т. е. замены аналитических функций близкими к ним, но с перемещенными особенностями.

В [40] предложена новая методика изучения вопросов факторизации аналитических в круге и гладких вплоть до границы функций и установлено, в частности, что отображение $g \to P(g \cdot h)$, где P—проектор М. Рисса, сохраняет гладкость. В [41] это же отображение изучено в пространствах A_n^p функций, n-ая производная которых принадлежит классу Бергмана A^p. Доказано, что это отображение является ограниченным оператором из A_n^p в A_n^p, кроме случая пространства A_1^1, а в последнем случае дана полная характеристика тех $h \in H^\infty$, при которых это все же имеет место.

В [42] дано полное описание замкнутых идеалов в алгебрах функций, n-ая производная которых принадлежит классам Харди H^p или классам Липшитца в замкнутом круге.

В [43] описаны все неотрицательные в единичном круге U меры $d\mu$, при которых оператор $Du(z) = u(z, z, \ldots, z)$ является ограниченным оператором из $H^p(U^n)$ в $L^p(U, d\mu)$, где U^n—полицилиндр, откуда получается решение одной задачи У. Рудина.

2°. Вопросы полноты систем аналитических функций. В [44] изучается вопрос о замкнутости некоторых общих систем, порожденных целыми функциями типа Миттаг-Леффлера. Из полученного автором необходимого и достаточного условия замкнутости системы $\{\omega_\rho^*(x, \lambda_j)\}$ в $L_{2,\infty}(0, \infty)$, следует, в частности, известная теорема Сасса в более общей формулировке.

В [45], [46] доказываются новые результаты, относящиеся к вполне монотонности функций типа Миттаг-Леффлера и устанавливаются новые интегральные представления этих функций. Кроме того указываются явные выражения мер, которые служат функциями распределения для характеристических функций типа $E_\rho(-x, \mu)$. Из полученных результатов следует, в частности, ряд известных фактов, принадлежащих Полларду и Уинтеру.

В [47] доказывается аналог теоремы Винера—Пэли для пространства $H_2(\alpha)$ функций, аналитических в угловой области. Указывается критерий полноты системы рациональных функций в гильбертовом пространстве $H_2(\rho)$ при $1/2 < \rho < \infty$, откуда, в частности, следует обобщение известной теоремы Мюнца—Сасса в комплексной области. Кроме того дается полное внутреннее описание неполной в $L_2(0, \infty)$ обобщенной системы Мюнца—Сасса.

В [48] дано полное внутреннее описание замыкания линейной оболочки неполной системы функций $\{E_\rho^{(s_k-1)}(-\lambda_k x; \mu) \cdot x^{s_k-1}\}_1^\infty$ в $L_{2,\infty}(0, \infty)$. Доказано, что это замыкание состоит из тех и только тех функций, обобщенное преобразование Лапласа которых почти всюду на границе угла $|\arg z| < \dfrac{\pi}{2\rho}$ некоторой функции $\Phi^+(z) \in H_2[\rho, -\omega]$, а с другой стороны, с граничными значениями мероморфной в $|\arg(-z)| < \dfrac{\pi}{2\alpha}$ функции $\Phi^{-1}(z)$ с возможными полюсами в точках $z = -\lambda_k$.

В [49], [50] изучается задача описания замыкания системы функций типа Миттаг-Леффлера $\{E_\rho(ut;\mu)\}$ в пространстве $C_\varphi(L_\rho)$, где $\varphi(t)$ — весовая функция на $L_\rho=\left\{z;\ \arg z=\pm\dfrac{\pi}{2\rho}\right\}$.

Найдено необходимое и достаточное условие на весовую функцию, при котором замыкание этой системы совпадает со всем пространством. В том случае, когда такого совпадения нет, дано полное описание этого замыкания.

В [51] исследованы системы типа Мюнца с точки зрения их полноты и приближения на произвольных множествах. Доказано, что если рассматриваемое множество достаточно плотно в определенном смысле, то система Мюнца сохраняет свои основные свойства, известные в случае интервала.

В [52] исследованы лакунарные системы Дирихле на измеримых подмножествах вещественной оси и установлены некоторые свойства функций, аппроксимируемых этой системой в метрике L_2.

В [53] исследуется вопрос о возможности равномерного приближения непрерывных на сегменте из $[0,\infty)$ функций посредством полиномов по системе Мюнца с целочисленными коэффициентами. Рассмотрен также и случай, когда такая аппроксимация возможна на любом таком сегменте.

В [54] приводится новое применение функций типа Миттага—Леффлера, а именно, строятся ассоциированные с ними квази-полиномы типа Бернштейна—Хаусдорфа и устанавливается их равномерная сходимость для функций из определенного класса. Обобщаются известные теоремы Хаусдорфа о проблеме моментов и доказываются необходимые и достаточные условия разрешимости обобщенной $<\rho,\mu>$-проблемы моментов.

§. 3. Метрическая теория функций действительного переменного

1°. Предсталения измеримых функций рядами и сходимость ортогональных рядов. Установлено, что функции пространств L_p, $0<p<1$, а также более общих пространств L_φ, где $\varphi(x)$ выпукла и $\varphi(x)=o(x)$, представимы рядами по полным системам, сходящимися в метриках этих пространств [55], [56].

Доказано, что почти всюду сходящимися тригонометрическими рядами (а также рядами по некоторым полным системам) представимы все измеримые функции, причем когда представимая функция строго положительна представляющий ее ряд имеет неотрицательные частные суммы [57]. Этот результат содержит, как частный случай, теорему Кацнельсона (представляющей решение проблемы Литтльвуда) о существовании тригонометрического ряда, который не является рядом Фурье и имеет неотрицательные частные суммы. Вместе с тем оказалось, что результат Кацнельсона в вышеуказанной усиленной форме можно распространить на некоторые классы ортогональных рядов и на ряды по любым базисам пространства C [0.1]. [57], [58].

Ряд работ посвящен исследованию вопроса представления измеримых функций почти всюду сходящимися ортогональными рядами, когда допускаются перестановки членов соответствующего ряда в зависимости от представимой функции.

Оказалось, что вышеуказанный вопрос имеет положительное решение для всех ограниченных полных систем и для некоторых конкретных систем (система Хаара и т. д.), причем в этих теоремах (в отличие от ранее известных) представимая функция может равняться $+\infty$ или $-\infty$ на множествах положительной меры. В частности, определяется переставленная тригонометрическая система $\{\cos \nu_k x, \sin \nu_k x\}$ такая, что для любой измеримой функции $f(x)$, почти везде конечной на $[0, 2\pi]$ или принимающей значения $+\infty$ или $-\infty$ на множествах положительной меры, существует ряд по этой системе, который сходится к $f(x)$ почти всюду [57], [59], [60].

Исследованы также системы $\{\varphi_n(x)\}$, которые не являются базисами пространств $L_p(0,1)$ или $C[0,1]$, но ряды по которым представляют функции этих пространств в метриках $L_p(0, 1)$. На такие системы распространены теоремы о представлении измеримых функций рядами по базисам пространства $L_p(0, 1)$, а также теоремы Колмогорова, Загорского, Ульянова и Олевского о расходимости ортогональных или базисных разложений после перестановок членов ряда. При этом выявлено, что последние свойства рядов по базисам основаны исключительно на том, что первоначальный класс представимых в метрике L_p функций должен быть достаточно широким (его можно сузить с $L_p(0, 1)$ до $C[0, 1]$, но не до класса аналитических на $[0, 1]$ функций [55].

К этому кругу вопросов относится также результат о том, что ряд по любой полной ортогональной системе может сходиться в L_2 на множествах меры сколь угодно близкой к мере отрезка ортогональности и, вместе с тем, расходиться почти всюду на этом отрезке. При этом, на примере системы Хаара выяснено, что вышеуказанные ряды, вообще говоря, должны сходиться в среднем на нигде неплотных и разреженных множествах [61].

Установлены также теоремы о представлении измеримых функций интегралом Фурье и о сходимости ортогональных рядов к $+\infty$. Найдены точные оценки скорости стремления к нулю коэффициентов этих рядов [62], [63].

Несколько работ относятся к теории кратных рядов Фурье. Найдены достаточные условия (менее ограничительные чем ранее известные), при выполнении которых двойной ряд Фурье сходится к значению функции в данной точке. Установлены теоремы об абсолютной сходимости двойных и n-кратных тригонометрических рядов [64], [65].

Ряд работ посвящен вопросам сходимости и суммируемости линейными методами как общих ортогональных рядов, так и рядов по конкретным системам. В частности, для суммируемых методом Чезаро рядов Уолша установлены теоремы, представляющие усиление результатов Моргенталера и распространение на ряды Уолша теорем Зигмунда о пределах неопределенности тригонометрических рядов в более общей формулировке [66], [67], [68].

Исследованы также множества предельных функций общих функциональных рядов. Установлено, что любое наперед заданное семейство функций мощности континуум является множеством предельных функций некоторого ряда [69].

2°. Единственность ортогональных рядов. Была установлена общая теорема, согласно которой, если система измеримых функций $\{\varphi_n(x)\}$ является системой представления всех измеримых функций в каком-нибудь естественном смысле сходимости (сходимость по мере, почти всюду и т. д.), то представляющий функцию ряд не может быть единственным [55]. Известно, что иначе обстоит дело, когда требуется сходимость в каждой точке.

Установлено существование всюду сходящегося к суммируемой функции ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_{\nu_k} \psi_{\nu_k}(x)$ по переставленной системе Хаара, коэффициенты которого (хотя они и единственны) не являются коэффициентами Фурье—Лебега этой функции [70]. Таким образом, обнаружено новое явление, заключающееся в том, что интеграл Лебега не позволяет восстановить «коэффициенты Фурье» интегрируемой в смысле Лебега функции. Доказано также, что теорема Валле—Пуссена о восстановлении коэффициентов всюду сходящегося тригонометрического ряда, вообще говоря, не верна для переставленных тригонометрических систем [71].

Доказано, что как для двойных, так и для n-кратных рядов Уолша и Хаара имеют место аналоги теорем Кантора и Валле—Пуссена, причем в более общих формулировках [72].

3°. Разложения по базисам и ряды в абстрактных пространствах. Доказан ряд теорем о взаимосвязи безусловной суммируемости линейными методами и безусловной сходимости рядов в линейных топологических пространствах. В частности, получены также результаты о взаимосвязи понятий безусловного базиса суммирования и обычного безусловного базиса банахового пространства, и в указанных терминах получен критерий конечномерности пространств Банаха [73]. Получены также простые доказательства теорем Пелчинского и Карлина о несуществовании безусловных базисов в пространствах L_1 и $C[0, 1]$ [74].

Установлено, что если в гильбертовом пространстве ряд $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ при некоторой перестановке расходится, то для всех перестановок, за исключением множества первой категории, он неограниченно расходится [75].

В работе [76] (совместно с польским математиком Пелчинским) решена одна задача Банаха, поставленная еще в 1932 году, а именно доказано, что в любом сепарабельном пространстве Банаха существует биортогональная система (x_n, x_n^*), обладающая свойствами: $\{x_n\}$ — замкнута, а $\{x_n^*\}$ — тотальна в B, причем $\|x_n\|\cdot\|x_n^*\| \leqslant M < +\infty$, $n = 1, 2, 3, \cdots$.

§ 4. Функциональный анализ

1°. Спектральная теория операторов. Развивая предложенные ранее в работах [77], [78] подходы в спектральной теории общих самосопряженных операторов, в [79] дано усовершенствованное определение ядра спектра произвольного самосопряженного оператора в сепарабельном гильбертовом пространстве. Обнаружено, что в ряде случаев ядро спектра получается из классического спектра удалением множества точек положительной (или даже полной) лебеговской меры, что позволяет при исследовании конкретных операторов à priori исключить из рассмотрения достаточно «массивные» подмножества, не дающие вклада в спектральное разложение. Найдены некоторые достаточные признаки полноты системы собственных элементов, отсутствия в данном интервале сингулярного спектра, а также лебеговости или чистой сингулярности спектра в терминах так называемой спектральной плотности, а иногда и в терминах лишь самого ядра.

В [80], в терминах резольвенты самосопряженного оператора с однократным спектром, доказано соотношение представляющее собой обобщение классического неравенства Бесселя и равенства Парсеваля, из которого следует новое необходимое и достаточное условие полноты системы собственных элементов.

В [81] обнаружена тесная связь между теорией представления эрмитовых операторов М. Г. Крейна и теорией характеристической оператор-функции частично-изометрических операторов Секефальви—Надь-Фояша.

2°. Операторные уравнения. В [82], [83] изучается поведение решений широкого класса нестационарных операторных уравнений. Доказывается новый критерий асимптотической почти-периодичности а. п.-п.) функций со значениями в банаховом пространстве, опираясь на который устанавливается а. п.-п. решений одного класса операторных уравнений, включающего в себя классическое уравнение Шредингера.

В [84] получены новые результаты, касающиеся гладкости и разрешимости пары операторных уравнений в банаховых пространствах, а также установлена связь между размерностями ядер и коядер участвующих в уравнении операторов. Эти общие результаты применяются для установления нормальной разрешимости краевых задач для эллиптических уравнений и обыкновенных дифференциальных уранвений с особенностями в классе аналитических функций.

В [85] получены признаки обобщенной факторизации функций и матриц-функций, заданных на единичной окружности в пространствах l_p с весом и указаны применения для обращения теплицевых матриц.

3°. Операторные алгебры и аксиоматическая теория поля. В [86] изучаются фактор-состояния на скрещенных произведениях, построенных по динамической системе (X, S), где S — счетная группа, свободно действующая гомеоморфизмами на метризуемом компакте X без изолированных точек. Описан конкретный способ построения подалгебр Сакаи, получено обобщение известной леммы Халмоша—Рохлина на случай преобразований, не сохраняющих меру, и установлено, что каждое фактор-состояние может быть получено из некоторого диагонализируемого состояния соответствующего индуктивного предела при подходящем выборе алгебры Сакаи.

В [87] изучается класс представлений алгебры наблюдаемых, в котором каждый векторный функционал слабо аппроксимируем чистыми состояниями. Доказано, что множество суперотборных операторов совпадает с множеством самосопряженных операторов, присоединенных к центру ал-гебры наблюдаемых фон Неймана.

В [88] изучались некоторые специальные вопросы теории C^*-алгебр, связанных с алгеброй наблюдаемых и аксиоматикой Леммана—Симанзика—Циммермана. Найдено необходимое и достаточное условие существования симметрии в C^*-алгебраическом подходе, являющееся обобщением известной теоремы Вигнера. Указаны необходимые и достаточные услови существования иордановского изоморфизма C^*-алгебры наблюдаемых.

В [89] изучается алгебраическая структура одного класса несамосопряженных операторов. Установлена возможность разложения каждого элемента операторной алгебры, содержащей нетривиальный компактный оператор, в ортогональную сумму примарных операторов из той же алгебры.

§. 5. Дифференциальные уравнения

1°. Краевые задачи для эллиптических уравнений. В работе [90] предложена новая методика, позволяющая эффективно решать краевые задачи Дирихле, Неймана, а также общие краевые задачи (в том числе и с кусочно-постоянными коэффициентами в краевых условиях [91]) для эллиптических уравнений и систем с постоянными коэффициентами в двумерных областях, причем в широком классе случаев указываются явные формулы для решения. В [92] исследованы краевые задачи для эллиптических уравнений и систем второго порядка, которые могут вырождаться как на границе области, так и внутри ее.

В работах [93], [94], развивая предложенную ранее в [95] методику, исследованы сингулярные интегральные уравнения (с кусочно-непрерывными коэффициентами) и в тех случаях, когда условие нормальности может нарушаться всюду. Указаны условия на коэффициенты, обеспечивающие нетеровость рассматриваемого оператора, и получена формула для индекса.

Недавно в работах [96], [97] были получены новые результаты, относящиеся к краевым задачам для эллиптических операторов с бесконечным числом независимых переменных. В случае операторов второго порядка с постоянными коэффициентами были установлены существование и единственность решения краевой задачи в подходящим образом построенных функциональных пространствах при достаточно больших значениях участвовавшего в уравнении параметра [96]. Затем, в [97] эти результаты удалось обобщить уже на случай переменных коэффициентов и общих краевых условий.

2°. Задача Коши для гиперболических уравнений. В [98]—[103] изучены различные задачи с начальными условиями для слабо гиперболических дифференциальных и псевдодифференциальных уравнений и систем, т. е. в случае действительных, но не обязательно различных характеристик. Основой для этих исследований послужила предложенная в [98] методика, позволяющая в одномерном случае строить эффективный метод последовательных приближений, а в многомерном—выводить энергетические оценки [99]—[101]. Найдены достаточные условия на младшие коэффициенты, обеспечивающие корректность задачи Коши и являющиеся близкими к необходимым в случае нарушения условия строгой гиперболичности как на нехарактеристическом начальном многообразии, так и в случае касания характеристиками начального многообразия в отдельных точках, когда задача Коши ставится с весом [102]—[103].

В [102] изучена задача Коши для общих, симметрических по Фридрихсу, слабо гиперболических систем. В [104]—[105] начато изучение краевых задач для слабо гиперболических уравнений.

В [106] исследована задача Коши для одного класса гиперболических псевдодифференциальных операторов. Доказаны априорные оценки, на основе которых установлена однозначная разрешимость поставленной задачи.

В [107], [108] изучается поведение решений некоторого класса нестационарных уравнений в зависимости от поведения коэффициентов при $t\to+\infty$. Доказаны некоторые энергетические оценки, с помощью которых установлена асимптотическая почти-периодичность решений рассматриваемого класса уравнений, содержащего, в частности, уравнения гиперболического и параболического типов.

3°. Однородные пучки дифференциальных операторов с индефинитной квадратичной формой. Линейная теория таких пучков была в основном разработана еще в [77], но совсем недавно в [110] получено доказательство теоремы единственности для простейшего линейного гиперболического пучка в любой допустимой области и в классе произвольных измеримых функций. Для одного класса квадратичных операторных пучков в [111] установлена возможность факторизации, а также доказана теорема о полноте системы собственных векторов. В работе [112] рассмотрена первая однородная краевая задача для специального вида пучка дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами, мероморфно зависящего от параметра, и установлена кратная полнота собственных функций в эллипсоидальных областях. Недавно, в [113] найдено одно достаточное условие, при котором полиномиальный операторный пучок допускает разложение на линейные множители.

В [114] изучаются краевые задачи общего вида для гиперболического уравнения четного порядка с двойными характеристиками на простейшем двумерном многообразии с краем, гомеоморфном круговом цилиндру. Методом характеристик, в сочетании с техникой интегральных уравнений, доказывается нормальная разрешимость рассматриваемых краевых задач. Для некоторого подкласса вышеуказанных уравнений, с помощью метода эллиптической регуляризации доказана однозначная разрешимость задачи Дирихле в обобщенном смысле.

4°. Сравнение дифференциальных операторов и признаки гипоэллиптичности. В [115] получены достаточные условия, при которых один дифференциальный оператор сильнее (в смысле Л. Хёрмандера) или мощнее другого. При этом, в отличие от рассмотренных ранее случаев, впервые допускается, что мажорирующий оператор был существенно не эллиптическим. Здесь найдены также условия, при которых оператор с переменными коэффициентами имеет постоянную силу.

В [116] для двумерных обобщенно однородных дифференциальных операторов получены необходимые и достаточные условия сравнения мощности и силы.

В [116], [117] получены необходимые и достаточные условия гипоэллиптичности для определенного класса операторов.

В [118] найден критерий того, чтобы оптимальный набор производных функций оценивался через дифференциальный оператор от этих же функций в норме L_2.

5°. Спектральная теория дифференциальных операторов. В [119] исследована задача восстановления потенциала штурм-лиувиллевского оператора по так называемой функции спектрального сдвига, являющаяся более общей, чем хорошо изученная обратная задача спектрального анализа (восстановления потенциала по двум спектрам).

В [120] получена асимптотика спектральной матрицы-функции канонической системы дифференциальных уравнений, уточняющая ранее известные асимптотики.

В [121] решается обратная задача теории рассеяния для канонической системы и для матричного уравнения Шредингера, рассматриваемых на всей вещественной оси.

В [122] изучается некоторый вариант теории рассеяния для канонического дифференциального оператора с суммируемым потенциалом.

В [123] строится ядро спектра оператора Штурма-Лиувилля на полуоси и доказывается несколько теорем о лебеговости, сингулярности или чистой точечности спектра, формулируемых в терминах известной функции $m(z)$.

В [124] рассматривается задача определения меридиана оболочки вращения, мало отличающейся от цилиндрической, по известному спектру частот ее осесимметрических колебаний. Доказывается, что меридиан однозначно восстанавливается по двум спектрам, соответствующим разным краевым условиям, а иногда и одним спектром.

В [125], [126] исследован спектр безмоментного оператора в теории тонких оболочек. Для оболочек произвольного очертания установлена связь между асимптотикой функции распределения собственных значений невырожденной задачи и непрерывным спектром безмоментной задачи. Кроме того эффективно найден весь предельный спектр безмоментной задачи.

6°. Уравнения Винера—Хопфа В [127] исследуется особое интегральное уравнение Винера—Хопфа в случае, когда его символ в конечном числе точек обращается в нуль произвольного конечного порядка. Получено необходимое и достаточное условие разрешимости и явная формула для искомого решения.

В [128] выводятся и изучаются нелинейные функциональные уравнения факторизации для интегральных операторов Винера—Хопфа второго рода. Указывается связь этих уравнений с известным уравнением В. А. Амбарцумяна и с задачей факторизации на оси.

7°. Отдельные вопросы математической физики. В [129] решена плоская стационарная задача теплопроводности в стреловидных призматических телах. В [130] получено решение задачи распространения тепла в шаре, состоящем из неподвижной полой сферы и находящегося внутри нее вращающегося шара. В [131] решена нестационарная задача теплопроводности в движущемся призматическом теле с учетом теплообмена с окружающей средой.

В [132] с помощью методов качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений исследована гамильтонова динамическая система, описывающая однородную космологическую модель V типа (по классификации Бианки) с движением частиц, а также модель типа IX.

§ 6. Теория вероятностей и теория информации

1°. Стохастическая геометрия. Основываясь на предложенном в [133], [134] решении классической задачи Бюффона—Сильвестра, проводились исследования по стохастической геометрии. Основной результат состоит в обнаружении жестких статистических зависимостей между точечными процессами пересечений прямыми границ случайных множеств и последовательностями углов, под которыми эти пересечения происходят [135]. С этой точки зрения рассматривались, в частности, задачи о случайном разбиении многомерного пространства многообразиями меньшего числа измерений [136], а также случайные поля одномерных волокон [137].

2°. Теория информации и кодирования. При исследовании свойств полиномов над конечными полями $GF(q)$ получена полная факторизация функции $F(x)=f(x^{\theta})$, где $f(x)$ является неприводимым полиномом, а θ—произвольное натуральное число.

Разработана конструктивная теория приводимости полиномов над полем Галуа, позволяющая строить в явном виде неприводимые полиномы любой наперед заданной степени и определять порядок их корней. Полностью исследован специальный класс самодвойственных полиномов над полем $GF(2)$ и получена рекуррентная формула для функции А. Вейля $N_n(\{a\})$, где N_n—общее число всевозможных неприводимых в поле $GF(2)$ полиномов степени n, коэффициенты которых принимают заранее заданное значение из $GF(2)$ [138], [139].

Найдены рекуррентные формулы типа циклических и p-адических представителей произвольных циклических кодов над полем $GF(q=p^n)$ и выявлена количественная структура равновесных представителей циклических кодов над $GF(q)$ путем описания их H-орбит [140].

Доказана теорема об инвариантности максимальных линейных подпространств относительно характера искажений. Разработан общий метод построения асимметрических систем кодирования, корректирующий многократные асимметрические ошибки, основанный на решении комбинаторной проблемы Диксона, поставленной более 60 лет назад [141]—[144].

В [145] получено уточнение нижней границы вероятности ошибки при передаче информации по каналам с обратной связью.

3°. Теория случайных процессов и полей. В [146] изучались слабо зависимые случайные поля. Доказано, что такими объектами, при определенных ограничениях на потенциал, являются гиббсовские случайные поля.

В [147] найдены условия выполнимости центральной предельной теоремы для слабо зависимых случайных полей. Полученные результаты применяются к исследованию гиббсовских случайных полей.

В [148], [149] изучаются вопросы непрерывности, а также различные регуляризации решений краевых задач для уравнений, вырождающихся в отдельных точках.

В [150] изучается поведение диффузионного процесса в неограниченной области, когда он возмущается другим диффузионным процессом с малым параметром.

В [151] исследуются вопросы аппроксимации дифференцируемых стационарных процессов ломаными. В [152] построены простые асимптотически оптимальные эквивалентные полиномиальные оценки произвольной степени для параметров стандартной схемы регрессии.

В [153] доказано, что однородные и изотропные черно-белые случайные марковские раскраски плоскости можно получить, закрашивая черным цветом объединения случайных кругов и многоугольников, разбросанных на плоскости согласно закону Пуассона.

4°. Теория массового обслуживания. В работе [154] предложен метод получения длины очереди, пригодный для анализа многих одноканальных приоритетных систем. Дана модификация метода виртуального времени ожидания, примененная к нескольким приоритетным системам. Предложен аналитический метод асимптотического изучения «хвостов» распределений.

Исследовались приоритетные системы массового обслуживания в условиях «малой» и критической загрузок [155], [156].

§ 7. Топология, алгебра, геометрия и алгебраическая геометрия

1°. Теория расширений топологических пространств. В [157] построена новая категория так называемых псевдотопологических пространств, а также функтор из этой категории в категорию топологических пространств. В [158] предложен новый метод построения расширений топологических пространств, основанный на введенном в [157] понятии псевдотопологического пространства. В [159], развивая предложенный в [158] метод, полностью решена проблема построения всех хаусдорфовых и всех H-замкнутых расширений топологических пространств. Кроме того, для любого полурегулярного пространства построены все хаусдорфово полурегулярные и, в частности, все неуплотняемые расширения.

В [160] введена естественная структура упорядочения на множестве всех хаусдорфовых и H-замкнутых расширений и установлен аналог известной теоремы Маггила о связи между гомеоморфизмами наростов и изоморфизмами соответствующих структур. Установлено также, что всякое H-замкнутое расширение с точностью до θ-эквивалентности, является факторпространством катетовского расширения.

2°. Бесконечномерные гомотопические инварианты. В [161] предложено два определения бесконечномерных гомотопических групп $\Pi^{\infty}_{q}(X, x_0)$, а также групп компактного типа $\Pi^{c}_{q}(X, x_0)$ для подмножеств сепарабельного гильбертового пространства и установлена эквивалентность этих определений, откуда, в частности, следует независимость построенных групп от выбора базиса пространства конечного дефекта. В [162] построена теория топологической степени для непрерывных отображений подмножеств гильбертового пространства, принадлежащих классам В. Г. Болтянского и удовлетворяющих условиям компактности прообразов точек и не обращения в нуль терминальных производных.

В [163] доказана теорема о том, что бесконечномерные гомотопические группы единичной сферы гильбертового пространства изоморфны стабильным (конечномерным) гомотопическим группам конечномерных сфер соответствующих индексов.

В [164] предложено два эквивалентных подхода к определению бесконечномерных относительных гомотопических групп общего и компактного типа для пар подмножеств сепарабельного гильбертового пространства.

3°. Теория универсальных алгебр и алгебр второй ступени. В связи с проблемой А. И. Мальцева, касающейся разработки теории языка второй ступени (в которой кванторные символы относятся и к предикатам) в [165] исследована выполнимость некоторых формул второй ступени в определенных классах универсальных алгебр. Обнаружено, что исследование ряда формул второй ступени выходит за рамки универсальных алгебр, в связи с чем в [166], [167] введено понятие алгебры второй ступени и положено начало теории таких алгебр. Оказалось [168], что из теории алгебр второй ступени возникает совершенно новая теория обычных универсальных алгебр.

4°. Теория групп, полугрупп, квазигрупп и категорий. В [169] применяется аксиоматический метод к теории силовских баз бесконечных групп. Вводится общее понятие силовской LQ-базы, в разных направлениях обобщающее классическое понятие. Полученные результаты выявляют природу силовских теорем вне связи с арифметикой группы, обобщают теоремы Бэра и Гольберга. Получены также новые утверждения о сопряженности классических силовских баз.

В [170], [171] введено понятие Q-картеровой подгруппы, изучается их существование и сопряженность в локально конечных группах с Q-радикалом конечного индекса. Из этих результатов, в случае классических картеровых подгрупп, получается усиление известной теоремы Стоунхевера.

В [172] ,[173] описываются комплексные представления полугрупп матриц над конечным полем и изучаются вопросы полупростоты некоторых алгебр. В [174] вводится понятие единала квазигруппы с помощью которого строятся нормальные ряды и устанавливается аналог известной теоремы Шрейера для квазигрупп.

В [175] доказано, что все полугруппы некоторого многообразия коммутативных полугрупп финитно-аппроксимируемы тогда и только тогда, когда тождество $(xy)^{d+1}$ является тождеством этого многообразия. Для конечных нильпотентных и коммутативных полугрупп найдены необходимые и достаточные условия, чтобы порожденные ими многообразия и квазимногообразия совпадали.

В [176] рассмотрена категория модулей над всеми кольцами и найдено явное выражение свободного произведения произвольного семейства объектов этой категории. Исследован ряд свойств этой категории, установлена, в частности, справедливость в ней известной теоремы Биркгофа для многообразий.

5°. Группы Ли. В [177], [178] изучаются разложения некомпактных простых вещественных групп Ли. Доказывается, в частности, что в любом разложении каждой из групп $SO(p,q)$, и $SU(p,q)$ одна из подгрупп непременно редуктивна и имеет вполне определенный вид. Находятся в явном виде все минимальные разложения указанных групп, обладающие тем свойством, что их полупростые части некомпактны, а также все дизъюнктные разложения классических простых вещественных групп Ли.

В [179] изучается разложимость комплексных многообразий Штифеля $W_{n,k}$ $(k>2)$ в прямое произведение. Доказывается, что $W_{n,3}$ при $n \equiv 0 \pmod{24}$ не разлагается в прямое произведение однородных пространств.

6°. Геометрия и алгебраическая геометрия. В [180] дана геометрическая характеристика расслояемых пространств и развита теория поверхностей, вложенных в эти пространства. В [181] построена геометрия изотропных поверхностей, имеющая приложение в теории относительности, а также дано их инвариантное оснащение. В [182] строятся инвариантные оснащения r-мерных гиперполос в проективном пространстве и исследуется геометрия некоторых частных гиперполос (плоских, конических или квадратичных). В [183] изучаются аффинные связности без кручения, индуцированные оснащением гиперполос, а также взаимная связь между геодезическим соответствием поверхностей V_r и V^r_{n-1} и сопряженностью связностей на них.

В [184] вычисляется главно поляризованное многообразие Прима неразветвленного двулистного накрытия гиперэллиптической кривой, которое оказывается канонически поляризованным якобиевым многообразием кривой или произведением двух таких якобианов. В [185] установлен такой же результат для многообразия Прима гиперэллиптической кривой с двумя точками ветвления. Предложенная конструкция позволила установить также, что для таких многообразий Прима теорема Торелли не верна.

§ 8. Математическая логика и теория алгорифмов

1°. Теория алгорифмов. Исследован ряд новых методов оптимального кодирования алгорифмов в универсальных алгорифмических языках. Доказано, что язык нормальных алгорифмов асимптотически оптимален, язык рекурсивных функций, соответствующий алгебре Робинсона, как и язык Клини, мультипликативно оптимален, но не асимптотически оптимален [186], [203].

Доказана равномерная ограниченность вычислимых нижних оценок сложности натуральных чисел относительно асимптотически оптимальных функций. Выяснена невозможность эффективной оптимизации алгорифмов в универсальных алгорифмических языках [187], [188], [204], [205].

Построен пример замкнутой конструктивной кривой, для которой некоторая точка, удаленная от нее, не является ни внешней ни внутренней.

Доказана невозможность алгорифма, выдающего по всякой равномерно непрерывной дуге точку вне ее. Установлены условия конструктивной перечислимости и неперечислимости классов конструктивных действительных псевдочисел при классификации их по конструктивным ординалам [189], [190], [191], [206].

Выявлены зависимости между аксиомами числового выбора в системе интуиционистской математики, принадлежащей Клини и Вэсли. Доказано, что теоремы Коши и Вейерштрасса о непрерывных функциях не доказуемы и не опровержимы в ней [192].

2°. Математическая логика. Исследовалась симметрическая конструктивная логика, дающая более подробную классификацию суждений по сравнению с традиционной конструктивной логикой и классической логикой. Исследованы соответствующие предикатные исчисления, системы формальной арифметики и системы реализуемости. Доказаны аналоги теорем логической неполноты при реализации булевых функций в формальных системах [193], [194], [207], [208].

Построен пример полугруппы с разрешимой проблемой тождества, изоморфно вложимой в группу с теми же определяющими соотношениями, но неразрешимой проблемой тождества. Доказана возможность аналогичного явления в широком классе полугрупп [195].

3°. Автоматический синтез алгорифмов. Разработана единая дискретная детерминистская модель процесса индуктивного обобщения в конечных множествах и формальные критерии классифицирования индукторов-алгорифмов индуктивного обобщения.

В рамках модели получены интерпретации ряда известных индукторов. Получены общие ограничительные теоремы о невозможности универсальных индукторов и оптимальных алгорифмов порождения примеров при проверке гипотез в индуктивных выводах. Построены классы конечных множеств, оптимальная расшифровка которых возможна, соответственно индукторами, согласующими гипотезу с исходной информацией и не обладающими указанным свойством [196], [197], [209], [210].

4°. Дискретная математика. Рассмотрены задачи двух этапов автоматизации проектирования ЭВМ: логического этапа проектирования и конструкторского этапа проектирования. В логическом этапе охвачены вопросы проектирования микрокоманд, автоматическое размещение микропрограмм в памяти машины и генерации тестов для больших схем. В конструкторском этапе проектирования охвачены задачи разбиения схем, компоновки и трассировки. Все задачи приведены к математическим задачам и для них предложены алгорифмы решения, а для большинства из них — алгорифмы нахождения оптимальных решений [198], [211].

Решена задача получения требуемой надежности при минимальных затратах (по стоимости) избыточной аппаратуры [199].

Построен алгорифм распознавания, основанный на анализе характера расположения противоположных значений булевых функций. Дано сведение алгорифма к соответствующим сокращенным дизъюнктивным нормальным формам. Получена оценка мощности обучающего множества, при котором требуется учет дополнительных свойств функций [200].

Получены различные описания сильно базируемых графов, точны нижние и верхние оценки для количества различных базирующих, сильн базирующих и структурно базирующих ориентаций, опровергнута гипотез А. Коцига, конструктивно доказаны теоремы о существовании критически не сильно базируемых графов с теми или иными дополнительными свой ствами и описан класс базируемых графов, имеющих только бисвязные ба зирующие ориентации [201], [212].

Получены необходимые и достаточные условия существования крити ческих (по раскраске) графов со связностью меньшей хроматического чис ла, а также алгорифмы разложения графа на минимальное число остовны лесов и выделения максимального количества каркасов [202], [213].

В заключение обзора приведем также нижеследующие учебные пособия

Г. А. Амбарцумян, «Учебник теории вероятностей» (на армянско языке), издание второе, переработанное, Изд. «Луйс», 1971.

Г. А. Амбарцумян, «Случайные процессы» (на армянском языке), Изд «Луйс», 1974.

А. В. Петросян, «Лекции по теоретико-алгоритмическим задачам авто матизации проектирования ЭВМ», Изд. ЕГУ, 1975.

Р. Н. Тоноян, «Лекции по дискретной математике» (на армянском язы ке), Изд ЕГУ, 1974.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. М. Джрбашян.* УМН, XXVIII, № 4, 1973.
2. *М. М. Джрбашян, В. С. Захарян.* Изв. АН СССР, сер. матем., 34, № 2, 1970.
3. *М. М. Джрбашян, В. С. Захарян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 2—3, 1971.
4. *Р. И. Галоян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 5, 1972.
5. *Р. И. Галоян.* ДАН Арм.ССР, LIX, № 2, 1974.
6. *Г. У. Матевосян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 5, 1974.
7. *А. Н. Айрапетян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 1, 1975.
8. *Л. А. Тер-Исраелян.* Матем. заметки, 13, № 2, 1973.
9. *М. М. Джрбашян.* Изв. АН Арм.ССР. сер. Математика, VII, № 4, 1972.
10. *М. М. Джрбашян.* Мат. сборник, 91, № 4, 1973.
11. *М. М. Джрбашян, Г. С. Кочарян.* Изв. АН СССР, сер. матем., 37 № 1, 1973.
12. *М. М. Джрбашян, Б. А. Саакян.* Изв. АН СССР, сер. матем., 39, № 1, 1975.
13. *Г. В. Бадалян.* Изв. АН СССР, сер. матем., 38, № 2, 1974.
14. *Г. В. Бадалян.* Матем. заметки, 14, № 5, 1973.
15. *А. А. Китбалян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 3, 1975.
16. *С. С. Агаян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 4, 1973.
16*. *С. Н. Мергелян, С. С. Агаян.* Тезисы докл. Международной конференции «Комплексный анализ», ГДР, г. Галле, 1975.
17. *А. А. Шагинян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, №№ 2—3, 1971.
18. *Б. В. Григорян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 2, 1972.
19. *Б. В. Григорян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 6, 1973.
20. *А. А. Вагаршакян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 1, 1975.
21. *М. М. Джрбашян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 5, 1973.
22. *М. М. Джрбашян.* Мат. сборник, 95, № 3, 1974.
23. *М. М. Джрбашян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 5, 1974.
24. *Г. М. Айрапетян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 6, 1973.
25. *Г. М. Айрапетян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 3, 1974.
26. *Г. М. Айрапетян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 2, 1975.

27. *Н. У. Аракелян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, III, №№ 4—5, 1968.
28. *Н. У. Аракелян.* Actes Congrés intern. Math., 1970, Tome 2, 1971.
29. *Н. У. Аракелян.* Матем. заметки, 9, № 4, 1971.
30. *А. А. Нерсесян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 6, 1971.
31. *А. А. Нерсесян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 6, 1972.
32. *А. А. Шагинян.* Матем. заметки. 9, № 2, 1971.
33. *Л. А. Тер-Исраелян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 1, 1971.
34. *Л. А. Тер-Исраелян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 3, 1974.
35. *Г. У. Матевосян.* УМН, XXX, № 3, 1975.
36. *А. Л. Шагинян.* Теория приближений в комплексной области (равномерные приближения), Курс лекций, ЕГУ, 1974.
37. *Л. Д. Бахрах, М. М. Джрбашян, О. С. Литвинов.* ДАН СССР, 218, № 2, 1974.
38. *А. И. Петросян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 1, 1974.
39. *А. И. Петросян.* ДАН Арм.ССР (в печати).
40. *Ф. А. Шамоян.* Записки научн. семин. ЛОМИ, 22, 1971.
41. *Ф. А. Шамоян.* ДАН Арм.ССР, LX, № 3, 1975.
42. *Ф. А. Шамоян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 6, 1973.
43. *Ф. А. Шамоян.* ДАН Арм.ССР, LXIII, № 3, 1976.
44. *М. М. Джрбашян.* ДАН СССР, 219, № 6, 1975.
45. *М. М. Джрбашян, Р. А. Багиян.* ДАН СССР, 223, № 6, 1975.
46. *М. М. Джрбашян, Р. А. Багиян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 6, 1975.
47. *М. М. Джрбашян, В. М. Мартиросян.* ДАН СССР, 225, № 5, 1975.
48. *С. А. Акопян, И. О. Хачатрян.* Изв. АН СССР, сер. матем., 40, № 1, 1976.
49. *И. О. Хачатрян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 4, 1975.
50. *И. О. Хачатрян.* Матем. заметки, 18, № 5, 1975.
51. *В. Х. Мусоян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 2, 1974.
52. *В. Х. Мусоян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 2, 1972.
53. *В. А. Мартиросян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 4, 1975.
54. *Р. А. Багиян.* ДАН Арм.ССР, LXI, № 3, 1975.
55. *А. А. Талалян.* Матем. анализ серии «Итоги науки», М., 1971.
56. *А. А. Талалян.* Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, 21, (1—2) 1970.
57. *Ф. Г. Арутюнян.* Матем. сборник, 90(132):4, 1973.
58. *Р. И. Овсепян.* Доклады АН Арм.ССР, LVII, № 1, 1973.
59. *Н. Б. Погосян.* Матем. сборник, 98 (140), № 1 (9), 1975.
60. *Н. Б. Погосян.* Матем. заметки. 17, № 5, 1975.
61. *Р. С. Давтян, А. А. Талалян.* Известия АН Арм. ССР, X, № 4, 1975.
62. *Р. С. Давтян.* Известия АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 4, 1971.
63. *Р. И. Овсепян.* Матем. заметки, II, № 5, 1972.
64. *Р. А. Аветисян.* Матем. заметки, 17, № 4, 1975.
65. *Р. А. Аветисян.* Матем. заметки, 13, № 5, 1973.
66. *Л. А. Шагинян.* Матем. сборник, 95 (137), № 2 (10), 1974.
67. *Л. А. Шагинян.* Матем. заметки, 15, № 3, 1974.
68. *А. В. Бахщецян.* Известия АН Арм. ССР, сер. Математика, X, № 1, 1975.
69. *Ф. А. Талалян.* Матем. заметки, 10, № 1, 1971.
70. *Г. М. Мушегян.* Известия АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 1, 1971.
71. *Г. М. Мушегян.* Известия АН СССР (в печати).
72. *Х. О. Мовсисян.* Известия АН Арм.ССР, сер. Математика, 9. № 1, 1974.
73. *Р. И. Овсепян.* Доклады АН Арм. ССР, LIX, № 1, 1974.
74. *Ф. Г. Арутюнян.* Матем. заметки, 11, № 3, 1972.
75. *Ф. А. Талалян.* Матем. заметки, 12, № 3, 1973.
76. *Р. И. Овсепян, А. Пельчински.* Studia Mathematica, LIV, № 2, 1975.
77. *Р. А. Александрян.* Докторская диссертация, МГУ, 1962.
78. *Р. А. Александрян.* ДАН СССР, 162, № 1, 1965.
79. *Р. А. Александрян, Р. З. Мкртчян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 1, 1972.

80. Р. А. Александрян, Р. З. Мкртчян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 6, 1975.
81. Ш. Н. Саакян. ДАН Арм.ССР (в печати).
82. Б. Г. Арàркцян. ДАН СССР, 205, № 3, 1972.
83. Б. Г. Араркцян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 3, 1973.
84. Н. Е. Товмасян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 3, 1973.
85. Г. В. Амбарцумян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 4, 1974.
86. В. А. Арзуманов. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 3, 1975.
87. С. Г. Харатян. ТМФ, 14, № 3, 1973.
88. С. Г. Харатян. ТМФ, 20, № 2, 1974.
89. Л. Э. Геворкян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика (в печати).
90. Н. Е. Товмасян. Матем. сб., 89 (131), № 4, 1972.
91. Г. А. Мартиросян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, XI, № 1, 1976.
92. С. К. Афян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика (в печати).
93. С. Г. Рубанович. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 2, 1972.
94. С. Г. Рубанович. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 3, 1972.
95. Н. Е. Товмасян. Диф. уравнения, 3, № 1, 1967.
96. Р. Л. Шахбагян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, XI, № 1, 1976.
97. Р. Л. Шахбагян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика (в печати).
98. А. Б. Нерсесян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, III, № 2, 1968.
99. А. Б. Нерсесян. ДАН СССР, 196, № 2, 1971.
100. А. Б. Нерсесян, А. О. Оганесян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 3, 1973.
101. А. Б. Нерсесян, Г. Р. Оганесян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 2, 1974.
102. Г. Р. Оганесян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 2, 1975.
103. А. О. Оганесян. ДАН Арм.ССР, 61, № 1, 1975.
104. К. А. Ягджян. Изв. АН Арм.ССР, Математика (в печати).
105. Р. Г. Айрапетян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика (в печати).
106. Р. Л. Шахбагян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 4, 1972.
107. Б. Г. Араркцян. Диф. уравнения, 8, № 4, 1972.
108. Б. Г. Араркцян. ДАН СССР, 205, № 3, 1972.
109. М. М. Джрбашян. «Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области», Изд. «Наука», 1966.
110. Р. А. Александрян. ДАН Арм.ССР (в печати).
111. Г. В. Вирабян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 3, 1974.
112. Г. В. Вирабян. ДАН Арм.ССР, LX, № 1, 1975.
113. Г. В. Вирабян. ДАН Арм. ССР (в печати).
114. М. Д. Давтян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 4, 1974.
115. Г. Г. Казарян. Труды МИАН СССР им. В. А. Стеклова, 131, 1974.
116. Г. Г. Казарян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 6, 1974.
117. Г. Г. Казарян. ДАН СССР, 214, № 5, 1974.
118. Г. Г. Казарян. ДАН СССР, 222, № 3, 1975.
119. В. А. Яврян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, №№ 2—3, 1971.
120. В. А. Яврян. ДАН Арм.ССР, LVI, № 3, 1973.
121. П. Э. Мелик-Адамян. ДАН Арм.ССР, LVIII, № 4, 1974.
122. Ф. Э. Мелик-Адамян. ДАН Арм.ССР, (в печати).
123. Р. З. Мкртчян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 3, 1973.
124. И. Г. Хачатрян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 4, 1975.
125. Г. Р. Гулгазарян, В. Б. Лидский, Г. И. Эскин. СМЖ, XIV, № 5, 1973.
126. Г. Р. Гулгазарян. Диф. уравнения, X, № 1, 1974.
127. Н. Е. Товмасян. СМЖ (в печати).
128. Н. Б. Енгибарян, А. А. Арутюнян. Мат. сб., 97 (139), № 1, 1975.
129. Р. С. Минасян. Сб. «Тепло и массоперенос», VIII, Минск, 1972.
130. Р. С. Минасян. ДАН АрмССР, LVI, № 1, 1973.
131. Р. С. Минасян. ДАН Арм.ССР, LIX, № 3, 1975.
132. С. Д. Григорян. Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика (в печати).

133. *R. V. Ambartzumian.* Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Gebiete, 27, 1973.
134. *R. V. Ambartzumian.* Z. Wahrscheinlichkitsthorie verw. Gebiete, 27, 1973.
135. *R. V. Ambartzumian.* Международный конгресс математиков, Ванкувер, 1974.
136. *Р. В. Амбарцумян.* ДАН СССР, 200, № 2, 1971.
137. *Р. В. Амбарцумян.* ДАН СССР, 214, № 2, 1974.
138. *Р. Р. Варшамов.* ДАН СССР, 211, № 4, 1973.
139. *Р. Р. Варшамов.* Проблемы кибернетики, вып. 27, 1973.
140. *В. И. Таирян, Г. Г. Хачатрян.* ДАН Арм.ССР, VIII, № 3, 1974.
141. *R. R. Varshamov.* IEEE Trans, IT, IT—9, № 1, 1973.
142. *Р. Р. Варшамов.* Studia Scientarum Hungarica, 8, 1973.
143. *Р. Р. Варшамов, Д. Н. Геворкян.* Сообщ. АН Груз.ССР, 77, № 11, 1975.
144. *Р. Р. Варшамов.* ДАН СССР, 223, № 1, 1975.
145. *Е. А. Арутюнян.* Тезисы докл. II Межд. симпоз. теор. информации, Цахкадзор 1971.
146. *Б. С. Нахапетян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 3, 1975.
147. *Б. С. Нахапетян.* ДАН Арм.ССР, 61, № 4, 1975.
148. *В. В. Сарафян* Теор. вероят. и ее применен., XVII. № 4, 1972.
149. *В. В. Сарафян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 1, 1973.
150. *В. В. Сарафян.* Труды советско-японского симпоз. по теор. вероят., Ташкент, 1975.
151. *А. Х. Симонян.* ДАН Арм.ССР, LXI, № 4, 1975.
152. *А. В. Какосян.* Записки науч. семин. ЛОМИ, 53, Л., 1975.
153. *В. К. Оганян.* ДАН Арм.ССР, LVI, № 4, 1973.
154. *Э. А. Даниелян.* Приоритетные задачи в системах обслуживания одним прибором, препринт МГУ, сер.: Статистика и стохаст. системы, вып. 13, 1971.
155. *Э. А. Даниелян, Б. М. Димитров.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 1, 1972.
156. *Э. А. Даниелян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 3, 1975.
157. *С. Г. Овсепян.* ДАН Арм.ССР, 55, № 5, 1972.
158. *С. Г. Овсепян.* Изв. АН Арм. ССР, сер. Математика, VIII, № 3, 1973.
159. *С. Г. Овсепян.* ДАН СССР, 224, № 4, 1975.
160. *С. Г. Овсепян.* ДАН СССР, 227, № 3, 1976.
161. *Э. А. Мирзаханян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика. VIII, № 3, 1973.
162. *Э. А. Мирзаханян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 5, 1974.
163. *Э. А. Мирзаханян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 2, 1975.
164. *Э. А. Мирзаханян.* ДАН Арм.ССР, LVIII, № 1, 1974.
165. *В. Д. Белоусов, Ю. М. Мовсисян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 2, 1974.
166. *Ю. М. Мовсисян.* Мат. исследования АН МССР, IX, 1 (31), 1974.
167. *Ю. М. Мовсисян.* Мат. исследования АН МССР, X, 2 (36), 1975.
168. *Ю. М. Мовсисян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, XI, № 3, 1976.
169. *Г. С. Микаелян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 5, 1971.
170. *Г. С. Микаелян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 6, 1972.
171. *Г. С. Микаелян.* ДАН Арм.ССР, LX, № 1, 1975.
172. *Б. М. Едигарян, Д. К. Фаддеев.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 2, 1971.
173. *Б. М. Едигарян, Д. К. Фаддеев.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 5, 1974.
174. *В. А. Бегларян.* ДАН Арм.ССР, LVIII, № 3, 1974.
175. *С. Г. Мамиконян.* Мат. сб., 88 (130), 1972.
176. *Г. Г. Эмин.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, IX, № 3, 1974.
177. *Р. О. Назарян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 1, 1975.
178. *Р. О. Назарян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, X, № 5, 1975.
179. *В. Г. Мхитарян.* ДАН Арм.ССР, LII, № 1, 1971.
180. *Л. А. Матевосян.* ДАН Арм.ССР, LX, № 1, 1974.
181. *Н. Г. Галстян.* ДАН Арм.ССР, LI, № 4, 1971.
182. *М. А. Василян.* Изв. АН Арм.ССР, сер. Математика, VI, № 6, 1971 (реферат).

183. *М. А. Василян*. ДАН Арм.ССР, LVIII, № 4, 1974.
184. *С. Г. Далалян*. УМН (в печати).
185. *С. Г. Далалян*. Матем. сб., 98 (140), вып. 2, 1975.
186. *Н. П. Тер-Захарян*. Труды ВЦ АН Арм.ССР и ЕГУ, VIII, 1975.
187. *Г. Б. Маранджян*. Известия АН Арм.ССР, сер. Математика, VII, № 6, 1972.
188. *Г. Б. Маранджян*. ДАН СССР, 213, № 4, 1973.
189. *С. Н. Манукян*. ДАН СССР, 220, № 6, 1975.
190. *С. Н. Манукян*. Труды ВЦ АН Арм.ССР и ЕГУ, VIII, 1975.
191. *С. М. Меликян*. ДАН Арм.ССР, LIX, № 5, 1974.
192. *М. А. Хачатрян*. Тезисы докладов Всесоюзного симпозиума «Теория логическо вывода», часть II, М., 1974.
193. *И. Д. Заславский*. 4-th Symposium „Mathematical Foundation of comput science, Marianske Lazne, 1975.
194. *И. Д. Заславский*. Труды ВЦ АН Арм.ССР и ЕГУ, VIII, 1975.
195. *О. А. Саркисян*. Тезисы докладов Всесоюзного алгебраического симпозиума, Г мель, 1975.
196. *Э. М. Погосян*. ДАН Арм.ССР, LX, № 3, 1975.
197. *Э. М. Погосян*. ДАН Арм.ССР, LX, № 5, 1975.
198. *А. В. Петросян*. Лекции по теоретико-алгоритмическим задачам автоматизац проектирования ЭВМ, изд. ЕГУ, Ереван, 1975.
199. *А. В. Петросян, Ш. Е. Бозоян*. ДАН Арм.ССР, LXII, № 1, 1976.
200. *Л. А. Асланян*. Кибернетика, № 5, 1975.
201. *К. М. Мосесян*. ДАН Арм.ССР, LVII, № 5, 1973.
202. *С. М. Гюлумян*. ДАН Арм.ССР, LX, № 1, 1975.
203. *Н. П. Тер-Захарян*. ДАН СССР, 210, № 3, 1973.
204. *Г. Б. Маранджян*. Исследования по теории алгорифмов и математической логи ВЦ АН СССР, т. 1, М., 1973.
205. *Г. Б. Маранджян*. ДАН Арм.ССР, 61, № 4, 193—197, 1975.
206. *С. Н. Манукян*. Известия АН Арм.ССР, сер. Математика, VIII, № 4, 1973.
207. *И. Д. Заславский*. ДАН СССР, 210, № 3, 1973.
208. *И. Д. Заславский*. Тезисы докл. III Всесоюзной конференции по математическ логике, Новосибирск, 1974.
209. *Э. М. Погосян*. ДАН Арм.ССР, 58, № 1, 1974.
210. *Э. М. Погосян*. Труды ВЦ АН Арм.ССР, VIII, 1975.
212. *К. М. Мосесян*. ДАН Арм.ССР, LVI, № 5, 1973.
213. *Ж. Г. Никогосян*. ДАН Арм.ССР, LXI, № 1, 1975.
214. *М. М. Джрбашян*. International conference, Madras, Springer—Verlag, Be lin—Hedelberg—New York, 1973.