ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մաթեմատիկա X, № 2, 1975 Математика

А. О. ОГАНЕСЯН

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ СЛАБО ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Задача Коши для слабо гиперболических уравнений высокого порядка с достаточной полнотой изучена лишь в двумерном случае, когда условие строгой гиперболичности нарушается на кривой с начальными данными [1]. Эти результаты, применением преобразования Радона, переносятся на многомерные уравнения с коэффициентами, не зависящими от пространственных переменных [2]. Достаточные условия корректности задачи Коши для некоторых классов слабо гиперболических уравнений получены в [3[, [4], [5], [6].

В предлагаемой заметке рассматривается следующая задача Коши:

$$a(x,\ D)\,u \equiv a_\alpha(x)\,D^\alpha u = f(x), \qquad |\alpha| \leqslant m+1, \tag{1}$$

$$D_1^k u(0,\ x') = 0, \qquad k = 1,\ 2, \cdots,\ m, \quad x = (x_1,\ x') \in V_t, \tag{2}$$

где $a_\alpha(x)$ имеют ограниченную производную по $x_1 \in [0,\ t]$ и бесконечно дифференцируемы по $x' \in R^{n-1}$ при $|\alpha| = m+1$, ограничены и измеримы при $|\alpha| \leqslant m$.

Как известно [7], эта задача поставлена корректно, если в разложении

$$Pa(x,\ \zeta) \equiv a_\alpha(x)\,\zeta^\alpha = \prod_{j=1}^{m+1} (\zeta_1 - \lambda_j), \qquad |\alpha| = m+1 \tag{3}$$

числа $\lambda_j = \lambda_j(x,\ \zeta')$ действительны и различны, когда $\zeta' \neq 0$ действительно. В задаче (1)—(2) допускается совпадение λ_j на начальной гиперплоскости.

Обозначим $V_t = \{x = (x_1, \cdots,\ x_n),\ 0 \leqslant x_1 \leqslant t\}$ и пусть S_t — гиперплоскость $x_1 = t$. Далее

$$D_l = \frac{\partial}{\partial x_l}, \qquad \partial_l = \frac{\partial}{\partial \xi_l}, \qquad \zeta = \xi + i\eta. \tag{4}$$

Для любого вектора $a = (a_1, \cdots,\ a_n)$, a' означает вектор $(a_2, \cdots,\ a_n)$.

Для псевдодифференциального (п. д.) оператора A примем

$$Au(x) = \int e^{ix'\xi'}\, a(x,\ \xi')\,\hat{u}(x_1,\ \xi')\,d\xi'. \tag{5}$$

Через AB будем обозначать обычное произведение п. д. операторов, а $A \circ B$ — п. д. оператор с символом $a(x,\ \xi')\ b(x,\ \xi')$. Для оценок используется норма пространства $H^{p,\,q}$ [6].

Пусть оператор $b(x, D)$ разделяет оператор $a(x, D)$. Тогда имеет место тождество [7]

$$a\bar{b} + \bar{a}b = (D_j + \bar{D}_j) A^j + A^0 \quad (1 \leqslant j \leqslant n). \tag{6}$$

Учитывая финитность u и начальные условия (2), получаем

$$2\int \mathrm{Re}\,(a(u)\,\overline{b(u)})\,dV_{x_1} = \int A^1(u, \bar{u})\,dS_{x_1} + \int A^0(u, \bar{u})\,dV_{x_1}. \tag{7}$$

Разобьем последний интеграл на три части

$$\int A^0(u, \bar{u})\,dV_{x_1} = \int A^0_1(u, \bar{u})\,dV_{x_1} + 2\int \mathrm{Re}\,(Q(u)\,\overline{b(u)})\,dV_{x_1} +$$

$$+ 2\int \mathrm{Re}\,(a_\alpha D^\alpha u\ \overline{b(u)})\,dV_{x_1}, \quad |\alpha| \leqslant m, \tag{8}$$

Второе и третье слагаемые можно объединить и записать в виде

$$2\int \mathrm{Re}\,(a_{1\alpha} D^\alpha u \cdot \overline{b(u)})\,dV_{x_1}, \quad |\alpha| \leqslant m. \tag{9}$$

Будем предполагать, что такое объединение заранее сделано и опустим индекс 1 при A^0_1 и $a_{1\alpha}$.

Интегрируя по частям, преобразуем интеграл по гиперплоскости $x_1 = \mathrm{const}$

$$\int A^1(u, \bar{u})\,dS_{x_1} = \int \bar{\theta} A^1_1 \theta\,dS_{x_1} + \int \bar{\theta} R_1 \theta\,dS_{x_1}, \tag{10}$$

где $\theta = {}^t(D_1^m u, \cdots, u)$, A^1_1 и R_1 — матричные дифференциальные операторы порядка $2m$ и $\leqslant 2m-1$ соответственно. Элементы матрицы A^1_1 можно выразить через п. д. операторы $\Lambda_j(x, D')$ с символами $\lambda_j(x, i\xi')$. Тогда символ оператора A^1_1 примет вид

$$a^1(x, \xi') = \|a_{rl}(x, \xi')\|_1^{m+1}, \tag{11}$$

где

$$a_{rl}(x, \xi') = \sum_{k=1}^{m+1} \Bigg[(-1)^{r+l} \sum_{\substack{i_1 < \cdots < i_{r-1} \\ i_1 \cdots i_{r-1} \neq k}} \lambda_{i_0}\lambda_{i_1} \cdots \lambda_{i_{r-1}} \overline{\sum_{\substack{j_1 < \cdots < j_{l-1} \\ j_1 \cdots j_{l-1} \neq k}} \lambda_{j_0}\lambda_{j_1} \cdots \lambda_{j_{l-1}}}\Bigg],$$

$\lambda_{i_0} \equiv \lambda_{j_0} \equiv 1.$

Используя треугольное преобразование координат [8], запишем $a^1(x, \xi')$ в виде

$$a^1(x, \xi') = c^*(x, \xi')\,e(x, \xi')\,c(x, \xi'), \tag{12}$$

где

$$e_{ii} = \frac{\Delta_i}{\Delta_{i-1}}\ (i = 1, \cdots, m), \quad \Delta_0 \equiv 1, \quad e_{ij} = 0 \ \text{ при } i \neq j.$$

Выражение для Δ_s в общем случае подсчитано в [6]

$$\Delta_s \equiv \det \|a_{rl}\|_1^s = \sum \prod_{k_i < k_j} |\lambda_{k_i} - \lambda_{k_j}|^2, \tag{13}$$

где суммирование производится по всем наборам $(k_1, k_2, \cdots, k_s)$ из чисел $(1, 2, \cdots, m+1)$. При этом элементы матриц c, c^*, e оказываются бесконечно дифференцируемыми по x' и аналитичными по ξ'.

Обозначим через $C^*(x, D')$, $E(x, D')$, $C(x, D')$ п. д. операторы с символами $c^*(x, \xi')$, $e(x, \xi')$, $c(x, \xi')$ соответственно.

Лемма. *Пусть* $\Delta_i(x, \xi')$ *удовлетворяют условиям*

$$c_i'(\lambda^{a_{ij}}(x_1)|\xi_j|)^{2(i-1)} \leqslant \frac{\Delta_i(x, \xi')}{\Delta_{i-1}(x, \xi')} \leqslant c_i(\lambda^{a_{ij}}(x_1)|\xi_j|)^{2(i-1)}, \tag{14}$$

$$\left| D^{\gamma'}\partial^{\beta'}\left(\frac{\Delta_i(x, \xi')}{\Delta_{i-1}(x, \xi')}\right)\right| \leqslant c_i(\lambda^{a_{ij}}(x_1)|\xi_j|)^{2(i-1)}\,|\xi'|^{-|\beta'|}, \tag{15}$$

$$(2 \leqslant j \leqslant n)$$

для каждого $i = 1, \cdots, m+1$, $|\beta'| \leqslant q$, $|\gamma'| \leqslant p$, c_i', $c_i = \text{const}$, $a_{ij} > 0$. *Если коэффициенты уравнения* (1) *слабо зависят от* x', *то есть для всех и выполняется следующая оценка:*

$$\int \bar{\theta} R_1 \theta dS_{x_1} + \int \bar{\theta}\{[C^* \circ E \circ C] - [C^*EC]\}\theta dS_{x_1} + \int \overline{C'\theta}\cdot EC\theta dS_{x_1} \leqslant$$

$$\leqslant c \int \sum_{q=0}^{i-2} |(\lambda^{a_{ij}} D_j)^{(i-1)}(C\theta)_i|\,|(\lambda^{a_{ik}} D_k)^q (C\theta)_i| dS_{x_1} \tag{16}$$

$$(1 \leqslant i \leqslant m+1, \quad j, k = 2, \cdots, n),$$

то существует постоянная c, *не зависящая от* u, *такая, что*

$$\int A^1(u, \bar{u})\, dS_{x_1} \geqslant c \int |(\lambda^{a_{ij}} D_j)^{(i-1)} (C\theta)_i|^2 dS_{x_1} -$$

$$-\frac{1}{c}\int \sum_{q=0}^{k-2} |(\lambda^{a_{kj}} D_j)^q (C\theta)_k|^2 dS_{x_1} \tag{17}$$

$$(1 \leqslant i \leqslant m+1, \quad 2 \leqslant j \leqslant n, \quad 2 \leqslant k \leqslant (m+1)).$$

Доказательство. Имеем

$$\int \bar{\theta} A_1^1 \theta\, dS_{x_1} \equiv (A_1^1 \theta, \theta)_{x_1} = ([C^* \circ E \circ C]\theta, \theta)_{x_1} =$$

$$= ([C^*EC]\theta, \theta)_{x_1} + ([C^* \circ E \circ C]\theta, \theta)_{x_1} - ([C^*EC]\theta, \theta)_{x_1}. \tag{18}$$

Далее, согласно определению сопряженного оператора [9]

$$([C^*EC]\theta, \theta)_{x_1} = (EC\theta, C\theta)_{x_1} + (EC\theta, C'\theta)_{x_1}, \tag{19}$$

где C' — оператор более низкого порядка, чем C.

С помощью разбиения единицы можно доказать, что при выполнении условий (14), (15) имеет место оценка

$$(EC\theta, C\theta)_{x_1} \geqslant c \int |(\lambda^{a_{ij}} D_j)^{(i-1)} (C\theta)_i|^2 dS_{x_1} -$$

$$-\frac{1}{c}\int \sum_{q=0}^{k-2} |(\lambda^{a_{kj}} D_j)^q (C\theta)_k|^2 dS_{x_1} \tag{20}$$

$$(1 \leqslant i \leqslant m+1, \quad 2 \leqslant j \leqslant n, \quad 2 < k < m+1),$$

где c не зависит от u. Подставляя (19) в (18) и учитывая условие (16), получим требуемую оценку.

Пусть $b_h(x, D)$ $(h = 0, \cdots, m)$ — последовательность операторов, таких, что b_{h+1} разделяет b_h, $b_0 \equiv a(x, D)$. Если W — некоторая величина, определенная для оператора $a(x, D)$, то обозначим W^h аналогичную величину для оператора $b_h(x, D)$. При этом $W^0 \equiv W$.

Основным результатом работы является следующая

Т е о р е м а. *Пусть для операторов* $b_h(h = 0, \cdots, m)$ *имеют место оценки типа* (17). *Далее пусть*

$$1. \quad -A^{0h}(\zeta, \bar{\zeta}) \leqslant c(1 + D_1)\,[(\lambda^{\overset{h}{a}_{ij}}|\zeta_j|)^{2(l-1)}]|(c^h(x, \zeta')\,\omega^h))_l|^2,$$

$$2. \quad a_\alpha(x)\zeta^\alpha = \overset{h}{\varphi}_{ijl}(x, \zeta')\,(1+D_1)[(\lambda^{\overset{h}{a}_{ij}}|\zeta_j|)^{(l-1)}]|\zeta'|^{-l}(c^h(x, \zeta')\,\omega^h)_l$$

$$(|\alpha| \leqslant m,\ 1 \leqslant i \leqslant m + 1 - h,\quad 0 \leqslant l \leqslant i - 1,\quad 0 \leqslant h \leqslant m,\ 2 \leqslant j \leqslant n),$$

где $\mathrm{Re}\,\zeta' = 0$, $\overset{h}{\varphi}_{ijl}$ — *ограниченные функции с нулевой степенью однородности по* ζ', $\overset{h}{a}_{ij} > 0$, $\lambda(x_1) \to 0$ *при* $x_1 \to 0$, $D_1\lambda(x_1) > 0$, $\lambda(x_1) > 0$ *при* $x_1 \geqslant \varepsilon$ *для любого* $\varepsilon > 0$, $\omega^h = (\zeta_1^{m-h}, \cdots, 1)$.

Тогда для любого $f \in H^{0, d}$, *где* d — *достаточно большая постоянная, существует единственное обобщенное решение* $u \in H^{m, 0}$ *задачи* (1) — (2). *При этом*

$$|D^{m, 0}u, V_t| \leqslant c\,|D^{0, d}f,\ V_t|. \tag{21}$$

Доказательство теоремы в основном аналогично доказательству теоремы 2 в [6]. Сначала докажем, что условие 2 позволяет за счет гладкости $f(x)$ по $(x_3, \cdots, x_n)$ свести уравнение (1) к аналогичному уравнению относительно неизвестной функции v, у которого правая часть $g(x)$ удовлетворяет условию

$$\int \frac{\lambda(x_1)}{D_1\lambda(x_1)}|g(x)|^2\,dV_{x_1} \leqslant c\lambda^r(x_1)\,|D^{0, d}f,\ V_{x_1}|^2, \tag{22}$$

где $r > 0$ произвольно.

Пусть $\lambda_{i_1}, \cdots, \lambda_{i_{p_k}}$ стремятся к функции $\mu_k(x, \zeta')$ при $x_1 \to 0$ $(k=1, 2, \cdots, r)$, $1 \leqslant p_k \leqslant m+1$ и $\sum p_k = m+1$, $|\mu_l - \mu_j| \geqslant \varepsilon > 0$. Тогда $\Delta_l(x, \zeta') \geqslant \delta > 0$ и $a_{ij} = 0$ $(i = 1, \cdots, r + 1)$, $(j = 2, \cdots, n)$. Кроме того, пусть $a_{ij} = 0$ для $i = r + 2, \cdots, m + 1$ и $j = j_1, \cdots, j_s$, $s < n$, то есть вырождение происходит при $x_1 \to 0$ и $\zeta_{j_{s+l}} = 0$, $l = 1, \cdots, n - s$, $\mathrm{Im}\,\zeta = 0$.

Рассмотрим уравнение

$$a'(\bar{u}) \equiv Pa'(\bar{u}) + \dot{a}_\alpha(x)\,D^\alpha\,\bar{u} = f,\quad |\alpha| \leqslant m, \tag{23}$$

где p_k штук корней характеристического уравнения оператора a' равны $\mu_k(x, \zeta')$, $x \in V_t$. Выберем a'_α так, что

$$a'_\alpha(x)\zeta^\alpha = \varphi^h_{ijl}(\lambda^{\alpha^h_{ij}}|\zeta_j|)^{(l-1)}|\zeta'|)^{-l}(c^{h'}(x, \zeta')\omega^h_p)_l \tag{24}$$
$$(|\alpha| \leqslant m, \quad 0 \leqslant l \leqslant i-1),$$

где суммирование по $i = 1, \cdots, m+1-h$ и $j = 2, \cdots, n$ производится по тем значениям индексов, для которых $\alpha^h_{ij} = 0$, а $c^{h'}(x, \zeta')$ в операторе a' то же, что и $c^h(x, \zeta')$ для a. Легко показать, обычными методами, что задача Коши для уравнения (23) с нулевыми начальными данными поставлена корректно и выполняется оценка

$$|D^{m,0}\tilde{u}, S_{x_1}|^2 \leqslant c|D^{0,m}f, V_{x_1}|^2. \tag{25}$$

Из условий 2 и (24) следует, что $(a - a')(\zeta)$ стремится к нулю при $x_1 \to 0$ с некоторой скоростью $\lambda^b(x_1)$, $b > 0$.

Отнимем из уравнения (1) уравнение (23) и обозначим $u_1 \equiv u - \tilde{u}$,

$$a(u_1) = a'(\tilde{u}) - a(\tilde{u}), \tag{26}$$

где

$$\int \frac{\lambda(x_1)}{D_1\lambda(x_1)}|(a' - a)\tilde{u}|^2 dV_{x_1} \leqslant \lambda^{2b}(x_1)|D^{0,m}f, V_{x_1}|^2.$$

С другой стороны

$$a'(u_1) = a'(u) - a(u), \tag{27}$$

поэтому

$$|D^{m,0}u_1, S_{x_1}| \leqslant c|D^{0,m}(a' - a)u, V_{x_1}| \leqslant c\lambda^b(x_1), \tag{28}$$

где последняя постоянная зависит от u. Продолжая аналогичным образом, получим, что задачу (1)—(2) достаточно решить в классе функций $g(x)$, удовлетворяющих оценке (22).

При условиях теоремы с учетом оценки (17) получается неравенство

$$\int |(\lambda^{\alpha^h_{ij}}D_j)^{(l-1)}(C^h(x, D')\theta^h)_l|^2 dS_{x_1} \leqslant$$
$$\leqslant c\int \frac{D_1\lambda}{\lambda}|(\lambda^{\alpha^h_{ij}}D_j)^{(l-1)}(C^h(x, D')\theta^h)_l|^2 dV_{x_1} + c\lambda^r(x_1)|D^{0,d}f, V_{x_1}|^2 \tag{29}$$
$$(1 \leqslant i \leqslant m+1-h, \quad 2 \leqslant j \leqslant n, \quad h = 0, \cdots, m).$$

Используя лемму об обращении интегрального неравенства с неинтегрируемым ядром [1], получаем требуемое неравенство (21), из которого следует единственность и устойчивость решения. Существование решения может быть доказано, например, с помощью обычной процедуры осреднения. Дифференциальные свойства решения u получаются дифференцированием уравнения (1).

Пример. Рассмотрим уравнение второго порядка и сравним условия теоремы с ранее известными результатами [10], [2], [3], [4]

$$D_1^2 u - 2a_{1i}(x) D_1 D_i u - a_{ij}(x) D_i D_j u + a_1(x) D_1 u + a_i(x) D_i u + a_0(x) u = f \tag{30}$$

$$(i,\ j = 2, \cdots, n).$$

Условие слабой зависимости коэффициентов уравнения от x' (16) не накладывает ограничений. Энергия имеет вид

$$\int A^1(u, \bar{u})\, dS_{x_1} = \int \{|D_1 u - a_{1i} D_i u|^2 + (a_{1i} a_{1j} + a_{ij}) D_i u \cdot \overline{D_j u}\}\, dS_{x_1} \tag{31}$$

$$(i,\ j = 2, \cdots, n).$$

Пусть выполнены оценки

$$c_1 \lambda^{2\alpha_j} |\zeta_j|^2 \leqslant (a_{1i} a_{1j} + a_{ij}) \zeta_i \zeta_j \leqslant c_2 \lambda^{2\alpha_j} |\zeta_j|^2,$$

$$D_1 (a_{1i} a_{1j} + a_{ij}) \zeta_i \zeta_j \leqslant c \frac{D_1 \lambda}{\lambda} \cdot \lambda^{2\alpha_j} |\zeta_j|^2,$$

$$D_k (a_{1i} a_{1j} + a_{ij}) \zeta_i \zeta_j \leqslant c\, \lambda^{2\alpha_j} |\zeta_j|^2 \quad \operatorname{Im} \zeta' = 0, \tag{32}$$

$$(i,\ j = 2, \cdots, n),$$

где $\alpha_{ij} \geqslant 0$ $(k = 2, \cdots, n)$, $\lambda(x_1) \to 0$ при $x_1 \to 0$, $\lambda(x_1) > 0$, $D_1 \lambda(x_1) > 0$ при $x_1 \geqslant \varepsilon > 0$ для любого $\varepsilon > 0$.

Тогда, если ввести обозначения

$$\tilde{a}_1 \equiv a_1 + \frac{1}{2} D_j a_{1j}, \tag{33}$$

$$\tilde{a}_i \equiv a_i + D_1 a_{1i} + a_{1i} D_j a_{1j} + D_j a_{ji} \quad (i,\ j = 2, \cdots, n),$$

то условие 2 на младшие коэффициенты примет вид

$$\tilde{a}_1 \zeta_1 + \tilde{a}_i \zeta_i = \varphi_1(x, \zeta)(\zeta_1 - a_{1i} \zeta_i) + \varphi_2(x, \zeta) \left(\frac{D_1 \lambda}{\lambda}\right)^{\delta_i} \lambda^{\alpha_i} \zeta_i, \tag{34}$$

$$|a_0| \leqslant \text{const} \quad (2 \leqslant i \leqslant n),$$

где φ_1 и φ_2 — ограниченные функции, а $\delta_i = 0$ при $\alpha_i = 0$ и $\delta_i = 1$ при $\alpha_i > 0$.

В работе [10] рассматривается задача Коши с нулевыми начальными данными для уравнения

$$D_1^2 u + 2B D_1 D_2 u + A D_2^2 u = a D_2 u + b D_1 u + c u + f,$$

$$\Delta^2(x_1, x_2) = B^2 - A > 0, \quad x_1 > 0, \ \Delta(+0, x_2) \geqslant 0.$$

Корректность задачи зависит в основном от поведения функции $\alpha = \frac{|\alpha_1| + |\alpha_2|}{2\Delta}$, где $\alpha_1 = a - bB + D_1 B + D_1 \Delta + B(D_2 B + D_2 \Delta)$, $\alpha_2 = \alpha_1 - 2(D_1 \Delta + B D_2 \Delta)$. Условия (32), (34), по существу, совпадают с накладываемыми на α ограничениями. Если коэффициенты уравнения не зависят от x', то условия (32), (34) совпадают с результатами работы [2].

Условие (34) согласуется с условием Олейник [3] для уравнения с $a_{ii}\equiv 0$ в случае, когда $\lambda(x_1)\sim x_1^l$. Сравнение с условиями корректности, полученными в [4], показывает, что условие [34] имеет иной характер.

Ереванский государственный
университет

Поступила 15.I.1975

Ա. Հ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ. Կոշու խնդրի մասին բարձր կարգի թույլ հիպերբոլական հավասարումների համար (*ամփոփում*)

Աշխատանքում քննարկվում է Կոշու խնդիրը բարձր կարգի թույլ հիպերբոլական հավասարումների համար։ Ենթադրվում է, որ խարակտերիստիկ թվերի տարբերությունը ձգտում է զրոյի սկզբնական հիպերհարթության մոտենալիս։

Ապացուցվում է Կոշու խնդրի լուծման գոյությունը, միակությունը և կայունությունը, երբ հավասարման ցածր կարգի անդամների գործակիցները բավարարում են որոշակի հանրահաշվական պայմանների։

A. H. HOVHANESIAN. *On the Ghauchy problem for high order weakly hyperbolic equations* (summary)

In the paper the Chauchy problem for high order weakly hyperbolic equations is considered. Under the assumption that differences of characteristic number vanish on the initial hyperplane and the coefficients of low order terms satisfy certain algebraic conditions, the correctness of the Chauchy problem is proved.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Б. Нерсесян.* Задача Коши для одномерного гиперболического уравнения с данными на линии вырождения, Диф. уравнения, 4, № 9, 1968, 16—58.
2. *А. Б. Нерсесян.* О задаче Коши для гиперболического уравнения второго порядка, вырождающегося на начальной гиперплоскости, ДАН СССР, 181, № 4, 1968, 798—801.
3. *О. А. Олейник, Е. В. Радкевич.* Уравнения второго порядка с неотрицательной характеристической формой, Итоги Науки, серия Математика, Мат. анализ, 1969, М., 1971.
4. *В. М. Петков.* О задаче Коши для симметризуемых систем и для нестрого гиперболических уравнений, УМН, 26, № 6, 1971, 251—252.
5. *А. Б. Нерсесян, Г. Р. Оганесян.* О задаче Коши для слабо гиперболических уравнений, Изв. АН Арм. ССР, сер. матем., X, № 2, 1974, 149—165.
6. *А. Б. Нерсесян, А. О. Оганесян.* О корректности задачи Коши для одного класса слабо гиперболических уравнений, Изв. АН Арм. ССР, сер. матем., VII, № 3, 1973, 255—273.
7. *Л. Гординг.* Задача Коши для гиперболических уравнений, ИИЛ, 1961.
8. *И. М. Гельфанд.* Лекции по линейной алгебре, М., 1971.
9. *Дж. Дж. Кон, Л. Ниренберг.* Алгебра псевдодифференциальных операторов, Сб. „Псевдодифференциальные операторы“, М., 1967.
10. *А. Б. Нерсесян.* О задаче Коши для вырождающихся гиперболических уравнений второго порядка, ДАН СССР, 166, № 6, 1968, 1288—1291.