

А. В. ЕФИМОВ, Т. А. ТОВМАСЯН

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОХОДНОЙ МАТРИЦЫ-ФУНКЦИИ КЛАССА LR

В статье [1] показано, что A -матрица двухэлементного $4n$ -полюсника, содержащего только индуктивности, сопротивления и идеальные трансформаторы, необходимо является рациональной функцией от λ и обладает свойствами

$$(I) \overline{w(\lambda)} \equiv w(\lambda),$$

$$(II) w^*(\lambda) J_1 w(\lambda) - J_1 > 0, \text{ при } \operatorname{Re} \lambda > 0,$$

$$(III) w'(\lambda) J_2 w(\lambda) \equiv J_2,$$

$$(IV) w^*(\lambda) J_2 w(\lambda) - J_2 \begin{cases} > 0, \operatorname{Im} \lambda > 0 \\ \leq 0, \operatorname{Im} \lambda < 0, \end{cases}$$

где

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad J_2 = \begin{bmatrix} 0 & iI \\ -iI & 0 \end{bmatrix}.$$

Целью настоящей статьи является доказательство обратного утверждения, именно: каждая рациональная матрица-функция $w(\lambda)$, обладающая свойствами (I)–(IV) (условимся называть ее проходной матрицей класса LR) является A -матрицей некоторого $4n$ -полюсника указанного класса. Попутно выясняется цепная структура LR -цепи.

Доказательство состоит в следующем:

1. Разложение заданной проходной матрицы класса LR в произведение примарных матриц того же класса; возможность такого разложения и структура примарных матриц см. [2; 3].

2. Реализация каждой примарной матрицы в виде двухэлементного LR $4n$ -полюсника.

Поскольку при каскадном соединении многополюсников их A -матрицы перемножаются, тем самым достигается реализация заданной проходной матрицы класса LR . При этом многополюсники, реализующие примарные матрицы, являются элементарными ячейками цепной структуры LR -цепи.

Таким образом, справедлива следующая основная

Теорема. Для реализуемости матрицы-функции $w(\lambda)$ (порядка $2n$) в виде линейного пассивного $4n$ -полюсника класса LR необходимо и достаточно, чтобы $w(\lambda)$ являлась рациональной матрицей-функцией и удовлетворяла условиям (I)–(IV).

Приведем, вкратце, процесс, приводящий к реализации примарных матриц.

В соответствии с [3], в зависимости от расположения полюсов, имеются следующие типы примарных матриц класса LR :

Тип I.

$$w(\lambda) = C_0 + \frac{C}{\lambda - \lambda_0} + \frac{\bar{C}}{\lambda - \bar{\lambda}_0},$$

где

$$C_0 = \begin{bmatrix} I & 2\operatorname{Re} \frac{f_1^* g_2}{\lambda_0} \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$C = f^* g \neq 0$, $\operatorname{Im} \lambda_0 > 0$, $f = (f_1, f_2)$, $g = (g_1, g_2)$, f_k, g_k — n -мерные векторы-строки, причем вектор f обеспечивает совместность неравенств

$$\begin{bmatrix} \alpha & \vartheta \\ \bar{\vartheta} & \alpha \end{bmatrix} > 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{\alpha} & \bar{\vartheta} \\ \bar{\vartheta} & \bar{\alpha} \end{bmatrix} > 0,$$

$$\alpha = \frac{f_1 f_1^*}{i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0)}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\bar{f}_1 \bar{f}_1^*}{i(\lambda_0 - \bar{\lambda}_0)}, \quad \bar{f} = f P(\bar{\lambda}_0), \quad \vartheta - \text{комплексный параметр,}$$

$\bar{\vartheta} = f_2 \bar{f}_1^* - \bar{\lambda}_0 \vartheta$, а вектор g определяется соотношениями

$$\begin{aligned} f_1 &= \bar{\alpha} \bar{g}_2 + \bar{\vartheta} \bar{g}_2, \\ f_2 &= \alpha g_1 + \vartheta \bar{g}_1, \end{aligned}$$

$$\bar{g} = (\bar{g}_1, \bar{g}_2) = g P^{-1}(\lambda_0), \quad P(\lambda) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \lambda I \end{bmatrix}.$$

Тип II:

$$w(\lambda) = \begin{bmatrix} I & \frac{1}{\sigma_0} f_1^* g_2 \\ 0 & I \end{bmatrix} + \frac{f^* g}{\lambda - \sigma_0} \quad (\sigma_0 = \bar{\sigma}_0 \neq 0),$$

где

1. $f = (f_1, f_2)$ — вещественный вектор,
2. $\vartheta > 0$, $\bar{\vartheta} = f_2 f_1^* - \sigma_0 \vartheta > 0$,
3. $f_2 = \vartheta g_1$, $f_1 = \frac{1}{\sigma_0} \bar{\vartheta} g_2$.

Тип III:

$$w(\lambda) = \begin{bmatrix} I & f^* g \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

где f — вещественный n -мерный вектор, $f = \vartheta g$, $\vartheta > 0$.

Тип IV:

$$w(\lambda) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \frac{1}{\lambda} f^* g & I \end{bmatrix},$$

где f — вещественный вектор, $f = \vartheta g$, $\vartheta > 0$.

Тип V:

$$w(\lambda) = \begin{bmatrix} I & \lambda f^* g \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

f — вещественный n -мерный вектор, $f = \frac{1}{\vartheta} g$, $\vartheta > 0$.

Тип VI:

$$w(\lambda) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ f^* g & I \end{bmatrix},$$

f — вещественный n -мерный вектор, $f = \vartheta g$, $\vartheta > 0$.

Непосредственная реализация примарных матриц затруднительна. В целях реализации примарную матрицу $w(\lambda)$ представляем в виде

$$w(\lambda) = TT^{-1} w(\lambda) TT^{-1},$$

где $T = \begin{bmatrix} t' & 0 \\ 0 & t^{-1} \end{bmatrix}$ — постоянная вещественная матрица, реализуемая в виде идеального трансформатора (см. [4, 5]). Далее, подобрав соответствующим образом T , добиваемся выделения из матрицы $T^{-1}w(\lambda)T$ некоторой субматрицы-ядра, содержащего основную информацию о ней. Это ядро имеет порядок 2, 4 или 6 и, реализуя его в виде многополюсника (4, 8, соответственно, 12-полюсника), получаем реализацию $w(\lambda)$ в виде цепного соединения этого многополюсника и двух идеальных трансформаторов (более подробно, см. [6]).

В дальнейшем ядро примарной матрицы $w(\lambda)$ обозначим через $\tilde{w}(\lambda)$.

Анализ каждого из типов примарных матриц, заключающийся в выделении ядра, показывает, что существует пять видов ядер типа I, четыре вида ядер типа II и по одному виду каждого из остальных типов.

Ниже дается характеристика ядер и соответствующая каждому ядру схема замещения (в виде 12-полюсника).

Реализация ядер типа I.

Возможные случаи:

1. Векторы f_1, f_2 — вырожденные, т. е. $\bar{f}_1 = e^{i\theta_1} f_1, \bar{f}_2 = e^{i\theta_2} f_2$. В этом случае можно считать

$$f_1 = (z_1, 0, 0), f_2 = (z_2, 0, 0) \quad (\text{Re } z_1 \neq 0, \text{Im } z_2 \neq 0).$$

$\tilde{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи, приведенной на рис. 1.

Значения физических параметров:

$$l = - \frac{|\lambda_0|^2 \Delta_2 \bar{w}_{22}(0)}{2\alpha \operatorname{Re}(\bar{\alpha} |z_1|^2 - \bar{\theta} \bar{z}_1^2)} > 0,$$

$$\bar{l} = \frac{\Delta_2 |a - \lambda_0|^2 \bar{w}_{22}(a)}{2\alpha \operatorname{Re}(\bar{\alpha} |z_1|^2 - \bar{\theta} \bar{z}_1^2)} > 0,$$

$$R = \frac{\Delta_2}{2 \operatorname{Re}(\bar{\alpha} |z_1|^2 - \bar{\theta} \bar{z}_1^2)} > 0, \quad a = \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\bar{\alpha} |z_1|^2 - \bar{\theta} \bar{z}_1^2)}{2 \operatorname{Re}(\bar{\alpha} |z_1|^2 - \bar{\theta} \bar{z}_1^2)} < 0,$$

$$u_1 = \bar{w}_{22}(0) > 0, \quad u_2 = \bar{w}_{22}(a) < 0,$$

$$\Delta_2 = \bar{\alpha}^2 - |\bar{\theta}|^2 > 0,$$

$\bar{w}_{22}(\lambda)$ — правый нижний элемент $\bar{w}(\lambda)$.

Реализация осуществлена путем перехода к матрице проводимости;

2. Вектор f_1 — вырожденный, вектор f_2 — невырожденный. Можно считать

$$f_1 = (z_1, 0, 0), \quad f_2 = (z_2, x_2, 0) \quad (\operatorname{Re} z_1 \neq 0, \operatorname{Im} z_2 \neq 0, x_2 = x_2^- \neq 0).$$

$\bar{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи, приведенной на рис. 2.

Значения физических параметров таковы:

$$L_1 = l_1 = - \frac{2 \operatorname{Re}(\alpha x_2^2 - \theta x_2^2)}{x_2^2 (\bar{z}_2 - z_2)^2} > 0, \quad i_2 = - \frac{2 \operatorname{Re}(\alpha |z_2|^2 - \theta \bar{z}_2^2)}{x_2^2 (z_2 - \bar{z}_2)^2} > 0,$$

$$l = \frac{2 \operatorname{Re}(\bar{\alpha} \bar{z}_2 x_2 - \bar{\theta} z_2 x_2)}{x_2^2 (z_2 - \bar{z}_2)^2} = \frac{2 \operatorname{Re}(\alpha z_2 x_2 - \theta \bar{z}_2 x_2)}{x_2^2 (\bar{z}_2 - z_2)^2},$$

$$L_2 = \frac{l_1 l_2 - l^2}{l_1} > 0,$$

$$R_1 = r_1 = \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\alpha x_2^2 - \theta x_2^2) - x_2^2 (\bar{z}_2 - z_2)(z_1 - \bar{z}_1)}{x_2^2 (\bar{z}_2 - z_2)^2} > 0,$$

$$r = - \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\bar{\alpha} \bar{z}_2 x_2 - \bar{\theta} z_2 x_2) + x_2 (\bar{z}_2 - z_2)(\bar{z}_1 z_2 - z_1 \bar{z}_2)}{x_2^2 (\bar{z}_2 - z_2)^2} =$$

$$= - \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\alpha z_2 x_2 - \theta \bar{z}_2 x_2)}{x_2^2 (\bar{z}_2 - z_2)^2}$$

$$r_2 = \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\alpha |z_2|^2 - \theta \bar{z}_2^2)}{x_2^2 (\bar{z}_2 - z_2)^2} > 0, \quad R_2 = \frac{r_1 r_2 - r^2}{r_1} > 0,$$

$$\bar{w}_{11}(0) = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{13} \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = \frac{1}{l_1}, \quad l_1 = - \frac{x_1^2 2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 z_2 (\bar{z}_1 - z_1) 2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\bar{\alpha} x_1^2 - \bar{\theta} x_1^2)}{x_1^2 (\bar{z}_1 - z_1)^2} > 0,$$

$$i = - \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\bar{\alpha} z_1 x_1 - \bar{\theta} z_1 x_1) + x_1 2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 z_2 \bar{z}_1 (\bar{z}_1 - z_1)}{x_1^2 (\bar{z}_1 - z_1)^2} =$$

$$= - \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\bar{\alpha} x_1 z_1 - \bar{\theta} x_1 z_1)}{x_1^2 (\bar{z}_1 - z_1)^2},$$

$$l_2 = \frac{2 \operatorname{Re} \bar{\lambda}_0 (\bar{\alpha} |z_1|^2 - \bar{\theta} z_1^2)}{x_1^2 (\bar{z}_1 - z_1)^2} > 0, \quad L_2 = \frac{l_1}{l_1 l_2 - l^2} > 0,$$

$$\bar{w}_{22}(0) = \begin{vmatrix} t_{33} & t_{34} \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$\bar{w}_{22}(\lambda)$ — правый нижний блок $\bar{w}(\lambda)$.

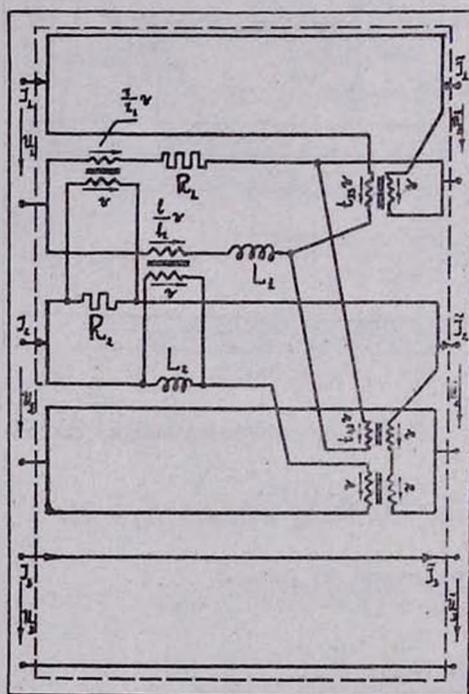


Рис. 3.

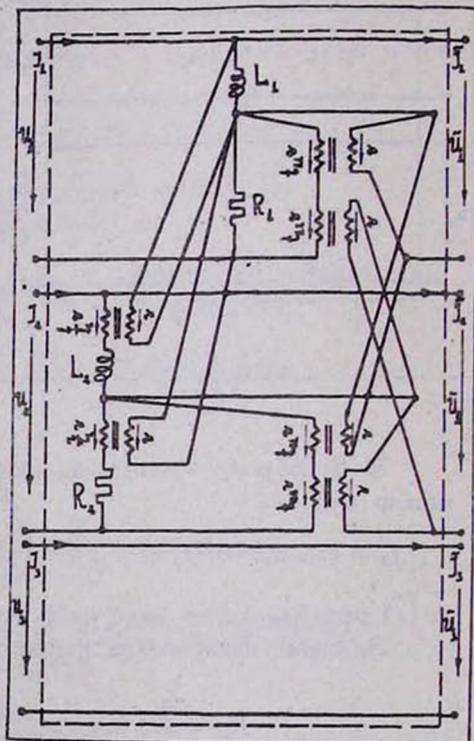


Рис. 4.

Реализация осуществлена по матрице проводимости;

4. Векторы f_1, f_2 — невырожденные, причем $(\operatorname{Re} f_2 \cdot \operatorname{Re} f_1') (\operatorname{Im} f_2 \times \operatorname{Im} f_1') \neq (\operatorname{Re} f_2 \cdot \operatorname{Im} f_1') (\operatorname{Im} f_2 \cdot \operatorname{Re} f_1')$. Здесь можно считать

$$f_1 = (z_1, ix_1, 0), \quad f_2 = (z_2, x_2, 0) \quad (\operatorname{Re} z_1 \neq 0, \operatorname{Im} z_2 \neq 0, x_1 = \bar{x}_1 \neq 0).$$

$\bar{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи, изображенной на рис. 4.

Значения физических параметров таковы:

$$r = \frac{2 \operatorname{Re} \bar{i}_0 (x z_2 x_3 - \bar{i} z_2 x_3) - 2 i x_1 x_2^2 (z_2 - \bar{z}_2)}{x_2^2 (z_2 - \bar{z}_2)^2} =$$

$$= \frac{2 \operatorname{Re} \bar{i}_0 (z z_2 x_2 - \bar{i} z_2 x_2) + x_2 (z_2 - \bar{z}_2) (\bar{x}_1 z_2 - x_1 \bar{z}_2)}{x_2^2 (z_2 - \bar{z}_2)^2},$$

$$r_2 = \frac{2 \operatorname{Re} \bar{i}_0 (x |z_2|^2 - \bar{i} z_2^2) - x_1 x_2^2 i (z_2^2 - \bar{z}_2^2)}{x_2^2 (z_2 - \bar{z}_2)^2} > 0,$$

$$\tilde{w}_{11}(0) = \begin{vmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{vmatrix}.$$

Значения остальных физических параметров те же, что и в случае 2.

Реализация осуществлена по матрице сопротивления:

5. Векторы f_1, f_2 — невырожденные, причем $(\operatorname{Re} f_2 \cdot \operatorname{Re} f_1') (\operatorname{Im} f_3 \times \times \operatorname{Im} f_1') = (\operatorname{Re} f_2 \cdot \operatorname{Im} f_1') (\operatorname{Im} f_2 \cdot \operatorname{Re} f_1')$. Можно считать

$$f_1 = (z_1, 0, i x_1), f_2 = (z_2, x_2, 0) \quad (\operatorname{Re} z_1 \neq 0, \operatorname{Im} z_2 \neq 0, x_1 = \bar{x}_1 \neq 0).$$

$\bar{w}(i)$ реализуется в виде цепи (рис. 5).

Значения физических параметров $l_1, l_2, l, r_1, r_2, r, L_2, R_2$ такие же, как в случае 2.

$$\bar{w}_{11}(0) = \begin{vmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{vmatrix},$$

$\bar{w}_{11}(i)$ — левый верхний блок ядра $\bar{w}(i)$.

Цепь, изображенная на рис. 5, не имеет ни матрицы сопротивления, ни матрицы проводимости. Синтез цепи осуществлен на основе анализа цепей (рис. 2, 4).

Реализация ядер типа II.

Возможны следующие случаи:

1. $\sigma_0 < 0, f_1 = 0, f_2 \neq 0$. Здесь можно считать $f_2 = (1, 0, 0)$.

Ядро $\bar{w}(i)$ реализуется в виде цепи (рис. 6).

Значения физических параметров таковы:

$$R = -\sigma_0 \vartheta > 0, L = \vartheta > 0.$$

Реализация осуществлена по матрице сопротивления.

2. $\sigma_0 < 0, f_1 \neq 0, f_2 = 0$. В этом случае можно считать $f_1 = (1, 0, 0)$.

$\bar{w}(i)$ реализуется в виде цепи (рис. 7), где

$$R = \frac{1}{\vartheta} > 0, L = -\frac{1}{\sigma_0 \vartheta} > 0, \alpha = 1.$$

Реализация осуществлена по матрице проводимости.

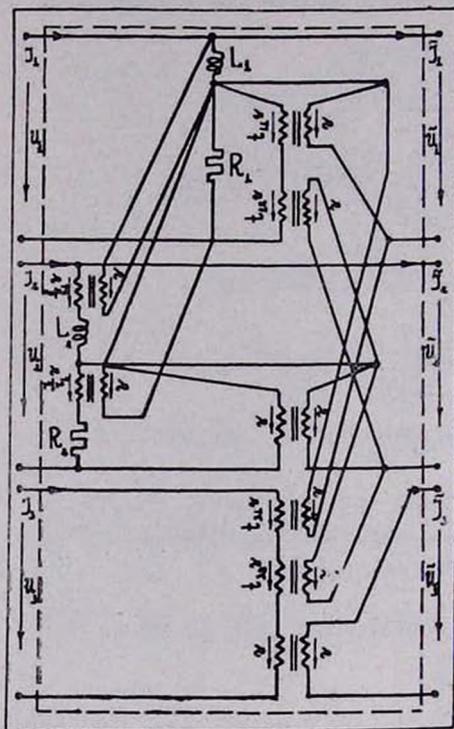


Рис. 5.

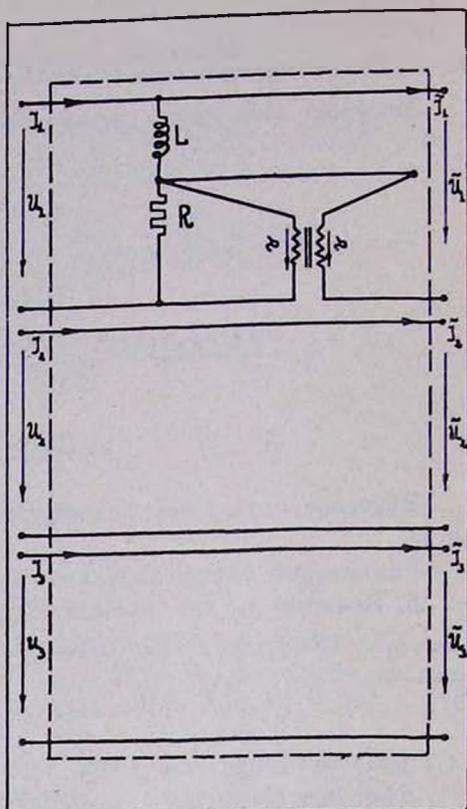


Рис. 6.

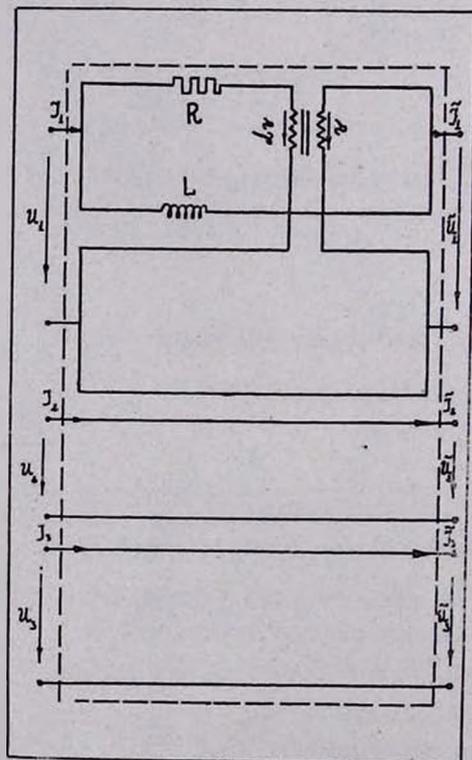


Рис. 7.

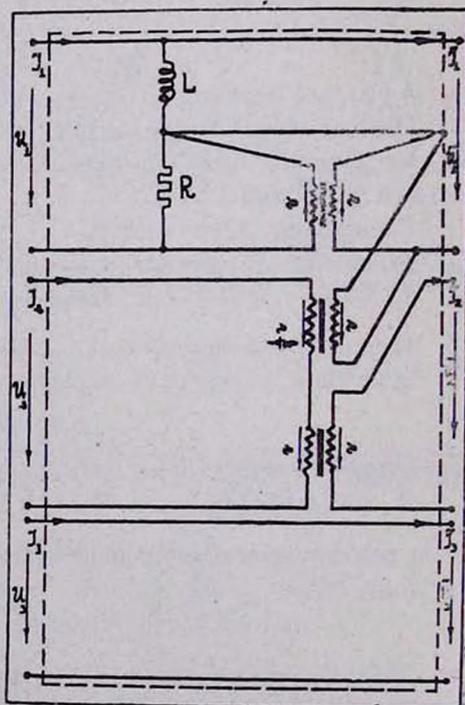


Рис. 8.

3. $\sigma_0 < 0, f_1 \neq 0, f_2 \neq 0, f_2 f_1^* = 0$. Здесь можно считать

$$f_1 = (1, 0, 0), f_2 = (0, 1, 0).$$

$\bar{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи, изображенной на рис. 8.

Значения физических параметров такие же, как в случае 1 типа II.

Отметим, что в этом случае, как и в случае 5 типа I, невозможно осуществить реализацию ни по матрице сопротивления, ни по матрице проводимости. Синтез цепи осуществлен на основе анализа цепи (рис. 6).

4. $\sigma_0 \neq 0, f_2 f_1^* \neq 0$. В этом случае можно считать

$$f_1 = (1, 0, 0), f_2 = (x, 0, 0),$$

причем $x = f_2 f_1^* \neq 0$.

$\bar{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи (рис. 7).

Значения физических параметров таковы:

$$R = \frac{1}{\vartheta} > 0, L = \frac{1}{\sigma_0^2 \vartheta} > 0, a = - \frac{\vartheta}{\sigma_0 \vartheta}.$$

Реализация осуществлена по матрице проводимости.

Реализация ядер типа III.

$\bar{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи, рис. 9. Значение параметра

$$R = \frac{1}{\vartheta} > 0.$$

Реализация ядра типа VI.

Матрица $\bar{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи (рис. 10), при этом

$$R = \vartheta > 0.$$

Реализация ядер типа IV и V.

$\bar{w}(\lambda)$ реализуется в виде цепи (рис. 10), соответственно рис. 9, заменяя сопротивление R индуктивностью L , причем

$$L = \vartheta > 0.$$

Отметим, что соответствие проходных матриц цепям проверено во всех случаях расчетом.

Попутно исчерпывающим образом описана *цепная структура линейной пассивной LR-цепи*: любую такую цепь можно представить в виде каскадного соединения указанных многополюсников и идеальных трансформаторов.

В заключение сделаем следующее

З а м е ч а н и е. В статье [3] установлена связь

$$\bar{w}(\lambda^2) = P^{-1}(\lambda) r(\lambda) P(\lambda), \quad (*)$$

$$P(\lambda) = \begin{vmatrix} I & 0 \\ 0 & \lambda I \end{vmatrix},$$

между проходными матрицами $r(\lambda)$ класса CL и $w(\mu)$ класса LR . Там же отмечено, что такое преобразование является аналогом преобразования

$$Z(\lambda^2) = \lambda z(\lambda) \quad (**)$$

для положительных матриц $z(i)$ класса CL и $Z(\mu)$ класса LR .

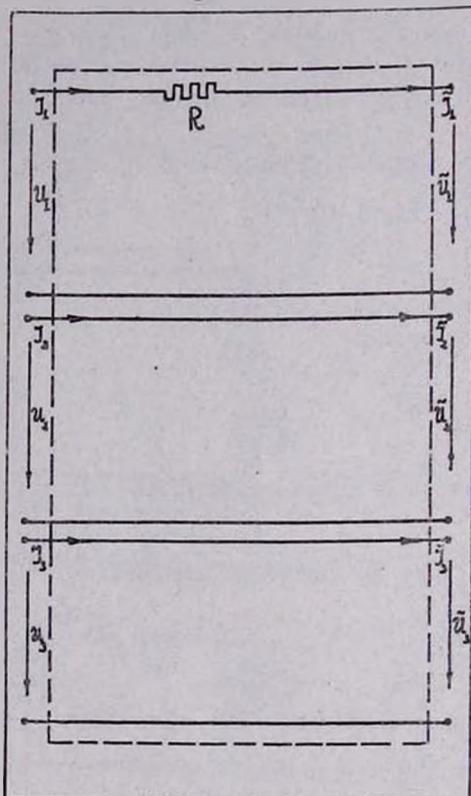


Рис. 9.

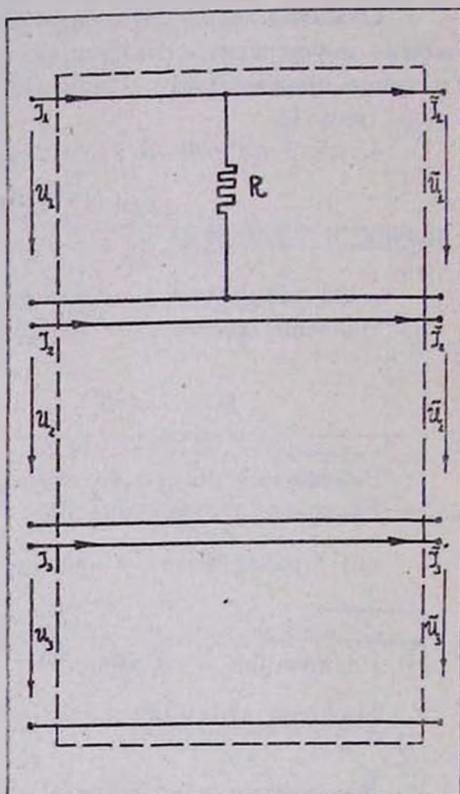


Рис. 10.

Сравнение схем замещения для проходных матриц $w(\mu)$ (см. рис. 1—10) и $r(\lambda)$ (см. [6]), связанных соотношением (*), позволяет установить физический смысл преобразования (*); он состоит (по крайней мере для рассматриваемых специального вида схем замещения) в замене каждого из емкостей C реактивной цепи на сопротивление $R=C$ в цепи LR при неизменных индуктивностях и идеальных трансформаторах.

Физический смысл преобразования (*), таким образом, тот же, что и физический смысл его аналога (**), для положительных матриц (по крайней мере для специальных схем замещения, указанных Кауэром [4]).

Все изложенное в настоящей статье без затруднений может быть перенесено на случай CR -цепей и проходных матриц класса CR .

Ա. Վ. ԵՖԻՄՈՎ, Ք. Ա. ԹՈՎՄԱՍՅԱՆ. *LR դասի անցումային մատրիցա-ֆունկցիայի իրացումը (ամփոփում)*

Հայտնի է, որ *LR* դասի *4n*-բևեռի անցումային մատրիցա-ֆունկցիան ուղղիչնալ է և օժտված է հետևյալ հատկություններով:

- (I) $\overline{w(\lambda)} \equiv w(\bar{\lambda})$,
- (II) $w^*(i) J_1 w(\lambda) - J_1 \geq 0$, երբ $\text{Re } \lambda > 0$,
- (III) $w'(\lambda) J_2 w(\lambda) \equiv J_2$,
- (IV) $w^*(i) J_2 w(\lambda) - J_2 \begin{cases} \geq 0, \text{Im } \lambda > 0, \\ \leq 0, \text{Im } \lambda < 0, \end{cases}$

որտեղ

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & iI \\ -iI & 0 \end{pmatrix}:$$

Հոդվածում ապացուցվում է հակառակ փաստը, այսինքն՝ (I)–(IV) հատկություններով օժտված ցանկացած *2n* կարգի ուղղիչնալ մատրիցա-ֆունկցիա հանդիսանում է *LR* դասի մի որոշ գծային պասիվ բևեռի *A*-մատրիցա:

Ապացույցը հիմնվում է Ա. Վ. Եֆիմովի պրիմար մատրիցաների ստրուկտուրայի վերաբերյալ արդյունքների վրա և կայանում է այնպիսի պարզագույն *4n*-բևեռների կառուցման մեջ, որոնց համար պրիմար մատրիցաները հանդիսանում են *A*-մատրիցաներ:

Միաժամանակ լիովին բացահայտվում է *LR* շղթայի շղթայական ստրուկտուրան:

A. V. EFIMOV, T. A. TOVMASSIAN. *Realisation of transition matrix-function of LR class (summary)*

It is known that transition matrix of *2n* terminal pair network of *LR* class is rational and possesses the properties:

- (I) $\overline{w(\lambda)} \equiv w(\bar{\lambda})$,
- (II) $w^*(i) J_1 w(\lambda) - J_1 \geq 0$, $\text{Re } \lambda > 0$,
- (III) $w'(\lambda) J_2 w(\lambda) \equiv J_2$,
- (IV) $w^*(i) J_2 w(\lambda) - J_2 \begin{cases} \geq 0, \text{Im } \lambda > 0, \\ \leq 0, \text{Im } \lambda < 0, \end{cases}$

where

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & iI \\ -iI & 0 \end{pmatrix}.$$

In this article the opposite condition is proved, i. e. any rational matrix-function of $w(\lambda)$ order $2n$, with the properties (I)–(IV) is *A*-matrix of some linear passive $2n$ terminal pair network of *LR* class.

The demonstration of this condition is based on the results obtained by A. V. Efimov concerning the structure of primary matrices and consists in constructing the simplest terminal pair networks for which primary matrices are actually *A*-matrices.

Concurrently the chain structure of *LR* circuit is cleared up.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. В. Ефимов. Об одном применении теоремы Ланжевона в теории цепей, ДАН АрмССР, XLIX, № 3, 1969, 118—123.
2. В. П. Потапов. Общие теоремы о структуре и отщеплении элементарных множителей аналитических матриц-функций, ДАН АрмССР, XLVIII, № 5, 1969, 257—263.
3. А. В. Ефимов. Проходные матрицы класса LR , ДАН АрмССР, LIV, № 1, 1972, 28—32.
4. W. Saueg. Theorie der linearen Wechselstromschaltungen, Berlin, 1954.
5. В. П. Потапов, Т. А. Товмасын. Многомерный гиратор, ДАН АрмССР, LI, № 5, 1970, 266—272.
6. А. В. Ефимов. Реализация реактивных J -растягивающих матриц-функций, Известия АН АрмССР, „Математика“, V, № 1, 1970, 54—63.