ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մաթեմատիկա V, № 4, 1970 Математика

В. А. ЧЕРНЕЦКИЙ

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА КАРЛЕМАНА ДЛЯ МНОГОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ В КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

§ 1. Введение

Пусть D — конечная $(m+1)$-связная область, ограниченная контуром Ляпунова L, состоящим из кривой L_0, охватывающей кривые L_1, $L_2, \cdots, L_m$. Предполагаем, что начало координат принадлежит области D.

Через $\omega(z, L_k)$, $k=0, 1, \cdots, m$ обозначим гармонические меры граничных кривых L_k относительно области D [1], а через $D_0^-, \cdots, D_m^-$ — дополнение области $D+L$ до полной плоскости. Пусть $\alpha(t)=\sum_{k=0}^{m}\omega(t, L_k)\times$ $\times\alpha_k(t)$ — гомеоморфизм контура L на себя, причем $\alpha_k(t)$-отображает контур L_k на себя, изменяя ориентацию, и удовлетворяет следующим двум условиям:

1) $\alpha_k[\alpha_k(t)]\equiv t$ (условие Карлемана);

2) функция $\dot{\alpha}_k(t)$—H-непрерывна.

Пусть $G(t)\neq 0$ и $g(t)$ — заданные на L H-непрерывные функции. Задана еще функция $A(z)$, непрерывная на всей плоскости за исключением дискретного ряда точек, в которых не существует предела функции $A(z)$, но $A(z)$ ограничена, и конечного числа линий разрыва первого рода. В окрестности бесконечно удаленной точки $A(z)$ допускает оценку

$$|A(z)|\leqslant\frac{M}{|z|^{\beta}},\ M>0,\ \beta>1.$$

Требуется найти регулярное в D решение уравнения [2] (обобщенную аналитическую функцию — о.а.ф.)

$$\frac{\partial U}{\partial\bar{z}}=A(z)\overline{U}, \tag{1}$$

удовлетворяющее на контуре L условию

$$U^+[\alpha(t)]=G(t)\,U^+(t)+g(t). \tag{2}$$

Интерес представляет лишь тот случай, когда выполнены условия [3, 4]

$$G(t)\,G[\alpha(t)]\equiv 1,\ G[\alpha(t)]\,g(t)+g[\alpha(t)]\equiv 0. \tag{3}$$

Для ограниченной односвязной области решение задачи Карлемана в классе аналитических функций дано Д. А. Квеселава [3], в классе о.а.ф. эта задача рассматривалась Хоу Цзун И [5] и полностью решена в работе Г. С. Литвинчука и Н. Т. Мишнякова [6]. Для неограниченной односвязной области краевая задача Карлемана как в классе аналитических, так и в классе о.а.ф. исследована в работах Г. С. Литвинчука [4, 7].

В настоящей работе дается решение краевой задачи (2) для многосвязной области в классе о.а.ф. Используется метод конформного склеивания, впервые примененный Г. Ф. Манджавидзе и Б. В. Хведелидзе к исследованию задачи Газемана [8], при помощи которого задача (2) сводится к задаче Римана на разомкнутом контуре, состоящем из $m+1$ гладких разомкнутых кривых.

§ 2. Вывод интегрального представления

Лемма 1. *Функция $\Phi(z)$, однозначная и аналитическая в D, H-непрерывная в D, может быть представлена в виде*

$$\Phi(z) = \frac{1}{\pi i}\int\limits_L \frac{\varphi(\tau)}{\tau - z}\, d\tau + \int\limits_L \omega(\tau, L_m)\, \varphi(\tau)\, [1 + |\alpha'(\tau)|]\, d\sigma, \tag{4}$$

где плотность $\varphi(t)$ удовлетворяет условию

$$\varphi(t) + \varphi[\alpha(t)] = \sum_{k=1}^{m} c_k \omega(t, L_k), \tag{5}$$

здесь c_k, $k = 1, \cdots, m-1$ — произвольные постоянные, а c_m — определяется по $\Phi(z)$ единственным образом, причем плотность $\varphi(t)$ определяется с точностью до слагаемого вида $\sum\limits_{k=1}^{m-1} \mu_k \omega(t, L_k)$, где μ_k — произвольные постоянные.

Доказательство. Считая, что функция $\Phi(z)$ задана, воспользуемся формулой (4) для нахождения плотности, удовлетворяющей условию (5).

Используя формулы Сохоцкого, условие Карлемана, получим

$$\Phi^-[\alpha(t)] + \Phi^-(t) = \Phi^+[\alpha(t)] + \Phi^+(t) - 2\sum_{k=1}^{m} c_k \omega(t, L_k) \tag{6}$$

— краевое условие задач Карлемана для областей $D_0^-, \cdots, D_m^-$. Для областей $D_1^-, \cdots, D_m^-$ задачи (6) безусловно разрешимы [3], и решение каждой из них единственно, если зафиксировать C_k, $k = 1, \cdots, m$. Для области D_0^- задача (6) безусловно разрешима, если искать решение, ограниченное на бесконечности; при этом $\Phi^-_{(\infty)} = \mu_0$ однозначно определяется условиями задачи. Определив $\Phi^-(z)$, по формуле Сохоцкого найдем плотность $\varphi_0(t)$, удовлетворяющую условию (5), причем плотность будет определена единственным образом, если задать систему постоянных c_k, $k = 1, \cdots, m$. Следовательно $\varphi_0(t)$ определяется по $\Phi(z)$ с точностью до произвольной постоянной на каждом внутреннем контуре L_k, $k = 1, \cdots, m$.

Итак, мы показали, что для $\Phi(z)$ справедливо интегральное представление

$$\Phi(z) = \frac{1}{\pi i}\int\limits_L \frac{\varphi_0(\tau)}{\tau - z}\, d\tau + \mu_0. \tag{7}$$

Чтобы из (7) получить формулу (4) возьмем новую плотность

$$\varphi(t) = \varphi_0(t) + \lambda_m \omega(t, L_m), \tag{8}$$

где λ_m — некоторая комплексная постоянная. Подставив $\varphi(t)$ в правую часть равенства (4) и приравняв второе слагаемое μ_0, получим

$$\lambda_m = \frac{\int\limits_L \omega(\tau, L_m)\varphi_0(\tau)\,[1 + |\alpha'(\tau)|]\, d\sigma - \mu_0}{2 \text{ дл. } L_m}. \tag{9}$$

Таким образом, взяв в качестве плотности функцию (8), где λ_m определена формулой (9), получим интегральное представление (4), где плотность $\varphi(t)$ удовлетворяет условиям леммы. Лемма доказана.

§ 3. Построение склеивающей функции

Лемма 2. *Общим решением задачи*

$$\Phi^+[\alpha(t)] = \Phi^+(t) \tag{10}$$

является произвольная постоянная.

Доказательство. Воспользовавшись представлением (4), задачу (10) сводим к интегральному уравнению

$$\varphi(t) + \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \left[\frac{1}{\tau - t} - \frac{\alpha'(\tau)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)}\right]\varphi(\tau)\, d\tau = 0. \tag{11}$$

Каждому решению уравнения (11), удовлетворяющему условию (5), соответствует некоторое решение задачи (10). Поэтому число решений задачи (10) конечно. Если предположить, что задача (10) имеет решение $\Phi(z)$, отличное от постоянной, то функции $\{\Phi(z)\}^k$, $k = 1, 2, \cdots$ также будут решениями задачи (10); они линейно независимы и их счетное число. Поэтому $\Phi(z) \equiv C$, и лемма доказана.

Легко показать далее, что функции $\omega(t, L_1), \cdots, \omega(t, L_m)$ являются собственными функциями уравнения (11), удовлетворяющими дополнительному условию. Функциям $\omega(t, L_k)$, $k = 1, \cdots, m-1$ соответствует тривиальное решение задачи (10), а функции $\omega(t, L_m)$ — комплексная постоянная. Отсюда видно, что уравнение (11) имеет m решений, а функции $\omega(t, L_k)$, $k = 1, \cdots, m$ образуют его фундаментальную систему решений.

Рассмотрим уравнение

$$\psi(t) - \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \left[\frac{1}{\tau - t} - \frac{\alpha'(t)}{\alpha(\tau) - \alpha(t)}\right]\psi(\tau)\, d\tau = 0, \tag{12}$$

сопряженное к уравнению (11).

Лемма 3. *Для фундаментальной системы решений уравнения* (12) $\psi_1(t), \cdots, \psi_m(t)$ *выполняется условие*

$$\psi_k(t) + \psi_k[\alpha(t)]\,\alpha'(t) = 0,\ k = 1, \cdots, m. \tag{13}$$

Доказательство. Легко убедиться, что если $\psi_*(t)$ — решение уравнения (12), то функция $\psi_*[\alpha(t)]\,\alpha'(t)$ тоже является решением этого уравнения. Так как уравнение (12) имеет m собственных функций, то

$$\psi[\alpha(t)]\,\alpha'(t) = A\,\psi(t), \tag{14}$$

где

$$\psi(t) = \{\psi_1(t), \cdots, \psi_m(t)\},$$

$$\psi[\alpha(t)] = \{\psi_1[\alpha(t)], \cdots, \psi_m[\alpha(t)]\}$$

— вектор-функции, $A = \|Q_{ij}\|_1^m$ — невырожденная квадратная числовая матрица порядка m.

Из неразрешимости задачи

$$\Phi^+[\alpha(t)] = \Phi^+(t) + C^*,$$

где C — постоянная, следует, что

$$\int_L \psi_k(t)\,dt,\ k = 1, \cdots, m.$$

Проинтегрируем (14) по контуру L, получаем $A = -E$, где E — единичная матрица. Свойство (13) доказано.

Отсюда следует безусловная разрешимость задачи [4]

$$\Phi^+[\alpha(t)] = \Phi^+(t) + g(t)\ \ (g(t) + g[\alpha(t)] \equiv 0). \tag{15}$$

Теорема 1. *В области D существует однолистная функция $\omega(z)$, аналитическая в D, за исключением точки $z = 0$, где $\omega(z)$ имеет простой полюс, удовлетворяющая на L условию склеивания*

$$\omega^+[\alpha(t)] = \omega^+(t). \tag{16}$$

Кроме того, линия склеивания состоит из $m+1$ простых разомкнутых контуров Ляпунова $\Gamma_0, \cdots, \Gamma_m$, заданных уравнением

$$w = \omega^+(t),\quad t \in L.$$

Доказательство следует из разрешимости (15), если $g(t) = \dfrac{1}{t} - \dfrac{1}{\alpha(t)}$. Положим $\omega(z) = \dfrac{1}{z} + \Phi(z)$, $z \in D$. Тогда для $t \in L$ $\omega^+(t)$ удовлетворяет (16). Нетрудно показать, что $\omega(z)$ — однолистна и контурные значения ее имеют H-непрерывную производную.

§ 4. Сведение задачи Карлемана к задаче Римана

Гомеоморфизм $\alpha(t)$ на каждом из контуров L_k, $k = 0, \cdots, m$ имеет по две неподвижные точки a_k и b_k, которые делят L_k на две непале-

* Не выполнено (3).

гающие дуги L_k^1 и L_k^2. Точки L_k^1 предшествуют точке b_k при положительном обходе контура L_k, а точки L_k^2 следуют за ней.

В силу теоремы 1 функция $\omega(z)$ отображает область D на плоскость Ω с разрезами $\Gamma_k = \omega^+(L_k) = \omega^+(L_k^1) = \omega^+(L_k^2)$, $k = 0, \cdots, m$, являющимися простыми гладкими разомкнутыми кривыми с концами $A_k = \omega^+(a_k)$, $B_k = \omega^+(b_k)$ (на концах гладкость предполагается односторонней). Положительный обход на Γ_k устанавливаем от A_k к B_k.

Через $z(\omega)$ обозначим обратную к $\omega(z)$ функцию. Тогда для $z(\omega)$ имеем

$$\left.\begin{aligned} &z^+(w) = t, \quad z^-(w) = \alpha(t), \quad w \in \Gamma_k, \quad t \in L_k^1; \\ &z^+(w) = \alpha(t), \quad z^-(w) = t, \quad w \in \Gamma_k, \quad t \in L_k^2. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Введем функцию $V(\omega)$ равенством

$$V(\omega) = U[z(\omega)]. \tag{18}$$

Тогда $V(\omega)$ — регулярная функция, удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial V}{\partial \bar\omega} = \left\{ A[z(\omega)] \left(\overline{\frac{dz}{d\omega}}\right)\right\} \overline{V}. \tag{19}$$

При этом в окрестности бесконечно удаленной точки $A[z(\omega)]\left(\overline{\frac{dz}{d\omega}}\right)$ допускает оценку

$$\left|\left\{A[z(\omega)]\left(\overline{\frac{dz}{d\omega}}\right)\right\}\right| \leqslant \frac{M_0}{|\omega|^2}, \quad M_0 > 0,$$

так как $A[z(\infty)] = A(0)$ — конечное число, $z(\omega)$ на бесконечности имеет нуль первого порядка, а $\dfrac{dz}{d\omega}$ имеет нуль второго порядка.

Определим на Γ функции $H_\pm(w)$ и $h_\pm(w)$, полагая

$$H_+(w) = G[z^+(w)] = G(t), \quad h_+(w) = g[z^+(w)] = g(t), \quad t \in L_k^1;$$

$$H_-(w) = G[z^-(w)] = G(t), \quad h_-(w) = g[z^-(w)] = g(t), \quad t \in L_k^2,$$

$$k = 0, \cdots, m.$$

Очевидно, что для функций $H_\pm(w)$ и $h_\pm(w)$, в силу (3) выполняются тождества

$$H_+(w)\,H_-(w) \equiv 1, \quad h_+(w)\,H_-(w) + h_-(w) \equiv 0. \tag{20}$$

Для функций $V^\pm(w)$ имеем

$$\left.\begin{aligned} &V^+(w) = U^+[z^+(w)] = U^+(t) \\ &V^-(w) = U^+[z^-(w)] = U^+[\alpha(t)] \end{aligned}\right\} w \in \Gamma_k, \ t \in L_k^1;$$

$$V^+(w) = U^+[\alpha(t)], \quad V^-(w) = U^+(t), \quad w \in \Gamma_k, \quad t \in L_k^2.$$

Краевое условие (2) в новых обозначениях запишется в виде двух краевых условий

$$V^-(w) = H_+(w)\,V^+(w) + h_+(w),$$

$$V^+(w) = H_-(w)\,V^-(w) + h_-(w). \tag{21}$$

В силу условий (20) обе задачи оказываются тождественными.

Таким образом, задача (2) сведена к равносильной ей задаче Римана (21) на разомкнутом контуре Γ, состоящем из $m+1$ простых гладких разомкнутых кривых. Причем решение (21) ищется ограниченное на бесконечности, так как $V(\infty)=U(0)$ — конечное, вообще говоря не равное нулю число, а также ограниченное вблизи концов, так как это соответствует ограниченности функции $U(z)$ вблизи неподвижных точек гомеоморфизма $\alpha(t)$.

§ 5. Анализ разрешимости краевой задачи Карлемана

Дополним контур Γ произвольными кривыми $\Gamma_0', \cdots, \Gamma_m'$ так, чтобы получилась одна гладкая замкнутая жорданова кривая C ($C=\Gamma_0+\Gamma_0'+\cdots+\Gamma_m+\Gamma_m'$). Тогда задачу (21) можно рассматривать как задачу на замкнутом контуре

$$V^+(w)=H(w)\,V^-(w)+h(w), \tag{22}$$

причем

$$\left.\begin{aligned} &H(w)=H_-(w),\ h(w)=h_-(w) \text{ на } \Gamma_k,\\ &H(w)=1,\ h(w)=0 \text{ на } \Gamma_k',\ k=0,\cdots,m. \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Функции $H(w)$ и $h(w)$ H-непрерывны на C, за исключением концов A_k и B_k, $k=0,\cdots,m$, где они, вообще говоря, имеют разрывы I-го рода; $H(w)\neq 0$ на C. Точки, предшествующие точке A_k при положительном обходе контура C, будем считать левой окрестностью этой точки, а точки, следующие за ней, —правой. Левый и правый пределы в точке A_k будем обозначать, как обычно, $H(A_k-0)$ и $H(A_k+0)$ (вообще говоря $H(A_k-0)\neq H(A_k+0)$). То же относится и к точке B_k, $k=0,\cdots,m$. Пусть $\varkappa_k=\operatorname{Ind} G(t)|_{L_k}$, $k=0,\cdots,m$. Тогда $\operatorname{Ind} H(w)|_{\Gamma_k}=-\frac{\varkappa_k}{2}$. Через $\varkappa_k'$ во всем дальнейшем мы будем обозначать $\frac{\varkappa_k}{2}$, когда $\varkappa_k$ — четное число, и $\frac{\varkappa_k+1}{2}$, когда $\varkappa_k$ — нечетное число.

Рассмотрим все возможные случаи.

Случай 1. $\varkappa_k=2\varkappa_k'$ — четное число. Тогда функция $G(t)$ пусть принимает значение -1 в обеих неподвижных точках. Такие же значения будет принимать и функция $H(w)$ в точках A_k и B_k. Положим $H(A_k)=-1=e^{-i\pi}$, $H(B_k)=-1=e^{-i\pi-i2\varkappa_k'\pi}$. Значение аргумента θ в начальной точке A_k контура Γ_k (в данном случае $\theta=-\pi$) уславливаемся брать в пределах $-2\pi<\theta\leqslant 0$, так как решение ограничено в точке A_k. Имеем

$$\left.\begin{aligned} &H(A_k-0)=1,\ H(A_k+0)=H(A_k)=e^{-i\pi},\\ &H(B_k-0)=e^{-i(2\varkappa_k'+1)\pi},\ H(B_k+0)=1,\\ &\frac{H(A_k-0)}{H(A_k+0)}=e^{i\pi},\quad \frac{H(B_k-0)}{H(B_k+0)}=e^{-i(2\varkappa_k'+1)\pi}. \end{aligned}\right| \tag{24}$$

Положим

$$\gamma_k = \frac{1}{2\pi i} \ln e^{i\pi} = \frac{1}{2},$$

$$\gamma'_k = \frac{1}{2\pi i} \ln e^{-i(2\varkappa'_k+1)\pi} = -\frac{2\varkappa'_k+1}{2} - \nu_k = \frac{1}{2},$$

где ν_k — целое число, которое определяется как [9], [10]

$$\nu_k = E\left[-\frac{2\varkappa'_k+1}{2}\right] = -\varkappa'_k - 1, \tag{25}$$

для решений, ограниченных в точке B_k.

Случай 2. $\varkappa_k = 2\varkappa'_k$, $G(a_k) = G(b_k) = +1$.

$$\left.\begin{aligned} & H(A_k+0) = H(A_k) = 1, \\ & H(B_k-0) = H(B_k) = e^{-i2\varkappa'_k\pi}, \\ & \frac{H(A_k-0)}{H(A_k+0)} = 1, \quad \frac{H(B_k-0)}{H(B_k+0)} = e^{-i2\varkappa'_k\pi}, \\ & \gamma_k = 0, \quad \gamma'_k = 0, \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

так как

$$\nu_k = E[-\varkappa'_k] = -\varkappa'_k. \tag{27}$$

Случай 3′. $\varkappa_k = 2\varkappa'_k - 1$, $G(a_k) = 1$, $G(b_k) = -1$.

$$\left.\begin{aligned} & H(A_k+0) = H(A_k) = 1, \\ & H(B_k-0) = H(B_k) = -1 = e^{-i(2\varkappa'_k-1)\pi}, \\ & \frac{H(A_k-0)}{H(A_k+0)} = 1, \quad \frac{H(B_k-0)}{H(B_k+0)} = e^{-i(2\varkappa'_k-1)\pi}, \\ & \gamma_k = 0, \quad \gamma'_k = \frac{1}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

$$\nu_k = E\left[\frac{2\varkappa'_k-1}{2}\right] = -\varkappa'_k. \tag{29}$$

Случай 3″. $\varkappa_k = 2\varkappa'_k - 1$, $G(a_k) = -1$, $G(b_k) = +1$.

$$\left.\begin{aligned} & H(A_k+0) = H(A_k) = e^{-i\pi}, \\ & H(B_k-0) = H(B_k) = e^{-i2\varkappa'_k\pi}, \\ & \frac{H(A_k-0)}{H(A_k+0)} = e^{i\pi} \quad \frac{H(B_k-0)}{H(B_k+0)} = e^{-i2\varkappa'_k\pi}, \\ & \gamma_k = \frac{1}{2}, \quad \gamma'_k = 0. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

$$\nu_k = E[-\varkappa'_k] = -\varkappa'_k. \tag{31}$$

Нетрудно заметить, что числа ν_k вычисляются во всех случаях по формуле

$$\nu_k = -\frac{\varkappa_k + m_k^-}{2}, \tag{32}$$

где $\varkappa_k = \operatorname{Ind} G(t)|_{L_k}$, m_k^- — число неподвижных точек сдвига $\alpha_k(t)$, в которых $G(t) = -1$, $k=0, \cdots, m$.

Индекс соответствующей задачи Римана представляется формулой

$$\nu = \sum_{k=0}^{m} \nu_k = \sum_{k=0}^{m} -\frac{\varkappa_k + m_k^-}{2} = -\frac{\varkappa + m_-}{2}, \tag{33}$$

где $m_- = \sum_{k=0}^{m} m_k^-$ — число неподвижных точек сдвига $\alpha(t)$, в которых $G(t) = -1$, $\varkappa = \sum_{k=0}^{m} \varkappa_k = \operatorname{Ind} G(t)|_L$.

Решение задачи Римана на разомкнутом контуре в классе о.а.ф. дано Л. Г. Михайловым [11]. Учитывая установленную в [11] аналогию задачи Римана в классс аналитических и о.а.ф., из формул общего решения задачи (21) ([11], стр. 64; [9], стр. 255 и 83; [10], стр. 475 и 79) и из того, что $H_-(w) = \pm 1$ на концах, следует, что

$$V^+(A_k + 0) = V^-(A_k + 0), \ V^+(B_k - 0) = V^-(B_k - 0).$$

Доопределяя $V^{\pm}(w)$ в точках A_k и B_k по непрерывности, мы придадим смысл краевому условию (21) на концах, что соответствует выполнению граничного условия (2) в неподвижных точках гомеоморфизма $\alpha(t)$. Отсюда следует, что решение задачи Карлемана — функция $U(z) = V[\omega(z)]$ H-непрерывна в $\overline{D}$.

Опираясь на теорию задачи Римана на разомкнутом контуре в классе о.а.ф. [11], сформулируем результат для задачи Карлемана для $(m+1)$-связной области.

Теорема 2. *Пусть* $\varkappa = \operatorname{Ind} G(t)|_L$, l — *число решений однородной задачи* (2), m_- — *число неподвижных точек гомеоморфизма* $\alpha(t)$, *в которых* $G(t) = -1$.

Тогда

1) *если* $\varkappa \leqslant -m_-$, *то однородная задача Карлемана в классе о.а.ф. имеет*

$$l = 2 - \varkappa - m_-$$

линейно независимых решений (линейных комбинаций с вещественными коэффициентами), а общее решение неоднородной задачи линейно зависит от $2 - \varkappa - m_-$ *произвольных вещественных постоянных;*

2) *если* $\varkappa > -m_-$, *то* $l = 0$, *а для разрешимости неоднородной задачи Карлемана необходимо и достаточно выполнение*

$$p=\frac{\varkappa+m_-}{2}-1$$

условий.

В случае $m=0$ получается результат работы Г. С. Литвинчука и Н. Т. Мишнякова [6].

Автор признателен Э. И. Зверовичу и Г. С. Литвинчуку за полезное обсуждение работы.

Одесский государственный университет Поступило 15.IV.1969

Վ. Ա. ՉԵՐՆԵՑԿԻ. Կառլեմանի եզրային խնդիրը բազմակապ տիրույթի համար ընդհանրացված անալիտիկ ֆունկցիաների դասում *(ամփոփում)*

Դիտարկվում է Կառլեմանի եզրային խնդիրը առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարումների էլիպտական սիստեմի համար: Լուծումը տրվում է վերջավոր բազմակապ տիրույթի համար:

W. A. CHERNETZKII. *Carleman boundary problem for poly-connected domains in the class of generalised analytic functions.*(summary)

Carleman boundary problem for a system of the first order differential equations of elliptic type is considered. The solution is found in the case of finite, poly-connected domains.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. Неванлинна.* Однозначные аналитические функции, М., ИЛ, 1941.
2. *И. Н. Векуа.* Обобщенные аналитические функции, М., Физматгиз, 1959.
3. *Д. А. Квеселава.* Некоторые граничные задачи теории функций, Труды Тбилисского матем. института, 16, 1948, 39—80.
4. *Г. С. Литвинчук.* О некоторых краевых задачах Римана со смещениями, Изв. вузов, Матем., 6 (25), 1961, 71—81.
5. *Хоу Цзун И.* Краевая задача Карлемана для эллиптических систем уравнений первого порядка „Scienta Sinica", 12, № 8, 1963, 1237.
6. *Г. С. Литвинчук* и *Н. Т. Мишняков.* Краевая задача Карлемана для ограниченной области в классе обобщенных аналитических функций, Изв. АН Армянской ССР, Матем., 2, № 1, 1967, 52—56.
7. *Г. С. Литвинчук.* Об одной краевой задаче с обратным сдвигом в классе обобщенных аналитических функций, Сиб. матем. журн., 3, № 2, 1962, 223—228.
8. *Г. Ф. Манджавидзе* и *Б. В. Хведелидзе.* О задаче Римана-Привалова с непрерывными коэффициентами, ДАН СССР, 123, № 5, 1958, 791—794.
9. *Н. И. Мусхелишвили.* Сингулярные интегральные уравнения, М.—Л., ОГИЗ, 1946.
10. *Ф. Д. Гахов.* Краевые задачи, М., Физматгиз, 1963.
11. *Л. Г. Михайлов.* Краевая задача типа задачи Римана для дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и некоторые интегральные уравнения, Ученые записки Таджикского госуниверситета, 10, 1957, 64.