КОЭФФИЦИЕНТЫ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПЕРЕХОДОВ ДЛЯ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОН-ФОТОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

PROBABILITY TRANSITION COEFFICIENTS FOR THE ELECTRON-PHOTON INTERACTION PROCESSES

Г. Т. ТЕР-КАЗАРЯН

Бюраканская астрофизическая обсерватория

Резюме. С помощью представления комптоновского рассеяния в виде двух составляющих процессов введены коэффициенты вероятностей для свободно-виртуальных, виртуально-свободных и свободно-свободных переходов фотон-электронного рассеяния при малой интенсивности поля излучения, и получены соотношения между ними. Эти соотношения выявляют внутренний механизм лежащий в основе элементарного акта рассеяния.

Введенный формализм распространен как на случай произвольной интенсивности поля излучения, так и для процессов аннигиляции и образования электронно-позитронных пар.

Abstract. For free-free, free-virtual, virtual-free transitions of electron-photon scattering at the small intensity of radiation the theory is developed by the spliting Compton scattering for two constituent processes. Respectivly, the probability transition coefficients are introduced and the relations between them are obtained. The inner mechanism of elementary act of scattering is revealed by this relations.

The introduced formalizm spreads on the case of intense radiation, as well as on the processes of annihilation and production of electron-positron pairs.

1. Введение понятия вероятностей квантовых переходов и соответствующих эйнштейновских коэффициентов [1] для этих переходов является одним из выдающихся событий в истории физики. Среди многочисленных областей применений эйнштейновских коэффициентов особое место занимает астрофизика [2]. Блестящим примером с этой точки зрения является, например, теория интенсивностей линий водорода и других элементов в газовых туманностях, построенная после открытия квантовых переходов, или же установление факта значительного превосходства содержания гелия по сравнению с водородом в атмосферах звезд типа Вольф-Райе на основе использования наблюдаемого отношения интенсивности линии H_β водорода к линии λ 4686 A ионизованного гелия и известного отношения соответствующих вероятностей спонтанных переходов [3]. Неслучайно, что потребность весьма важного обобщения соотношений Эйнштейна на связанно-свободные процессы (фотоионизация) была продиктована интересами именно астрофизических задач и выполнена Милном [4].

В последнее время, по мере сильного возрастания интереса к нестационарным нетепловым явлениям, протекающим в недавно открытых весьма интересных астрофизических объектах, все чаще и интенсивнее ведутся исследования с использованием механизмов электрон-фотонного взаимодействия в космической плазме. Встречаются процессы комптоновского взаимодействия как в слабых, умеренных, так и в весьма интенсивных полях излучения с участием как тепловых, так и релятивистских электронов. При этом, если электронная среда в одних случаях является оптически почти прозрачной, то в других— весьма плотной.

Очевидно, что существующие физические методы изучения явлений электрон-фотонного взаимодействия, получили бы ощутимый стимулирующий толчок, если бы для этих процессов оказалось возможным введение и практическое использование аналогов эйнштейновских коэффициентов вероятностей переходов.

Действительно, с помощью формального введения указанных коэффициентов, в важной работе [5] было учтено квантово-теоретическое выражение тех свойств излучения, которые в волновой теории проявляются в виде интерференционных флуктуаций.

Следующий важный шаг в изучении указанных свойств был проделан в работе [6], путем четкого разделения процессов поглощения и излучения при комптоновском рассеянии квантов на молекулах (последние находятся одновременно в полях, как поглощенных, так и излученных квантов), которая, для более глубокого понимания законов взаимодействия между излучением и электронами, в свою очередь нуждается в дальнейшем детальном анализе.

Настоящая работа преследует именно эти цели.

2. Пусть имеется система, состоящая из электронного и фотонного газов, находящихся в термодинамическом равновесии. Тогда распределение электронов будет максвелловским, а излучения—планковским [5]. Как известно, амплитуда рассеяния фотона на электроне представляется суммой двух амплитуд $M_{if}=M_1+M_2$.

Амплитуда M_1—соответствует процессу рассеяния фотона с четырехимпульсом K_i^{μ} ($\mu=1, 2, 3, 4$) на электроне с четырехимпульсом P_i^{μ}. После акта они приобретают импульсы K_f^{μ} и P_f^{μ} соответственно. Этот акт можно представить в виде суммы двух составляющих процессов: 1) перехода $(i\to v)$ электрона из свободного состояния (i) в виртуальное (v) путем поглощения начального кванта и 2) перехода $(v\to f)$ электрона из виртуального состояния (v) в свободное состояние (f) путем излучения конечного кванта.

Аналогичным образом можно представить крос-процесс, соответствующий амплитуде M_2.

Для дальнейшего сделаем замечание встречающееся также в [5] и [6]: несущественно, что электрон может иметь дискретные состояния или значения энергии. Если плотность состояний—непрерывная функция в фазовом пространстве, то мы вправе заменить эти состояния равновероятными, бесконечно малыми областями состояний, между которыми возможен радиационный переход. Заметим также, что при рассмотрении, в работах [1] и [6], радиационных переходов молекул «внутреннее состояние» самой молекулы не играло никакой роли.

Хотя виртуальный электрон является «необычным» (он находится вне массовой поверхности), тем не менее, не обращаясь к вопросу о его «внутреннем состоянии» в основу данного исследования мы вправе положить две квантово-теоретические гипотезы: 1) электроны могут совершать свободно-виртуальные и виртуально-свободные переходы, как под действием излучения (индуцированные— B_{iv}, B_{fv}, B_{vi}, B_{vf}), так и спонтанные (A_{vi}, A_{vf} и A_{iv}, A_{fv}); 2) при термодинамическом равновесии можно применить принцип детального равновесия также к процессам, где одно из состояний является виртуальным т. е. в одном и том же интервале частот и направлений любой процесс компенсируется обратным процессом.

Дополнительных гипотез о статистических характеристиках виртуального состояния нам не понадобится, поскольку они не влияют на окончательные результаты. Простота гипотез, общность и непринужденность дальнейшего рассмотрения, а также естественный переход к хорошо известному результату [5]: гипотетический статистический закон Паули позволяют судить об их правильности.

Закон сохранения чисел переходов для состояний l и f можно записать соответственно в виде:

$$N_{l_1}B_{l_1v_1}\rho_l = N_{v_1}(B_{v_1l_1}\rho_l + A_{v_1l_1}); \quad N_{l_2}(B_{l_2v_2}\rho_f + A_{l_2v_2}) = N_{v_2}B_{v_2l_2}\rho_f \tag{1}$$

$$N_{f_1}B_{f_1v_1}\rho_f = N_{v_1}(B_{v_1f_1}\rho_f + A_{v_1f_1}); \quad N_{f_2}(B_{f_2v_2}\rho_l + A_{f_2v_2}) = N_{v_2}B_{v_2f_2}\rho_l \tag{2}$$

Здесь ρ—плотность равновесного изотропного поля излучения, $N_{l,f,v}$—населенности состояний l, f, v соответственно, а индексы (1) и (2) соответствуют амплитудам M_1 и M_2. Исключая населенности виртуальных состояний, получим условия детального равновесия для переходов $l_1 \rightleftarrows f_1$, $l_2 \rightleftarrows f_2$, $l \rightleftarrows f$.

При рассмотрении предельного случая $T \to \infty$ легко получить соотношения между коэффициентами индуцированных переходов. Далее, исходя из факта, что «поглощенную» при переходе $l \to f$ энергию (в единичном объеме фазового пространства за время Δt) можно представить, как с помощью введенных коэффициентов, так и посредством обычной квантомеханической вероятности рассеяния W, а также получить остальные соотношения между коэффициентами вероятностей переходов. Таким образом, получим:

$$A_{lf} = B_{l_1v_1}A_{v_1f_1} + A_{l_2v_2}B_{v_2f_2}, \quad A_{fl} = B_{f_1v_1}A_{v_1l_1} + A_{f_2v_2}B_{v_2l_2},$$

$$B_{lf} = B_{l_1v_1}B_{v_1f_1} + B_{l_2v_2}B_{v_2f_2}, \quad B_{fl} = B_{f_1v_1}B_{v_1l_1} + B_{f_2v_2}B_{v_2l_2},$$

$$B_{lf} = B_{fl}, \quad B_{l_mv_m}/B_{v_ml_m} = B_{f_mv_m}/B_{v_mf_m}, \quad (m=1,\ 2),$$

$$A_{lf}/B_{lf} = 2h\nu_f^3/c^2, \quad A_{lf} = 4\pi\, dw/d\omega_f, \quad A_{fl}/B_{fl} = 2h\nu_l^3/c^2, \quad \nu_l^3 A_{lf} = \nu_f^3 A_{fl}, \tag{3}$$

$$\nu_l^3 B_{l_1v_1}A_{v_1f_1} = \nu_f^3 B_{f_1v_1}A_{v_1l_1}, \quad \frac{A_{v_1f_1}}{B_{v_1f_1}} = \frac{A_{l_2v_2}}{B_{l_2v_2}} = \frac{2h\nu_f^3}{c^2},$$

$$\nu_l^3 A_{l_2v_2}B_{v_2f_2} = \nu_f^3 A_{f_2v_2}B_{v_2l_2}, \quad \frac{A_{v_1l_1}}{B_{v_1l_1}} = \frac{A_{f_2v_2}}{B_{f_2v_2}} = \frac{2h\nu_l^3}{c^2}.$$

Следует заметить, что в отличие от коэффициентов вероятностей атомных переходов, здесь значения введенных коэффициентов вполне определены, поскольку вероятность рассеяния W хорошо известна [7].

После введения и определения коэффициентов с помощью рассмотрения состояния термодинамического равновесия нетрудно теперь перейти к уравнению переноса излучения для исследования неравновесных процессов. Например, для свободно-свободных переходов соответствующее уравнение имеет вид

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l}\right) I_l = \int d\tau_l \int \frac{d\omega_f}{4\pi}\,\delta \left\{ -N_l I_l (B_{lf} I_f + A_{lf}) + N_f I_f (B_{fl} I_l + A_{fl}) \right\}, \tag{4}$$

где $d\tau_l$—элемент фазового объема начальных электронов.

3. Как известно комптоновское рассеяние является s—каналом фотон-электронного взаимодействия (ф.—э в.). Введенный выше фор-

мализм коэффициентов вероятностей переходов нетрудно распространить, также на t канал ф.—э. в., т. е. на процессы аннигиляции и образования электронно-позитронных пар. Поскольку для этих процессов диаграмма Фейнмана в топологическом отношении идентична с соответствующей диаграммой s канала ф.—э. в., то коэффициенты вероятностей t—канала ф. э. в. получаются непосредственно из вышенайденных (в пункте 2), посредством выполнения простых замен. Например, для процесса аннигиляции имеем:

$$\begin{aligned} &i \to -, \quad E_i \to E_-, \quad \nu_i \to -\nu_1, \quad I_i \to I_1, \\ &f \to +, \quad E_f \to -E_+, \quad \nu_f \to \nu_2, \quad I_f \to I_2, \end{aligned} \tag{5}$$

где—и+ указывают на электронную и позитронную состояния. При этом за вероятность процесса W, в зависимости от конкретной задачи, следует брать вероятность процесса аннигиляции или—образования пар.

4. До сих пор негласно была принята малость параметра интенсивности поля излучения. Теперь же обратимся к более общей задаче взаимодействия электронов с интенсивным полем излучения посредством s—фотонных комптоновских рассеяний. Здесь необходимо выделить два типа взаимодействия: а) «диагональное», когда электрон поглощает эти s—квантов из одной волны, б) «недиагональное», когда поглощенный набор s—квантов включает всевозможные комбинации квантов из различных волн.

При «диагональном» взаимодействии, соответствующая задача сводится к уже рассмотренному случаю однофотонного рассеяния [8]. В данном случае следует считать, что в одном и том же интервале частот, при каждом фиксированном значении величин s, ψ_i, ψ_f (где $\psi_{i/f}$ угол между векторами $k_{i,f}$ и P_i) выполняется условие детального равновесия, а параметры «электронной среды» (т. е. коэффициенты A и B) будут зависеть уже от интенсивности начального поля.

5. Теперь перейдем к случаю «недиагонального» взаимодействия. Пусть N_i электронов осуществляют процесс перекачки между волнами m_s ($m_s \backsim j_1, \ldots, j_s$ и $\sum\limits_{m_s} = \sum\limits_{j_1, \ldots, j_s}$). Тогда нетрудно получить результаты для данного случая из окончательных выражений задачи «диагонального» взаимодействия посредством выполнения соответствующих замен $W_s(I_i) \to W_{m_s}(I_{m_s})$ и т. п.

Но для вероятности процесса уже не имеем явного выражения $W_{m_s}(I_{j_1}, \ldots, I_{j_s})$, поскольку вычисление этой величины связано с огромными трудностями.

Анализируя условия протекания процесса, заключаем: для того, чтобы электрон мог поглотить s—квантов из различных волн, необходимо его попадание в соответствующий физический конус формирования процессов перекачки квантов различными волнами. Например, в случае двух встречных плоских электромагнитных волн физический конус формирования процесса перекачки имеет вид

$$1 - \frac{v\cos\theta}{c} \frac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_1 - \nu_2} = 0,$$

где $\vec{v}$—скорость электрона, θ—угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{e}_1 = -\vec{e}_2$, $\nu_1 \vec{e}_1$ и ν_2, $\vec{e}_2$—частоты и единичные направляющие векторы этих волн соответственно. Отсюда видно, что даже в этом наиболее простом случае указанный конус является дельтаобразным и несравненно более жесткими будут требования для попадания в конус формирования $s>2$—фотонного «недиагонального» взаимодействия, поэтому лишь ничтожная доля электронов может попасть в них.

Более того, вследствие этого взаимодействия будут рождаться как низкочастотные фотоны, которые лишь усиливают первоначальное низкочастотное поле и могут быть опять вовлечены в s—фотонные процессы перекачки низкочастотных фотонов в высокочастотные (например, уже путем «диагонального» взаимодействия), так и фотоны высоких частот, которые будут усиливать результирующее высокочастотное поле. Это означает, что в результате пренебрежения «недиагональными» взаимодействиями наши оценки будут иметь по крайней мере, значение нижнего предела. Реальный эффект перекачки будет сильнее.

В качестве возможного применения, полученных в пункте «5», результатов можно вывести кинетическое уравнение для функции распределения фотонов в неограниченной среде [9], (при учете только процессов: $e+s\gamma\rightarrow e+\gamma$, которое является обобщением кинетического уравнения Компанейца [10].)

Автор выражает свою искреннюю признательность В. А. Амбарцумяну за постановку задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A. Einstein*, Verhandl. Deutsch. Phys. Ges. 18, 318, 1916.
2. *В. А. Амбарцумян*, в сборнике «Проблемы физики: классика и современность», Мир, Москва, 1982.
3. *В. А. Амбарцумян*, Научные труды, Ереван, I, 1960.
4. *E. Milne*, Phil. Mag., 47, 209, 1924.
5. *W. Pauli*, Zs. Phys., 18, 272, 1923.
6. *A. Einstein, P. Ehrenfest*, Zs. Phys., 19, 301, 1923.
7. *В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский*, Квантовая электродинамика, Наука, I, 1980.
8. *Г. Т. Тер-Казарян*, ДАН СССР, в печати.
9. *Г. Т. Тер-Казарян*. Астрофизика, в печати.
10. *А. С. Компанеец*, ЖЭТФ, 31, 876, 1956.