

Р. А. ВАРДАНЯН

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ С УСРЕДНЕНИЕМ МЕДИАН

Введение. Идея предварительной цифровой фильтрации (ПЦФ) появилась в 1975 г. в Бюраканской астрофизической обсерватории (БАО). Этот метод был применен нами в 1976 г. для обработки данных астрономических наблюдений с использованием ЭВМ Ереванского физического института. В дальнейшем было показано преимущество данного метода по сравнению с другими методами фильтрации в численных экспериментах и на примерах наблюдательных данных [1].

В книге Дж. Тьюки [2] в главе 7 описывается тот же метод для сглаживания последовательностей. Автор пишет, что на него произвела большое впечатление польза сглаживания (главным образом, по личному опыту) и отмечает, что «многим методам в их теперешней форме меньше десяти лет, и их, конечно, можно будет еще заметно улучшить». Мы разделяем это мнение, и в настоящей работе предлагаем улучшенный метод для поверхностной и объемной ПЦФ цифровых матриц, который может иметь практическое применение для обработки наблюдательных данных.

Предварительная цифровая фильтрация с усреднением медиан. В настоящей работе предлагается улучшенный метод предварительной цифровой фильтрации с усреднением медиан* для обработки данных, представленных в виде поверхностной (двумерной) и объемной (трехмерной) цифровых матриц.

Допустим, имеем цифровые матрицы, полученные из детальной поверхностной фотометрии изображения:

$$\begin{array}{cccccccc} X_{11}X_{12}X_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1n} \\ X_{21}X_{22}X_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & X_{2n} \\ X_{31}X_{32}X_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & X_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{n1}X_{n2}X_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & X_{nn} \end{array}$$

Обычно, для придания более точного значения любому элементу, ему приписывается среднее значение 9 элементов окружающей его 3×3 матрицы.

Например, элементу X_{22} приписывается значение:

$$X'_{22} = \frac{X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{31} + X_{32} + X_{33}}{9}$$

Другой способ, описанный в работе [1], состоит в проведении ПЦФ по строкам, а затем и по столбцам цифровой матрицы. Как пока-

* Срединное значение из трех стоящих рядом в последовательности чисел.

зали дальнейшие исследования, этот способ фильтрации не является наилучшим.

Предлагаемый в данной работе улучшенный метод ПЦФ с усреднением медиан заключается в следующем:

а. Поверхностная цифровая матрица.

Для каждого элемента цифровой матрицы (расположенного не на краю матрицы) определяются все 4 возможные медианы вертикали, горизонтали и диагонали окружающей его 3×3 матрицы. Среднее значение этих медиан приписывается данному элементу.

Пусть, например, имеем матрицу:

$$\begin{array}{ccc} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{array}$$

Вычислим медианы:

$$\text{Мед } (X_{11}X_{22}X_{33}) = a_1$$

$$\text{Мед } (X_{13}X_{22}X_{32}) = a_2$$

$$\text{Мед } (X_{13}X_{22}X_{31}) = a_3$$

$$\text{Мед } (X_{23}X_{22}X_{21}) = a_4$$

И элементу X_{22} припишем среднее значение этих медиан:

$$X'_{22} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$$

б. Объемная цифровая матрица.

Объемная ПЦФ с усредненными медианами мало отличается от предыдущего случая. Здесь фактически мы имеем дело с группой цифровых матриц, расположенных друг над другом. Это могут быть цифровые данные, полученные из серии фотопластинок, изображающих один и тот же участок неба или объект.

В данном случае для получения нового значения каждого элемента, расположенного не на краю матрицы, выделяем $3 \times 3 \times 3$ матрицу, окружающую данный элемент, и определяем все возможные 13 медиан*, а затем усредняем их. На рисунке схематически представлена объемная матрица, составленная из $3 \times 3 \times 3$ элементов. Линии, проведенные между всеми противостоящими элементами, которые проходят через расположенный в середине матрицы элемент X'_{22} , показывают те числовые тройки, для которых были определены медианы. Из рисунка следует, что мы имеем дело с 13 медианами:

$$\text{Мед } (X'_{11}X'_{22}X'_{33}) = a_1$$

$$\text{Мед } (X_{13}X'_{22}X'_{21}) = a_5$$

$$\text{Мед } (X_{33}X'_{22}X'_{21}) = a_9$$

$$X'_{12}X'_{22}X'_{32} = a_2$$

$$X'_{11}X'_{22}X'_{33} = a_6$$

$$X'_{33}X'_{22}X'_{11} = a_{10}$$

$$X'_{13}X'_{22}X'_{31} = a_3$$

$$X'_{12}X'_{22}X'_{32} = a_7$$

$$X'_{31}X'_{22}X'_{12} = a_{11}$$

$$X'_{21}X'_{22}X'_{23} = a_4$$

$$X'_{13}X'_{22}X'_{31} = a_8$$

$$X'_{21}X'_{22}X'_{23} = a_{12}$$

$$X'_{31}X'_{22}X'_{13} = a_{13}$$

Элементу X_{22} приписываем среднее значение этих 13 медиан

$$X'_{22} (\text{новое}) = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{12} + a_{13}}{13}$$

* В случае n -мерной матрицы количество таких медиан равно $\frac{3^n - 1}{2}$.

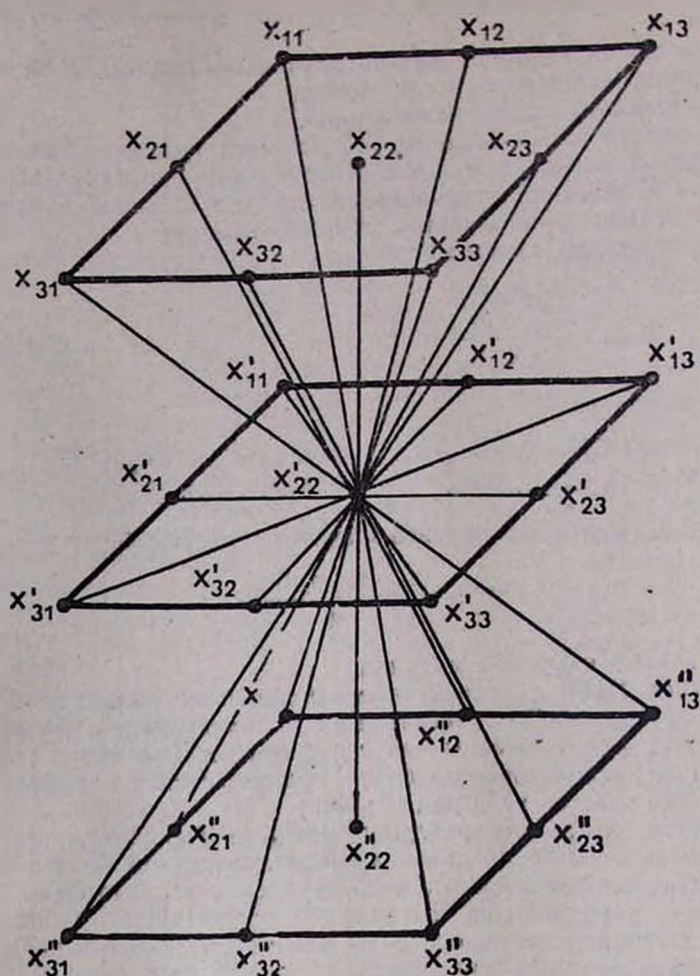


Рис. 1

Преимущества ПЦФ с усредненными медианами по сравнению с другими существующими методами

Для того, чтобы показать преимущества метода ПЦФ с усредненными медианами относительно других методов, к элементам матрицы X_{ij} , составленным из нормально распределенных случайных чисел [3] (с единичной дисперсией) были прибавлены синусоидальные функции $Y(ij) = A_1 + A_1 \cdot \sin \varphi(i-1)$ (где $i = 1 \div 120$ — строки, $j = 1 \div 26$ — столбцы, $A_1 = 0.5$, $A_2 = 1.0 \dots A_{26} = 13$) и для четырех значений $\varphi = 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ, 12^\circ$ получены четыре новые цифровые матрицы с элементами $X'_{ij} = X_{ij} + Y(ij)$.

К этим четырем матрицам были применены различные методы ПЦФ и рассчитаны среднеквадратичные отклонения (дисперсии) полученных цифровых матриц от данной (известной) матрицы $Y(ij) = A_1 + A_1 \sin \varphi(i-1)$.

Величина φ характеризует частоту синусоиды.

Применены четыре вида ПЦФ:

- I. ПЦФ с усреднением элементов скользящих 3×3 матриц.
- II. ПЦФ с усреднением трех скользящих элементов по строке и столбцу матриц.
- III. ПЦФ по медианам трех скользящих по строке и столбцу элементов матриц.
- IV. ПЦФ с усреднением 4 медиан скользящей 3×3 матрицы.

Значения дисперсии, соответствующие каждому из четырех видов фильтрации, представлены в таблице.

В первом столбце таблицы приводятся значения φ , а в остальных столбцах — величины дисперсии. В конце таблицы (под чертой) дается

Таблица

φ	I	II	III	IV
3°	1.55	1.54	1.05	0.70
6	1.55	1.54	1.02	0.67
9	1.55	1.54	1.01	0.65
12	1.56	1.54	1.01	0.63
	0.35	0.33	0.44	0.41

дисперсия нормально распределенных случайных чисел после фильтрации.

Как следует из таблицы, для случая ПЦФ с усредненной медианой (IV) получена минимальная дисперсия, значение которой в 2.5 раза меньше по сравнению с I и II методами и в 1.5 раза меньше, чем в III методе. Кроме того, с увеличением частоты синусоидальной функции намечается тенденция к уменьшению дисперсии, во всяком случае, она не увеличивается.

Ноябрь 1981 г.

Դ. Ա. ՎԱՐԴԱՆԻԱՆ

ՆԱԽՆԱԿԱՆ ԹՎԱՅԻՆ ԶՏՈՒՄ ՄԵԴԻԱՆՆԵՐԻ ՄԻՋԻՆԱՑՄԱՄԲ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Ներկա աշխատանքում առաջարկվում է լավագույն մեթոդ մակերևութային և ծավալային թվային մատրիցաների նախնական թվային զտման համար: Ցույց է տրվում մեդիանների միջինացմամբ կատարվող նախնական թվային զտման առավելությունը գոյություն ունեցող այլ մեթոդների նկատմամբ:

R. A. VARDANIAN

PRELIMINARY NUMERICAL FILTRATION BY MEDIAN AVERAGING

An optimal method of preliminary numerical filtration of two and three-dimensional numerical matrices is presented in this paper. It is

shown, that preliminary numerical filtration by median averaging method has some advantages over the other existing numerical methods.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. А. Варданын, М. О. Закарян, М. С. Мирзоян, Сообщ. Бюраканской обс., 5, 127, 1980.
2. Дж. Тьюки, Анализ результатов наблюдений, М., 216, 1981.
3. Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов, Таблицы математической статистики, М., 433, 1968.