

Р. А. ВАРДАНЯН, М. О. ЗАКАРЯН, М. С. МИРЗОЯН

## НОВЫЙ МЕТОД ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

В настоящей работе предлагается новый метод цифровой фильтрации и его применение для предварительной обработки (фильтрации) результатов измерений.

Существующие методы обработки данных измерений основываются на использовании среднего значения измеренной величины. Известно, что такой способ обычно дает наилучшее приближение к истинному значению измеряемой величины в том случае, когда результаты измерений распределены по нормальному закону. А в случае, когда распределение измеренных значений отклоняется от нормального закона, оказывается необходимой предварительная обработка данных. В частности, обычно исключаются из дальнейшей обработки результаты измерений, отклоняющиеся более чем на  $3\sigma$  от среднего. Практика обработки информации, полученной в процессе астрономических наблюдений, показывает, что в некоторых случаях целесообразно исключать из дальнейшей обработки не только те результаты измерений, которые отклоняются от среднего на  $3\sigma$ , но также и те результаты измерений, которые имеют и меньшие отклонения от среднего. Более того, в ряде случаев целесообразно использовать при обработке результатов астрономических наблюдений не среднее значение, а медиану ряда результатов измерений. Обоснуем это на конкретных примерах.

Допустим имеются наблюдательные данные в виде цифрового ряда. Предлагаемый метод предварительной цифровой фильтрации (ПЦФ) заключается в том, что после фильтрации вновь полученные члены временного ряда равны тому из соседних трех членов ряда, который по своей величине занимает второе место, т. е. медиане. Первые и последние члены нового ряда после фильтрации остаются прежними. Для наглядности приведем пример.

Имеется временной ряд.

$$t=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,$$

(1)

$$X(t)=4, 7, 5, 9, 4, 8, 2, 6, 7, 8.$$

При предварительной цифровой фильтрации первый член нового ряда остается прежним. Место второго члена ряда будет занимать число 5, поскольку из первых трех чисел (4, 7, 5) число 5 по величине занимает среднее место (второе): на месте третьего числа из последующих трех чисел 7, 5, 9 будет число 7 и т. д. Из последних трех чисел (6, 7, 8) ряда девятое место занимает число 7, а последнее число (десятое) остается прежним числом 8 (1) ряда.

Итак, после цифровой фильтрации (ПЦФ) мы получим следующий ряд:

$$\begin{aligned} \tau &= 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \\ X'(t) &= 4, 5, 7, 5, 8, 4, 6, 6, 7, 8 \end{aligned} \quad (2)$$

ПЦФ можно повторить несколько раз.

Пусть результаты измерений распределены не по нормальному закону, а имеются отклонения, связанные, например, с изменением прозрачности атмосферы, изменением чувствительности измерительной аппаратуры и т. д. Математически такой процесс измерения может выразиться нормально распределенными случайными числами, часть которых умножается на некоторый множитель. Для примера рассмотрим 100 нормально распределенных случайных чисел [1], из которых 10, 20, 30, 40, 50% чисел умножены на случайно выбранные числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Применим ПЦФ к 10 таким рядам.

На рис. 1 представлена дисперсия средних значений 10 рядов случайных чисел в зависимости от процента их членов (10, 20, 30, 40, 50%), умноженных на случайно выбранные числа 1÷9.

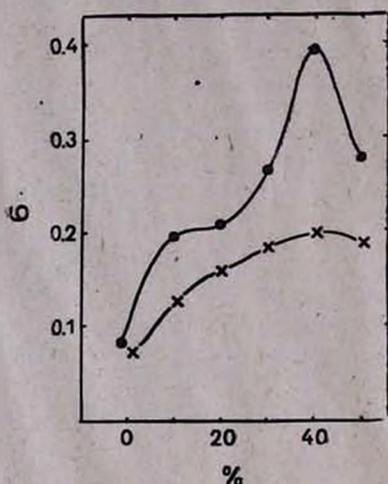


Рис. 1

Из рис. 1 явно видно (см. точки) возрастание дисперсии ( $\sigma$ ) средних значений. Крестиками обозначены те же самые зависимости после пятикратной ПЦФ. Отметим, что после двух-пятикратной фильтрации дисперсия средних значений более чем в 1,5 раза уменьшается.

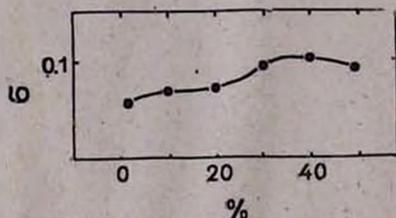


Рис. 2

Дальнейшее ее применение практически не уменьшает дисперсию средних значений.

Для получения средних значений, близких к истинному, целесообразно после первой фильтрации случайным образом переставить местами члены ряда (смешать их) и в каждом ряду заново провести ПЦФ.

Из рис. 2 следует, что для рядов чисел, 10%÷50% которых отклонено от нормально распределенных случайных чисел, средние квадратические отклонения средних от истинного значения после указанной смешанной пятикратной фильтрации мало отличаются от результатов, полученных для нормально распределенных случайных чисел (см. рис. 1, 2). Надо отметить, что в подобных случаях, когда численные ряды содержат грубые отклонения, скользящие цифровые фильтрации (с усреднением трех членов) не уменьшают дисперсию средних значений, поскольку подобная фильтрация не влияет на среднее значение каждого ряда в отдельности. Итак, для получения наилучшей оценки истинного значения измеряемой величины необходимо к численным рядам, содержащим грубые ошибки, применить смешанную ПЦФ.

Очевидно, что в том случае, когда из наблюдений определяется некоторая временная зависимость, как смешанная цифровая фильтрация, так и исключение резко отклоняющихся от среднего результатов измерений (более чем на  $3\sigma$ ) становятся неприменимыми. Здесь целесообразно применять ПЦФ.

Покажем, что ПЦФ действительно имеет преимущество по сравнению со скользящей цифровой фильтрацией в случае, когда некоторая временная функция складывается с шумом. Для этой цели 30% членов нормально распределенных случайных чисел были умножены на числа  $1 \div 9$  (случайно) и к полученному цифровому ряду ( $n_1, n_2, n_3, \dots, n_{99}, n_{100}$ ) прибавлено дискретное значение синусоидальной функции с амплитудой  $A=1$ . Таким образом был получен новый ряд  $N_1 = n_1 + \sin[10(1-1)]$ ,  $N_2 = n_2 + \sin[10(2-1)]$ ,  $N_3 = n_3 + \sin[10(3-1)]$ , ...,  $N_{100} = n_{100} + \sin[10(100-1)]$ .

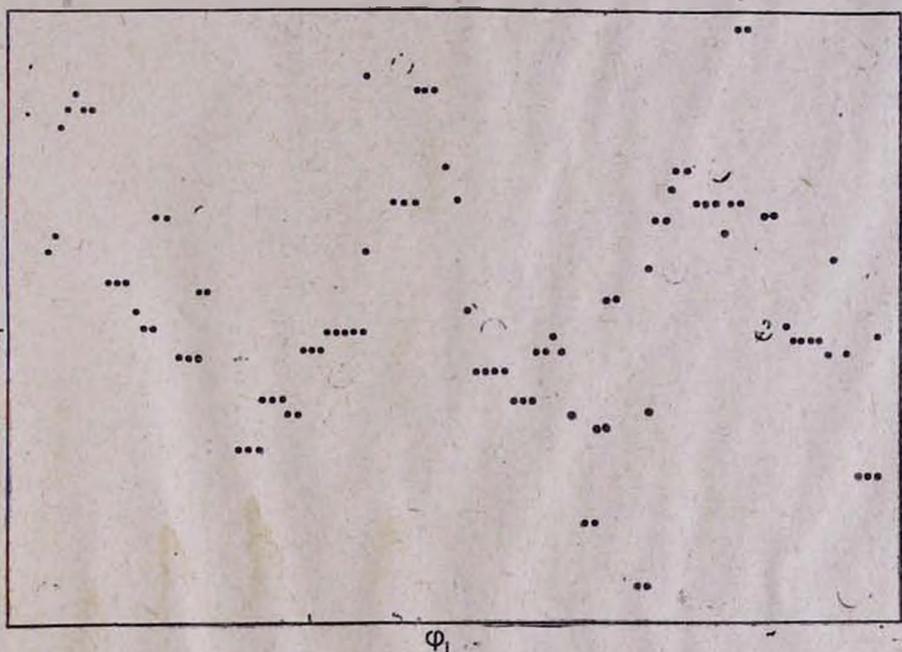


Рис. 3а

К трем группам такого ряда чисел была применена двукратная ПЦФ и скользящая цифровая фильтрация с усреднением трех чисел.

На рис. 3 приведены кривые синусоидальной функции для дискретных значений угла  $\varphi_1 = 10^\circ(t-1)$ , где  $t=1, 2, 3, \dots, 100$ , после двукратной ПЦФ, а на рис. 4 те же самые кривые после двукратной скользящей цифровой фильтрации. При этом на рис. 3 и 4: а представляет кривую первой группы цифрового ряда, б—среднее значение соответствующих членов первой и второй группы цифровых рядов, в—среднее значение соответствующих членов первого, второго и третьего цифрового ряда.

При сопоставлении рис. 3 с рис. 4 наблюдается очевидное преимущество ПЦФ относительно скользящей цифровой фильтрации, поскольку в первом случае мы получаем явно выраженную синусоидальную кривую.

Применим предложенный в настоящей работе метод ПЦФ для

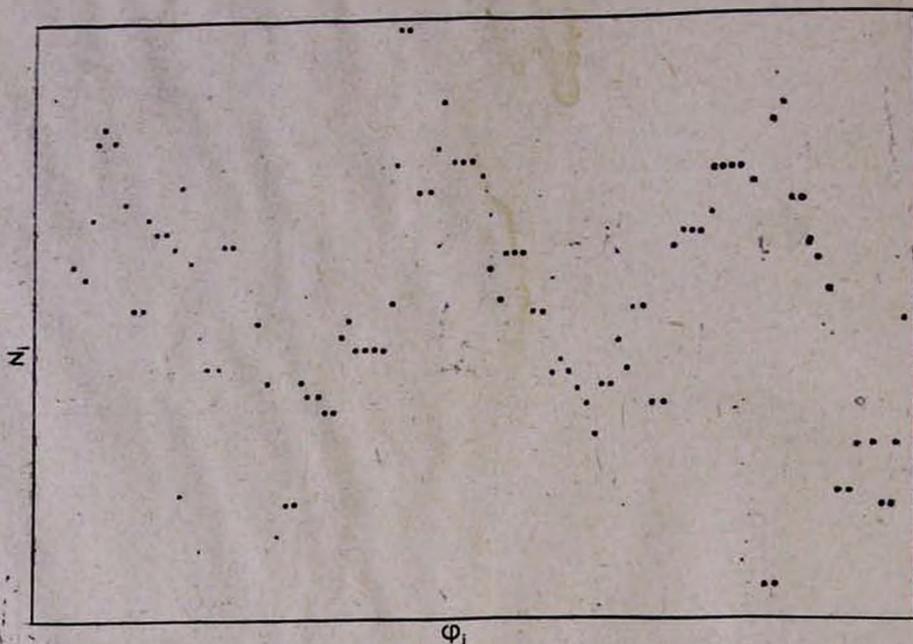


Рис. 36

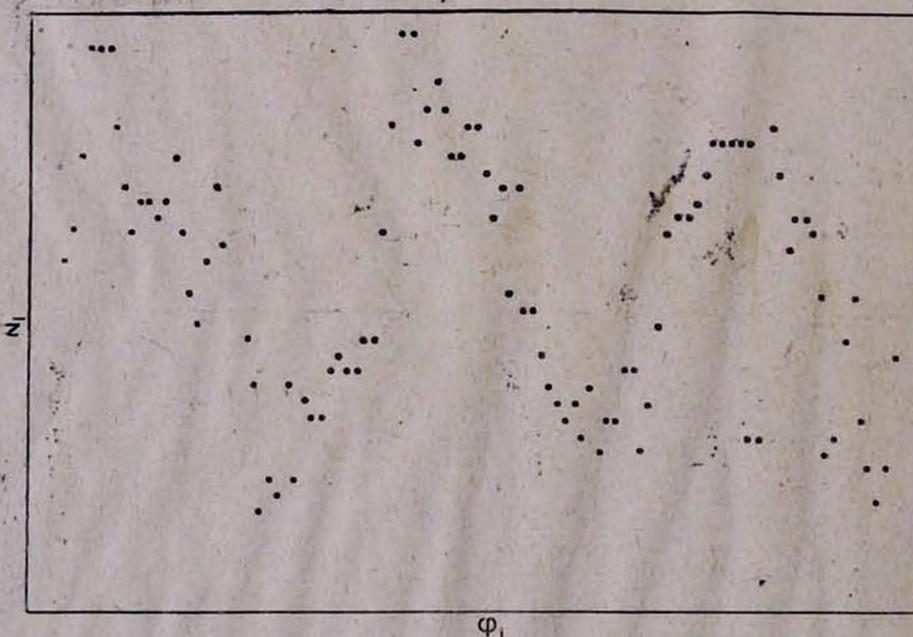
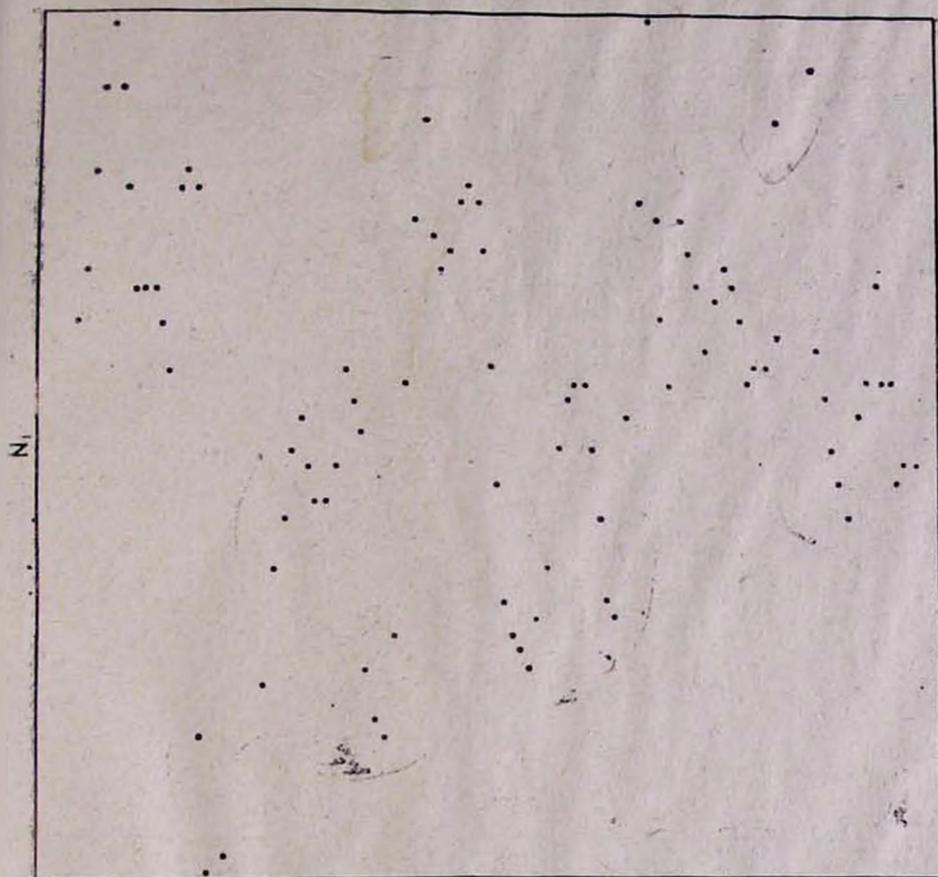


Рис. 36

обработки некоторых наблюдательных данных. Пусть измеряется средний фон ночного неба (в отдельных участках небесной сферы), на который накладывается излучение отдельных звезд, иногда попадающих в диафрагму фотометра.



$\Phi_i$   
 Рис. 4а

Поскольку в данном случае шумы (излучение звезд) односторонне накладываются на излучение фона, увеличивая его среднее значение, то естественно было рассмотреть, с какой точностью ПЦФ исключает ложные односторонние сигналы (излучение звезд). Для этой цели из 250 фотометрических измерений стандартного светового потока 10%, 20%, 30% случайно выбранных членов суммировали со случайными величинами  $1\sigma$ ,  $2\sigma$ ,  $3\sigma$ , ...,  $9\sigma$ , где  $\sigma$  — дисперсия измеренных световых потоков.

После усреднения этих данных по группам, в каждой из которых содержалось 25 численных значений, мы получили одностороннее отклонение средних от истинных значений.

Это отклонение в среднем составляло  $1.6\sigma$  в случае, когда на 30% фотометрических данных были добавлены случайные по величине числа, находящиеся в пределах  $1\sigma \div 9\sigma$ . Однако после применения смешанной ПЦФ это расхождение составляло  $0.4\sigma$ , а в 10% случаев —  $0.04\sigma$ . Это означает, что смешанная ПЦФ почти полностью убивает односторонние шумы.

Теперь применим ПЦФ к наблюдениям фона ночного неба, выполненным в отдельных участках неба, во время сканирования которых в диафрагму фотометра входят звезды, сигналы которых накладываются на фон как односторонние шумы.

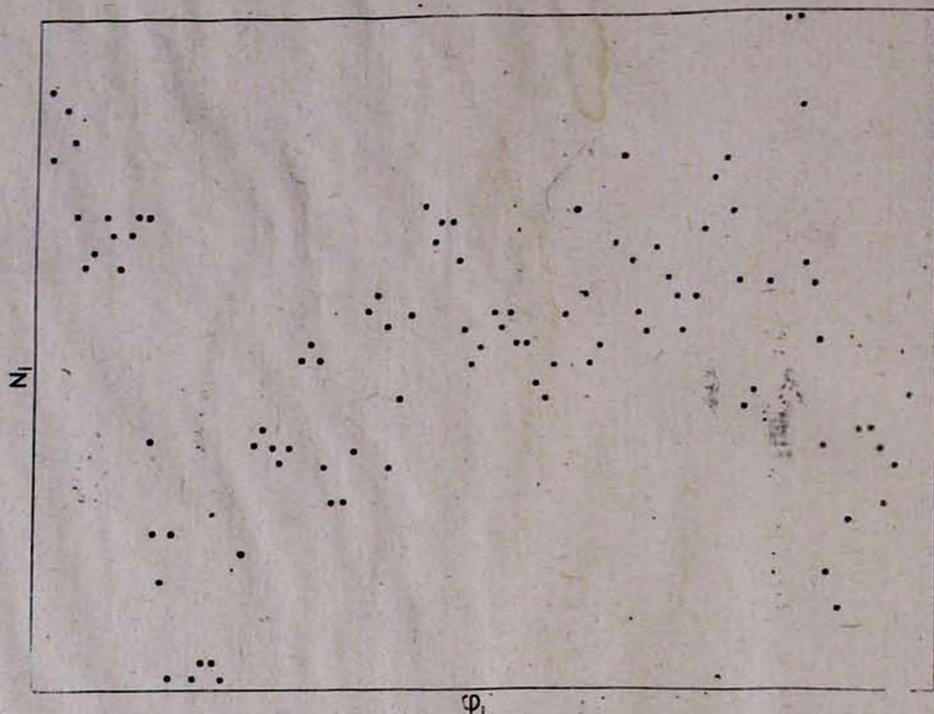


Рис. 4б

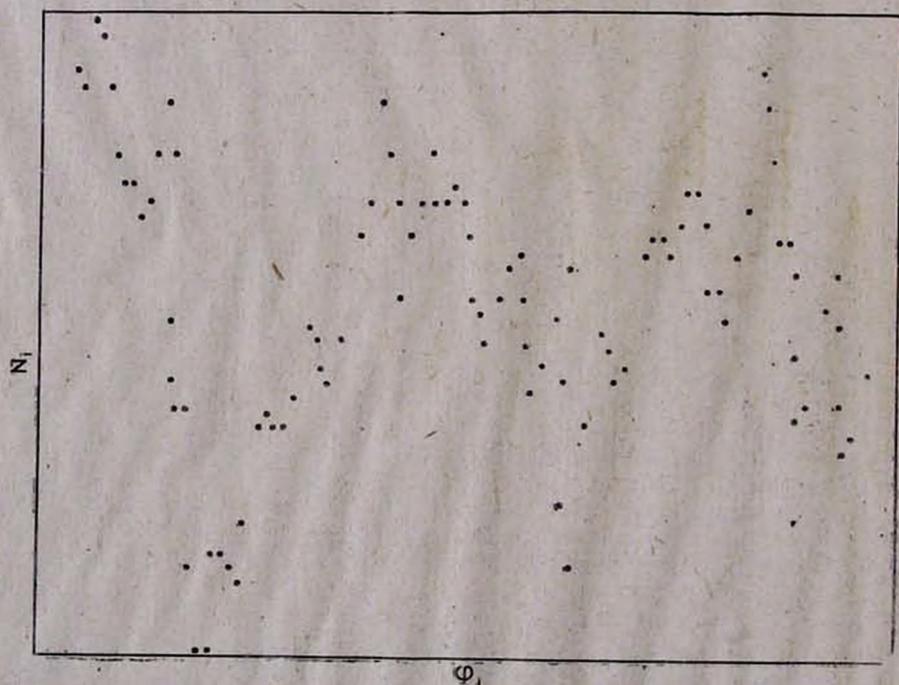


Рис. 4в

Для получения фотометрической информации такого типа с помощью электрофотометра, установленного в фокусе 40 см телескопа системы Кассегрена, было просканировано ночное небо в области Млечного Пути. Сканирование проводилось по углу склонения при остановленном часовом механизме. При том же угле места 20 раз было выполнено по 25 фотометрических измерений. Каждый раз из-за вращения Земли вместе с фоном регистрировались попадающие в диафрагму фотометра новые звезды с различными яркостями. С применением ПЦФ к полученным 20 группам фотометрической информации в отдельности было вычислено среднее значение фона ночного неба. Отметим, что после каждой ПЦФ мы переставляли места членов в рядах случайным образом и заново проводили ПЦФ.

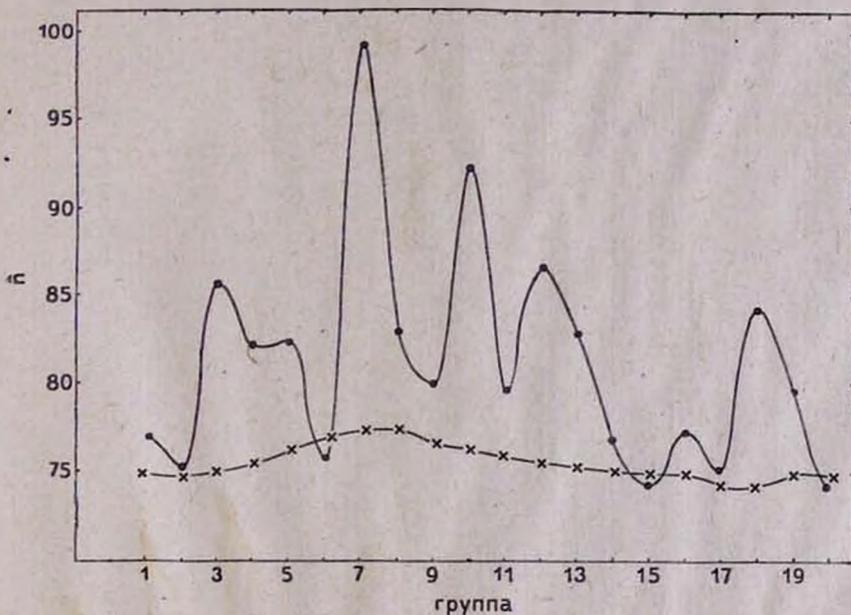


Рис. 5

На рис. 5 приводятся средние значения измерения излучения фон+звезда ( $n$ ) для двадцати групп—без фильтрации (точки) и после применения смешанной ПЦФ (крестики). Как видно из рис. 5, преимущество применения ПЦФ очевидно.

С целью применения ПЦФ для фотометрии по нашей просьбе в Институте физики АН Арм. ССР были получены цифровые данные детальной фотометрии в области стандартных звезд Полярного ряда, сфотографированные на фотопластинке.

После детального фотометрирования с шагом  $8\mu$ , была получена цифровая матрица, состоящая из  $128 \times 128$  элементов. С помощью ЭВМ ЕС-1030 была проведена ПЦФ по каждой строке и столбцу матрицы в отдельности. Для определения среднего фона  $\bar{D}_\phi$  и среднеквадратической ошибки фона (дисперсии  $\sigma_\phi$ ) мы поступили следующим образом. Полученную после ПЦФ (без смещения местами членов) фотометрическую цифровую матрицу мы разбили на 256 квадратов, в каждом из которых содержалось  $8 \times 8$  элементов и было определено среднее значение почернения ( $D_1$ ) и среднеквадратическое

5 5 6 5  
 5745 44 4 5 4 6 5 7  
 4 54 4 4 4 4 7 447 5  
 445 4556 4 4 4 4 6 4 4  
 4 4 4 44 4 6 4 4  
 44455 45544 445 5 6 4  
 445544 56555 6464 7  
 6 5 54 7666 5 76 7  
 4 65 4 4 645 688976457455654 8 4 4  
 45 4 4 7499AAAAA788887695  
 45 555798BBCCBBABAA8A86 8 6  
 5 77BABDECFFDDEDBAAB6 5 5 4  
 444 659BCBDFFFFGFEFEDEA858 4  
 45 4 484AACCEFFFEFFFEFEEDBB8  
 597BBEDEGGFFFFFGFFFEDBB 4  
 67C8CDEEFGGFFFFFGFGFGEBCB755 544  
 5546A8CEFEFFFFFGHGGGGGFFFEBC8B5745  
 4 5 55457C9DEGEFFFFGGFGGFFHFFEC98975  
 5467 5 4469BADEGFFFGFGGFGFGFFBEEA6B55 6  
 4454 45589DBEDFFFGFGFGGGGGGGFGFDEC87787 4  
 4 4 46489CCDEFFFFFGFGGGGGGGFFCCEC8455A 4  
 4 57BACDFEGGGGFGGGGGGGFFCE9A6947 4  
 7A7CDFEFGGGGFFGGGFFFECA9585 5 4  
 44 A7CDFEFGFGFGGHFGGFE9C9A4694  
 B6DEEFFFGGFFFGGFFFCDB8845  
 5 7 56 5A7BCEFEFFFHGGFFEFEDAB59 4  
 4 546 486ACDDEEFFFGFFFEFC9B6A 4  
 4 4 5 8ADCFEFFFGGEEFECC8B649 6  
 4 4567689DCEDEEFFEFGECDC9594 5  
 45478CACCDDEDFCECDBC7A 5 5 7 4  
 8456ABAADCCCBBA99976574 8  
 45989AAAAA8A897B665555 8  
 4 5675775887676565955 64 6  
 5 477887 54 4 54 8 8 4  
 44544 666755 5 4 5 5 5  
 4 5567554 4 4 5 5  
 5 4 5 6  
 4 54 44 6 5 4  
 4 5546 4 4 5  
 4 475 4 4 5  
 554 4 5

554  
 5554  
 444

444

4

44

4

45544  
 444 45544 44 46444 44

445688876555756554

4454799AAAAA888887654

55789BBCCBBBAAAA8865

44 5577ABDDDEDDDDDBAAA66

44 469ABCDFFFFFFFEEEDB885

44 458ABCCEFFFFFFFEEEDBB8

579BBDEEGGFFFFFFFEBB

468ACDEEFGGFFFGGGFFEDBB7554444

45578CCEEFFFGGGGGGGFFEDBA97655

45579BDEEFFFGGGGGGGFFEDBA97655

4455 44569ACDEFFFGGGGGGGFFEDCA77554

4444 44589BCDEFFFGGGGGGGFFEDCA76754

44589BCDDFFFGGGGGGGFFEDCA76754

57ABCDEFFFGGGGGGGFFEDCA98575

77ACDEFFFGGGGGGGFFEDCA98554

7ACDEFFFGGGGGGGFFEDC99655

7ACDEEFFFGGGGGFFEDBA9854

44446ABCEEEFFFGGFFFEEDBA964

444468ACDDEFFFGGFFFEEDCB9964

44678ACDEEFFFGGFFFEEDCB864

44589CDDEEFFFEEDCCA954

44778ACCCDDEDECDCB99554

45568AAACCCBBBAA97755544

456899AAAAA89899965554

455777788776665655554

444 6678875444 4444

566655 4

566655

44

44

4444 44

4554

55

Рис. 7

отклонение от среднего (дисперсия  $\sigma_1$ ). Итак, было получено по 256 новых  $\overline{D}_i$ ,  $\sigma_1$  элементов ( $i=1, 2, \dots, 256$ ).

Для определения среднего фона ( $\overline{D}_\Phi$ ) и дисперсии ( $\overline{\sigma}_\Phi$ ) из 256

элементов было выделено 20% элементов с минимальными ( $\overline{D}_i, \sigma_i$ ) почернениями и дисперсиями, после чего из выбранных элементов были усреднены отдельно те  $\overline{D}_i$  и  $\sigma_i$ , у которых  $i$  одинаковы, т. е. они ( $\overline{D}_i, \sigma_i$ ) принадлежат к одним и тем же квадратам. А это означает, что вычисленные средний фон и дисперсия получены из тех квадратов, у которых фон однороден.

Для построения изофот изображения объектов (в цифровом виде) наблюдаемые почернения  $128 \times 128$  элементов (с учетом среднего фона) были разделены на величину вычисленной средней дисперсии фона и результаты были выведены на АЦПУ вычислительной машины ЕС-1030 (см. рис. 6, 7). На рис. 6 представлены данные без фильтрации, а на рис. 7—с применением ПЦФ.

На рисунках буквами  $A, B, C, D, E, F, G, H$  обозначены почернения, превосходящие среднее значение фона на  $10 \overline{\sigma}_f, 11 \overline{\sigma}_f, \dots, 17 \overline{\sigma}_f$ . Из рис. 6 и 7 следует, что после ПЦФ (рис. 7) мы имеем изображение гораздо контрастнее, чем без фильтрации (рис. 6).

Последнее обусловлено тем, что после ПЦФ дисперсия фона почти в два раза уменьшается.

При ПЦФ количество ложных сигналов уменьшается в несколько раз по сравнению с обычной фильтрацией при том же самом алгоритме обработки.

Итак, предложенная в настоящей работе ПЦФ может быть полезной для предварительной обработки данных наблюдений.

27 июня 1979 г.

Ր. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Մ. Օ. ՋԱԿԱՐՅԱՆ, Մ. Ս. ՄԻՐՉՈՅԱՆ

ԹՎԱՅԻՆ ԶՏՄԱՆ ԵՌՐ ԵՂԱՆԱԿԸ ԵՎ ԵՐԱ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Բերվում է թվային զտման նոր եղանակը, որը կիրառվում է թվային ինֆորմացիայի նախնական զտում կատարելու համար:

R. A. VARDANIAN, M. H. ZACHARIAN, M. S. MIRZOIAN

A NEW NUMERICAL FILTERING METHOD AND ITS APPLICATION

Summary

A new method of a data processing is described which is applied for a preliminary filtration of a numerical information.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов, Таблицы математической статистики, 433, М., 1965.