М. А. МНАЦАКАНЯН

К ВОПРОСУ НАХОЖДЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗВЕЗД В СКОПЛЕНИЯХ

1. **Введение.** Если придерживаться представлений В. А. Амбарцумяна о возникновении звезд в ассоциациях и расширении и распаде звездных агрегатов, то можно сделать, например, предположение об окончании процесса звездообразования в некоторых таких агрегатах. В этой связи не исключена возможность существования в центральных областях этих систем полости, не содержащей звезд вообще или же обладающей малой плотностью. Вопрос существования такой полости возникает естественным образом, какова бы ни была наша гипотетическая точка зрения на происхождение и эволюцию звездных систем: вследствие различий динамических и эволюционных условий в центральной и внешней областях системы.

Обнаружение существующей полости обычно используемыми численными методами определения пространственной плотности звезд является довольно трудным из-за отсутствия достаточно большого количества данных о распределении звезд в отдельных системах в проекции на небесную сферу. Такая возможность представляется, однако, весьма реальной, если используется предложенный в [1] метод наложения, применимый к сравнительно бедным по числу звезд шаровидным скоплениям. (В этой связи показательна полемика, возникшая в работах [4, 5] и [2, 6]).

Напомним вкратце идею метода наложения. Раз уж для восстановления пространственного распределения звезд в системах предполагается сферическая симметрия пространственного распределения, то будем считать, что исходное распределение звезд в проекции на небесную сферу обладает круговой симметрией. Если звезда в проекции находится на расстоянии ρ от центра системы, то примем, что она с одинаковой плотностью вероятности могла находиться в любой точке окружности радиуса ρ вокруг центра системы. Такое размазывание каждой звезды вдоль соответствующей окружности приводит к сравнительно «богатой» одномерной функции распределения звезд* (формула (4) работы [1]). По этой

* Нетрудно, кстати, дать обобщение этого метода на случай скопления с некруговой симметрией.

функции уже известным образом можно определить пространственное распределение звезд в системе (подробнее об этом см., например, в [3]).

Дело в том, однако, что для решения задачи восстановления пространственного распределения важно знать положение центра симметрии распределения, который при реализации с малым числом звезд может не совпасть с геометрическим или физическим центром системы. Поэтому возможная ошибка в выборе центра распределения звезд в проекции может сказаться на искомой функции распределения звезд в пространстве и исказить действительную картину распределения, а в частности, и размеры полости.

Данная заметка посвящена оценке влияния указанной ошибки на искомое распределение звезд в шаровидной системе. С этой целью мы сформулируем метод наложения для более общего случая—нескольких перекрывающихся в проекции систем, который позволит определить распределение звезд в отдельной системе, и применим его для разрешения данного вопроса. Имея в виду, что поставленная задача представляет также самостоятельный интерес, мы изложим ее несколько подробнее, чем этого достаточно для указанной вспомогательной роли.

2. Метод наложения для перекрывающихся в проекции систем. Пусть несколько одинаковых сферически-симметричных скоплений, каждое из которых имеет плотность одномерного распределения $f(x)$, в проекции на небесную сферу перекрывают друг друга, так что непосредственно определить распределение звезд в отдельном скоплении не представляется возможным. Положения центров этих скоплений мы считаем заданными. Нашей задачей является определение $f(x)$ —распределения звезд в отдельном скоплении. Для решения этой задачи поступим следующим образом.

Наложим рассматриваемую картину распределений звезд и центров скоплений произвольным образом саму на себя. Мы получим некое расположение вдвое большего числа скоплений и некое распределение вдвое большего числа звезд на плоскости, которое будет соответствовать именно полученному расположению центров скоплений. Иначе говоря, если бы центры скоплений были расположены полученным образом, то звезды этих скоплений были бы распределены на плоскости именно так, как мы получили в результате наложения. Наложим опять исходную карту на полученную карту произвольным образом и т. д. После достаточного числа наложений можно получить карту с достаточно густым распределением центров скоплений в некоторой ограниченной области.

Спроецируем теперь обогащенную посредством наложений карту на произвольную ось x . Пусть $g(x)$ есть плотность распределения центров скоплений вдоль оси x . Практически эту функцию можно считать непрерывной. Плотность распределения самих звезд обозначим

посредством $Q(x)$. Тогда, если $f(x)$ есть плотность одномерного распределения звезд отдельного скопления по оси x , очевидно,

$$Q(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-t)g(t)dt. \quad (1)$$

Это интегральное уравнение типа «свертки» относительно $f(x)$ решается преобразованием Фурье.

В частности, исходная карта может содержать только одно скопление. Если накладывать эту карту на себя, поворачивая ее на разные углы, но так, чтобы центр скопления все время совпадал сам с собой, то мы приходим к методу наложения, изложенному в [1].

Заметим только, что, если для одного скопления описанный метод представляет собой фактически лишь геометрическую интерпретацию известного решения интегрального уравнения Абеля, то в случае нескольких перекрывающихся скоплений метод наложения дает существенно новый подход к задаче, аналитическое решение которой неизвестно.

Нетрудно обобщить метод наложения и на случай N неодинаковых, но подобных скоплений, когда функция распределения k -го скопления есть $C_k f(x)$. Постоянные C_k , предполагающиеся известными, пропорциональны числам звезд в отдельных скоплениях.

Можно решить задачу и без применения метода наложения: она сводится к функциональному уравнению

$$G(x) = f(x) + \sum_{k=1}^{N-1} C_k f(x + \omega_k), \quad (2)$$

где $G(x)$ — плотность звезд вдоль некоторой оси x (произвольной!), а ω_k — расстояние до центра k -го скопления в проекции на эту ось. Решением этого уравнения при условии $f(\infty) = 0$ является функция

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n G_n(x), \quad (3)$$

$$\text{где } G_n(x) = \sum_{i_1=1}^{N-1} \sum_{i_2=1}^{N-1} \dots \sum_{i_n=1}^{N-1} C_{i_1} C_{i_2} \dots C_{i_n} G(x + \omega_{i_1} + \omega_{i_2} + \dots + \omega_{i_n}).$$

Интересно заметить, что это решение получается, если использовать метод наложения, но примененный частным образом, а именно, наложением карты на себя с последовательными бесконечно малыми параллельными сдвигами вдоль оси x . Такое решение, понятно, не является точным и практически удобным. Хотя метод наложения в указанном применении приводит к решению функционального уравнения (2), но суть этого метода заключается в том, что он «обогащает» искомую карту распределения именно при наложении карты на себя под разными углами, что, фактически, эквивалентно усреднению одномерного распределения по различным направлениям оси x , выбор которого был произволен,

Заметим, что в случае двух скоплений непосредственное проектирование карты на ось, перпендикулярную линии центров данных двух скоплений, позволяет найти

$$(C_1 + C_2) f(x),$$

то есть распределение $f(x)$ для отдельного скопления.

3. *Влияние ошибки выбора центра.* Вернемся к вопросу оценки влияния ошибки в выборе центра симметрии на функцию распределения звезд в скоплении. Предположим, что центр распределения звезд находится в точке 0, но мы выбрали в качестве него точку, находящуюся на расстоянии a от 0-центра в проекции на небесную сферу. Тогда, вращая карту вокруг a -центра, мы получим с помощью метода наложения функцию распределения с плотностью $f_a(x)$. Пусть $f_0(x)$ есть действительная плотность распределения звезд, соответствующая величине $a=0$.

Метод наложения приводит к распределению истинного центра скопления по окружности радиуса a вокруг a -центра с плотностью

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}, & x \leq a, \\ 0, & x > a. \end{cases} \quad (4)$$

Нормировка

$$\int_{-a}^a g(x) dy = 1$$

соответствует тому, что карта содержит только одно скопление. Заметим, что предел функции $g(x)$ при $a \rightarrow 0$ есть δ -функция Дирака.

Согласно (1),

$$f_a(x) = \int_{-a}^a f_0(x-t)g(t)dt. \quad (5)$$

Преобразуем выражение (5) следующим образом:

$$f_a(x) = \int_0^a [f_0(x+t) + f_0(x-t)]g(t)dt$$

и перепишем в виде

$$f_a(x) - f_0(x) = \int_0^a [f_0(x+u) + f_0(x-u) - 2f_0(x)]g(u)du.$$

Выражение в квадратных скобках представляет собой вторую конечную разность для функции $f_0(x)$ и равно удвоенной величине стрелки $h_u(x)$, соответствующей дуге $(x-u, x+u)$ кривой $f_0(x)$. В таком обозначении, с учетом того, что функция $g(x)$ сосредоточена на отрезке $(0, a)$, имеем

$$f_a(x) - f_0(x) = 2 \int_0^a h_u(x) g(u) du. \quad (6)$$

Обозначим максимальную величину стрелки для дуг $(x-u, x+u)$, где $|u| \leq a$, посредством $h_a(x)$

$$h_a(x) = \max_{|u| < a} h_u(x). \quad (7)$$

Тогда для разности $f_a - f_0$ имеем следующую оценку:

$$|f_a(x) - f_0(x)| \leq h_a(x). \quad (8)$$

Эту оценку улучшить нельзя.

Таким образом, отклонение функций $f_a(x)$ и $f_0(x)$ друг от друга есть величина второго порядка малости по a (a мала относительно характерных размеров скопления).

В работах [2, 3] было показано, что в центральной части скопления Плесяд имеется полость относительно вспыхивающих звезд. Существование сферической полости радиуса r_0 определяется обращением функции $f_0(x)$ в постоянную в интервале $|x| < r_0$. Приведенные соображения позволяют заключить, что возможная ошибка в выборе центра распределения только уменьшает размеры существующей полости. Действительный радиус полости всегда превышает то значение радиуса, которое получается из условия обращения $f_a(x)$ в постоянную, причем превышает на величину, равную a .

Մ. Ա. ՄՆԱՏԱԿԱՆԻԱՆ

ԱՍՏՂԱԿՈՒԹՅՏԵՐՈՒՄ ԱՍՏՂԵՐԻ ԻԱՇԽՄԱՆ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ն փ ու մ

Քննարկվում է առանձին աստղակույտում աստղերի բաշխման ֆունկցիայի որոշման խնդիրը, երբ մի քանի միատեսակ գնդաձև աստղակույտեր պրոեկցիայում երկնային սֆերայի վրա միմիանց ծածկում են: Աստղերի բաշխման բարտեպի կրկնավերադրման գործնական եղանակը խնդիրը հանգեցնում է թվային ֆուրյե-ձևափոխությանը:

M. A. MNATSAKIAN

ON THE DETERMINATION OF THE STAR DISTRIBUTION IN
STELLAR CLUSTERS

Summary

The problem of the determination of the star distribution function in a separate stellar clusters is discussed for the case when a few similar

globular clusters are partly projected on each other. The practical method of a multiple overlapping of the star distribution map brings the problem to a digital Fourier transformation.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Мнацаканян, ДАН Арм. ССР, 48, 33, 1969.
2. L. V. Mirzoyan, M. A. Mnatsakanian, IBVS, 528, 1971.
3. Л. В. Мирзоян, М. А. Мнацаканян, Астрофизика (в печати).
4. П. Н. Холопов, Астрон. ж., 48, 529, 1971.
5. P. N. Kholopov, IBVS, 566, 1971.
6. L. V. Mirzoyan, M. A. Mnatsakanian, IBVS, 604, 1971.