

И. Д. КАРАЧЕНЦЕВ, В. Ю. ТЕРЕБИЖ

## ПРОЦЕССЫ ДЕЛЕНИЯ И НЕСТАЦИОНАРНОСТЬ СИСТЕМ ГАЛАКТИК

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших проблем внегалактической астрономии является выяснение вопроса о характере динамического состояния систем галактик. В настоящее время существует два принципиально различных подхода к решению этого вопроса. Согласно мнению, разделяемому многими исследователями (см., например, [1, 2]), большинство систем галактик имеет отрицательную полную энергию и находится в стационарном состоянии. Наиболее убедительные аргументы в пользу этого мнения приводятся для богатых скоплений галактик и формулируются обычно следующим образом:

а) высокая степень симметрии сферических скоплений указывает на стационарность их;

б) распределение плотности в скоплениях соответствует изотермическому;

в) распределение скоростей в некоторых скоплениях близко к максвелловскому;

г) в скоплениях заметна сегрегация ярких и слабых галактик;

д) положительный знак энергии у скоплений противоречит тому факту, что большинство галактик входит в скопления.

С другой стороны, результаты исследований В. А. Амбарцумяна [3—5] и Б. Е. Маркаряна [6, 7] определенно показали, что часть систем галактик находится в нестационарном состоянии и, следовательно, образовалась сравнительно недавно. Следующие факты свидетельствуют о нестационарности ряда конкретных групп и скоплений галактик:

а) сильные отклонения в числе кратных систем от ожидаемого при диссоциативном равновесии;

б) существенная часть кратных систем галактик является системами типа Трапедии;

в) значительное число образований типа „цепочек“ галактик как в скоплениях, так и между ними;

г) дисперсия скоростей во многих группах и скоплениях галактик слишком велика для того, чтобы они представляли собой устойчивые системы (большие значения так называемых вириальных масс).

Возможно, что решению проблемы стационарности систем галактик может помочь рассмотрение вопросов их образования и эволюции. Существует две точки зрения на процессы, которые привели к наблюдаемому теперь распределению галактик; обе они основаны на рассмотрении последовательной фрагментации вещества, однако начальное состояние этого вещества предполагается различным. Согласно первой, исторически более ранней точке зрения, галактики образуются путем фрагментации непрерывной разреженной среды и последующего сгущения получающихся фрагментов после каждой стадии фрагментации. Другая концепция, согласно которой образование галактик происходит путем деления их ядер, была выдвинута и обоснована В. А. Амбарцумяном [8]. В ней предполагается фрагментация плотных образований с последующей экспансией фрагментов после каждой стадии фрагментации.

Вообще говоря, обе эти гипотезы способны объяснить наблюдаемую тенденцию галактик образовывать скопления и группы. Однако более подробное сравнение каждой из этих гипотез с наблюдениями может дать определенные указания на степень близости их к истинному механизму образования галактик.

В данной работе рассматривается одна из возможных конкретизаций гипотезы В. А. Амбарцумяна. Предполагается, что роль процессов деления в динамической эволюции систем галактик является определяющей. Основанием для этого предположения служит тот факт, что имеется относительно большое число тесных систем с положительной полной энергией и время их существования мало.

Далее, предположим, что каждая из существующих в некоторый момент времени галактик (ядер) может с некоторой вероятностью разделиться на две галактики (два ядра), причем вероятность деления данной галактики не зависит от уже имеющегося их числа. Существует некоторая функция распределения скоростей образующихся галактик, так что через определенный промежуток времени изменяется как число галактик в рассматриваемой системе, так и распределение их по координатам и скоростям. Задача состоит в том, чтобы определить характеристики такой системы в произвольный момент времени.

Разумеется, приведенная выше схема является чрезвычайно упрощенной. В действительности галактики могут делиться не только на две, вероятность деления у различных типов галактик может быть различной и меняющейся в зависимости от числа уже испытанных

данной галактикой делений и т. д. Кроме того, не рассматривается природа самих процессов деления. Исследование возможности существования сверхмассивных тел и их свойств, широко обсуждающихся в физической литературе, выходит за рамки данной статьи.

## II. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим следующую общую задачу. Пусть в начале координат трехмерной системы отсчета в момент времени  $t=0$  находится частица, скорость которой равна 0. Эта частица в произвольный момент времени может разделиться на две частицы, приобретающие некоторые скорости относительно родительницы. Каждая из получившихся частиц также может разделиться на две и процесс продолжается. Относительно характера процесса сделаем следующие основные предположения:

а) частицы делятся независимо друг от друга. Таким образом, мы рассматриваем ветвящийся точечный случайный процесс;

б) между частицами нет гравитационного взаимодействия;

в) вероятность того, что частица, существующая в момент времени  $t$ , разделится в интервале времени между  $t$  и  $t + dt$ , равна  $\lambda dt$  где  $\lambda$  — некоторая постоянная;

г) частицы, образующиеся при каждом делении, получают равные по величине и противоположно направленные скорости относительно родительницы, причем эти скорости распределены изотропно.

§ 1. Основные уравнения. Обозначим через  $f(r, v, t | v_0) \times dr dv$  математическое ожидание числа частиц в объеме  $[r, r + dr]$  со скоростями из объема  $[v, v + dv]$  в момент времени  $t$  при условии, что исходная частица находилась в начале координат и имела скорость  $v_0$  в момент времени  $t = 0$ . Для дальнейшего существенна также следующая интерпретация функции  $f(r, v, t | v_0)$ , которую мы будем называть функцией распределения. Поскольку вероятность обнаружить более чем 1 частицу в элементарном фазовом объеме пропорциональна величине этого объема в степени более высокой, чем первая, то  $f(r, v, t | v_0) dr dv$  является также условной вероятностью обнаружить в момент времени  $t$  одну частицу в соответствующем объеме.

Далее, пусть  $g(|v|) dv$  обозначает вероятность того, что скорость одной из образующихся частиц относительно ее непосредственной родительницы попадает в интервал между  $v$  и  $v + dv$ . Функция  $g(|v|)$  нормирована следующим образом:

$$\int g(|v|) dv = 1. \quad (1)$$

Здесь и в дальнейшем для упрощения записи у интегралов, взятых по всему пространству, пределы интегрирования не указываются.

Как легко видеть, применение принципа инвариантности к рассматриваемому процессу приводит к следующему интегральному уравнению для функции распределения:

$$f(r, v, t|0) = e^{-\lambda t} \delta(r) \delta(v) + \int_0^t e^{-\lambda t'} dt' \int g(|v'|) [f(r, v, t-t'|v') + f(r, v, t-t'| -v')] dv', \quad (2)$$

где  $\delta$  означает  $\delta$ -функцию Дирака. Здесь первое слагаемое в правой части учитывает возможность того, что исходная частица может дойти до момента  $t$ . Второе слагаемое дает плотность вероятности обнаружить одну частицу в объеме  $[r, r+dr]$  со скоростью в интервале между  $v$  и  $v+dv$  при условии, что исходная частица разделилась на две до момента времени  $t$ . Пользуясь симметрией  $g(|v|)$  и делая замену  $\tau = t-t'$ , перепишем уравнение (2) в виде

$$f(r, v, t|0) = e^{-\lambda t} \delta(r) \delta(v) + 2\lambda \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau \int f(r, v, \tau|v') g(|v'|) dv'. \quad (3)$$

Рассмотрим подробнее функцию  $f(r, v, t|v_0)$ . Очевидно, что в системе координат, связанной с движущейся со скоростью  $v_0$  исходной частицей, математическое ожидание числа частиц в объеме  $[r, r+dr]$  и со скоростями в  $[v, v+dv]$  в момент времени  $t$  равно  $f(r', v', t|0) \times dr' dv'$ , где

$$\begin{aligned} r' &= r - v_0 t, \\ v' &= v - v_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом,

$$f(r, v, t|v_0) = f(r - v_0 t, v - v_0, t|0). \quad (5)$$

Пользуясь соотношением (5) и обозначая  $f(r, v, t|0)$  просто через  $f(r, v, t)$ , находим из (3):

$$f(r, v, t) = e^{-\lambda t} \delta(r) \delta(v) + 2\lambda \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau \int f(r - v'\tau, v - v', \tau) g(|v'|) dv'. \quad (6)$$

Дифференцируя это уравнение по  $t$ , получаем также

$$\frac{\partial f(r, v, t)}{\partial t} = -\lambda f(r, v, t) + 2\lambda \int f(r - v'\tau, v - v', \tau) g(|v'|) dv'. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) являются искомыми. Каждое из них может служить для нахождения функции распределения  $f(r, v, t)$ .

§ 2. Характеристическая функция. Применим к уравнению (6) преобразование Фурье по  $r$ . Обозначая

$$\omega(s, v, t) = \int e^{isr} f(r, v, t) dr, \quad (8)$$

имеем

$$\omega(s, v, t) = e^{-\lambda t} \delta(v) + 2\lambda \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau \int \omega(s, v - v', \tau) e^{isv' \tau} g(|v'|) dv'. \quad (9)$$

Введем далее функцию  $H(s, u, t)$  согласно формуле

$$H(s, u, t) = \int e^{iuv} \omega(s, v, t) dv. \quad (10)$$

Несмотря на то, что  $H(0, 0, t) \neq 1$ , будем для удобства называть функцию  $H(s, u, t)$  характеристической. Применяя к (9) преобразование Фурье по  $v$ , получаем следующее уравнение для характеристической функции:

$$H(s, u, t) = e^{-\lambda t} + 2\lambda \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} \varphi(|u + s\tau|) H(s, u, \tau) d\tau, \quad (11)$$

где

$$\varphi(|p|) = \int e^{ipv} g(|v|) dv \quad (12)$$

есть преобразование Фурье от функции распределения относительных скоростей частиц при рождении (нетрудно показать, что  $\varphi$  зависит только от  $|p|$ ).

Дифференцирование уравнения (11) по  $t$  дает

$$\frac{\partial H(s, u, t)}{\partial t} = \lambda [2\varphi(|u + st|) - 1] H(s, u, t), \quad (13)$$

причем

$$H(s, u, 0) = 1. \quad (14)$$

Разумеется, уравнение (13) можно получить прямо из (7). Решение уравнения (13) при начальном условии (14) имеет вид

$$H(s, u, t) = e^{-\lambda t + 2\lambda \int_0^t \varphi(|u + s\tau|) d\tau} \quad (15)$$

Таким образом, мы нашли характеристическую функцию. Функция распределения  $f(r, v, t)$  получается из (15) путем двукратного применения обратного преобразования Фурье. Однако чаще всего достаточно знать в отдельности распределения координат и скоростей в системе частиц, поэтому в дальнейшем мы получим выражения именно для этих функций.

Следует отметить, что ряд интегральных характеристик системы частиц может быть получен без применения обратного преобразования Фурье. Так, например, математическое ожидание числа частиц в системе в момент времени  $t$  равно

$$H(0, 0, t) = e^{\lambda t}. \quad (16)$$

Здесь мы воспользовались равенством

$$\varphi(0) = 1, \quad (17)$$

следующим из условия нормировки функции  $g(|v|)$ . Ниже мы подобным образом найдем в общем виде дисперсии координат и скоростей в системе.

§ 3. Распределение скоростей и плотности в системе частиц. Число частиц, скорости которых в момент времени  $t$  заключены в интервале между  $v$  и  $v + dv$ , определяется функцией

$$\omega(0, v, t) = \int f(r, v, t) dr. \quad (18)$$

Полагая в соотношении (10)  $s = 0$ , обращая преобразование Фурье и учитывая, что, согласно (15),

$$H(0, u, t) = e^{-\lambda t + 2\lambda t \varphi(|u|)}, \quad (19)$$

находим

$$\begin{aligned} \omega(0, v, t) &= \frac{1}{8\pi^3} \int e^{-iuv} H(0, u, t) du = \frac{e^{-\lambda t}}{8\pi^3} \int e^{-iuv} [e^{2\lambda t \varphi(|u|)} - 1 + 1] du = \\ &= e^{-\lambda t} \delta(v) + \frac{e^{-\lambda t}}{8\pi^3} \int e^{-iuv} [e^{2\lambda t \varphi(|u|)} - 1] du, \end{aligned} \quad (20)$$

где мы вычли и добавили единицу для того, чтобы выделить особенность. Воспользуемся теперь сферическими координатами с полярной осью, направленной вдоль вектора  $v$ . Тогда

$$\omega(0, v, t) = e^{-\lambda t} \delta(v) + \frac{e^{-\lambda t}}{8\pi^3} \int_0^{\infty} [e^{2\lambda t \varphi(|u|)} - 1] |u|^2 d|u| \times$$

$$\begin{aligned} & \times \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} e^{-t|u| \cdot |v| \cos \vartheta} \sin \vartheta d\vartheta = \\ & = e^{-\lambda t} \delta(v) + \frac{e^{-\lambda t}}{2\pi^2 |v|} \int_0^{\infty} [e^{2i t (|u|)} - 1] |u| \sin(|u| \cdot |v|) d|u|. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналогично находится распределение пространственной плотности в системе частиц. Соотношение (10) при  $u = 0$  имеет вид

$$H(s, 0, t) = \int \omega(s, v, t) dv = \int e^{i s r} f(r, t) dr, \quad (22)$$

где

$$f(r, t) = \int f(r, v, t) dv. \quad (23)$$

Учитывая, что

$$H(s, 0, t) = e^{-\lambda t + 2\lambda \int_0^t \varphi(|s|\tau) d\tau}, \quad (24)$$

получаем из (22)

$$\begin{aligned} f(r, t) &= \frac{1}{8\pi^3} \int e^{-i s r - \lambda t + 2\lambda \int_0^t \varphi(|s|\tau) d\tau} ds = \\ &= e^{-\lambda t} \delta(r) + \frac{e^{-\lambda t}}{2\pi^2 |r|} \int_0^{\infty} e^{2\lambda \int_0^t \varphi(|s|\tau) d\tau} - 1 \Big| |s| \sin(|s| \cdot |r|) d|s|. \end{aligned} \quad (25)$$

При сравнении теории с наблюдениями необходимо знать функцию распределения плотности в проекции на картинную плоскость. Введем цилиндрические координаты  $\rho, l, \varphi$  (см. рис. 1) и обозначим через  $f_\rho(\rho, t)$  число частиц на единицу площади на расстоянии  $\rho$  от центра. Очевидно,

$$f_\rho(\rho, t) \rho d\rho d\varphi = \int f(r, t) dr, \quad (26)$$

где интегрирование ведется по прямой, проходящей на расстоянии  $\rho$  от центра. Подставляя выражение (25) в (26), получаем

$$f_p(\rho, t) = e^{-\lambda t} \delta(\rho) + \frac{e^{-\lambda t}}{\pi^2} \int_0^{\infty} \left[ e^{\frac{2\lambda}{\delta} \int_0^{\delta} \tau(y) dy} - 1 \right] y dy \int_0^{\infty} \frac{\sin(y \sqrt{\rho^2 + l^2})}{\sqrt{\rho^2 + l^2}} dl. \quad (27)$$

Сделаем во внутреннем интеграле замену  $z = \sqrt{1 + \frac{l^2}{\rho^2}}$  и воспользуемся известным равенством

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin(tz)}{\sqrt{z^2 - 1}} dz = \frac{\pi}{2} J_0(t), \quad (t > 0), \quad (28)$$

где  $J_0(t)$  — бesselова функция I рода. Тогда выражение для  $f_p(\rho, t)$  принимает вид

$$f_p(\rho, t) = e^{-\lambda t} \delta(\rho) + \frac{e^{-\lambda t}}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[ e^{\frac{2\lambda}{\delta} \int_0^{\delta} \tau(y) dy} - 1 \right] y J_0(\rho y) dy. \quad (29)$$

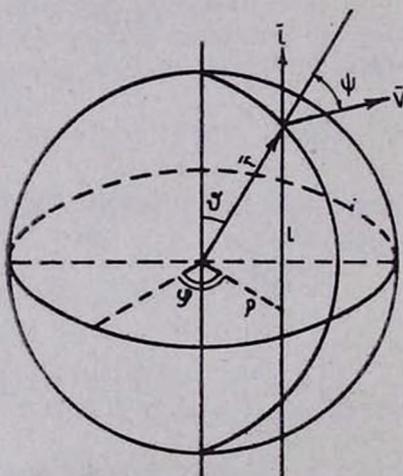


Рис. 1.  
Уд. 1.

Точно так же находится и функция распределения лучевых скоростей в системе, которая оказывается равной

$$\omega_p(0, v_r, t) = e^{-\lambda t} \delta(v_r) + \frac{e^{-\lambda t}}{\pi} \int_0^{\infty} [e^{2\lambda \tau(n)} - 1] \cos(y v_r) dy. \quad (30)$$

Здесь  $\omega_p(0, v_r, t) dv_r$  — число частиц, у которых проекции скоростей на луч зрения лежат в интервале между  $v_r$  и  $v_r + dv_r$ .

§ 4. Дисперсия скоростей и координат в системе. Формулы (21) и (25) в принципе позволяют получить дисперсии скоростей и координат в системе частиц. Однако, как указывалось выше, эти величины проще найти непосредственно из выражения (15) для характеристической функции.

Определим сначала дисперсию скоростей

$$D_v(t) = \frac{\iint f(r, v, t) v^2 dr dv}{\iint f(r, v, t) dr dv} \quad (31)$$

Из соотношения (10) при  $s = 0$  нетрудно найти, что

$$D_v(t) = - \frac{\nabla^2 H(0, u, t) |_{u=0}}{H(0, 0, t)}, \quad (32)$$

где  $\nabla^2$  — оператор Лапласа. Подставляя выражение (19) для функции  $H(0, u, t)$  в (32) и учитывая, что

$$\text{grad } \varphi(|u|) |_{u=0} = 0, \quad (33)$$

получаем

$$D_v(t) = - 2\lambda t [\nabla^2 \varphi(|u|)]_{u=0}. \quad (34)$$

Аналогично из (22) следует

$$D_r(t) = \frac{\iint f(r, v, t) r^2 dr dv}{\iint f(r, v, t) dr dv} = - \frac{\nabla^2 H(s, 0, t) |_{s=0}}{H(0, 0, t)}. \quad (35)$$

Если подставить сюда  $H(s, 0, t)$  из (24) и учесть соотношение (33), то получим

$$D_r(t) = - \frac{2}{3} \lambda t^3 [\nabla^2 \varphi(|u|)]_{u=0}. \quad (36)$$

Величина

$$-\nabla^2 \varphi(|u|) |_{u=0} = \int v^2 g(|v|) dv \quad (37)$$

есть среднее значение квадрата относительной скорости частицы, полученной ею при делении. Обозначая это среднее значение через  $\bar{v}^2$ , перепишем формулы (34) и (37) в окончательном виде

$$\begin{aligned} D_v(t) &= 2\lambda \bar{v}^2 t, \\ D_r(t) &= \frac{2}{3} \lambda \bar{v}^2 t^3. \end{aligned} \quad (38)$$

Мы видим, что дисперсия скоростей частиц в системе растет пропорционально  $t$ , а дисперсия координат — пропорционально  $t^2$ . Кроме того, независимо от  $\lambda$  и вида функции  $g(|v|)$  выполняется соотношение

$$D_r(t) = \frac{1}{3} t^2 D_0(t). \quad (39)$$

Эта зависимость представляет большой интерес, так как она связывает наблюдаемые величины с возрастом системы.

§ 5. Средняя скорость и дисперсия скоростей на расстоянии  $r$  от центра. Весьма важными характеристиками системы частиц являются средняя скорость и дисперсия скоростей на расстоянии  $r$  от центра, определяемые, соответственно, формулами

$$\langle v(r, t) \rangle = \frac{A(r, t)}{f(r, t)}, \quad (40)$$

$$D_0(r, t) = \frac{B(r, t)}{f(r, t)} - \langle v(r, t) \rangle^2, \quad (41)$$

где

$$A(r, t) = \int v f(r, v, t) dv, \quad (42)$$

$$B(r, t) = \int v^2 f(r, v, t) dv. \quad (43)$$

Применяя к обеим частям (10)  $\text{grad}_u$ , полагая затем  $u = 0$  и обращая преобразование Фурье, находим

$$A(r, t) = -\frac{i}{8\pi^2} \int e^{-isr} [\text{grad}_u H(s, u, t)]_{u=0} ds, \quad (44)$$

$$B(r, t) = -\frac{1}{8\pi^2} \int e^{-isr} [\nabla_u^2 H(s, u, t)]_{u=0} ds. \quad (45)$$

Полученные формулы решают задачу, однако удобнее выразить величину  $A(r, t)$  через распределение плотности в системе частиц —  $f(r, t)$ . С этой целью найдем еще одно дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет характеристическая функция. Из (11) следует

$$\frac{\partial H(s, u, t)}{\partial t} - s \text{grad}_u H(s, u, t) = \lambda e^{-\lambda t} [2\varphi(|u|) - 1] + \\ + 2\lambda \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} \varphi(|u + s\tau|) \left[ \frac{\partial H(s, u, \tau)}{\partial \tau} - s \text{grad}_u H(s, u, \tau) \right] d\tau. \quad (46)$$

Сравнивая (46) и (11), находим искомое уравнение

$$\frac{\partial H(s, u, t)}{\partial t} - s \operatorname{grad}_u H(s, u, t) = \lambda [2\varpi(|u|) - 1] H(s, u, t). \quad (47)$$

Положим теперь в (47)  $u = 0$ . Имеем

$$-s [\operatorname{grad}_u H(s, u, t)]_{u=0} = \lambda H(s, 0, t) - \frac{\partial H(s, 0, t)}{\partial t}, \quad (48)$$

откуда, применяя обратное преобразование Фурье, получаем

$$\operatorname{div} A(r, t) = \lambda f(r, t) - \frac{\partial f(r, t)}{\partial t}. \quad (49)$$

Очевидно, что вследствие сферической симметрии задачи вектор  $A(r, t)$  направлен вдоль  $r$ . Обозначая величину вектора  $A(r, t)$  через  $A(r, t)$ , перепишем соотношение (49) в виде

$$\frac{1}{|r|^2} \frac{d}{d|r|} [|r|^2 A(r, t)] = \lambda f(r, t) - \frac{\partial f(r, t)}{\partial t}. \quad (50)$$

Таким образом, в данном случае распределение плотности в системе и распределение средней скорости однозначно связаны друг с другом.

§ 6. Дисперсия лучевых скоростей. Обратимся к нахождению еще одной важной кинематической характеристики системы частиц — изменению дисперсии лучевых скоростей от центра системы к краю. Если обозначить угол между направлением скорости частицы и вектором  $l$  через  $\alpha$  (см. рис. 1), то выражение для дисперсии лучевых скоростей имеет вид

$$D_{v_r}(\rho, t) = \frac{\int dr \int f(r, v, t) |v|^2 \cos^2 \alpha dv}{\int dr \int f(r, v, t) dv} \equiv \frac{C(\rho, t)}{f_\rho(\rho, t)}. \quad (51)$$

Выберем в каждой точке сферическую систему координат с полярной осью, направленной вдоль  $r$ . Координаты вектора  $v$  в этой системе обозначим через  $|v|$ ,  $\psi$ ,  $\varphi$ . Тогда

$$\cos \alpha = \cos \vartheta \cos \psi + \sin \vartheta \sin \psi \cos \varphi, \quad (52)$$

где  $\vartheta$  — полярный угол вектора  $r$ . Учитывая, что функция распределения не зависит от  $\varphi$ , и переходя к цилиндрическим координатам, находим

$$C(\rho, t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(r, t) \frac{l^2 dl}{\rho^2 + l^2}, \quad (53)$$

где

$$k(r, t) = \int f(r, v, t) |v|^3 \cos^2 \psi dv. \quad (54)$$

Подобно тому, как это делалось выше, можно показать, что  $K(r, t)$  следующим образом выражается через характеристическую функцию:

$$K(r, t) = -\frac{1}{8\pi^3} \int e^{-i s r} \left[ \frac{\partial^2 H(s, u, t)}{\partial |u|^2} \right]_{u=0} ds. \quad (55)$$

Итак, дисперсия лучевых скоростей определяется формулами (51), (53) и (55). Однако при подстановке в них формулы (15) для характеристической функции получаются чрезвычайно громоздкие выражения. Между тем, если интересоваться лишь характером изменения  $D_{v_r}(r, t)$ , то можно найти приближенную формулу, справедливую, по крайней мере, для внешних частей системы.

В самом деле, предположим, что в системе частиц происходят чисто радиальные движения. Тогда  $\psi = 0$  и из (51) следует

$$D_{v_r}(r, t) = \frac{\int_0^{\infty} \frac{l^2 dl}{r^2 + l^2} \int f(r, v, t) |v|^2 dv}{\int_0^{\infty} f(r, t) dl}, \quad (56)$$

где  $|r| = \sqrt{r^2 + l^2}$ . Но

$$\int f(r, v, t) |v|^2 dv = \int f(r, v, t) [ |v|^2 - | \langle v(r, t) \rangle |^2 + | \langle v_r(r, t) \rangle |^2 ] dv = [D_v(r, t) + | \langle v(r, t) \rangle |^2] f(r, t), \quad (57)$$

так что

$$D_{v_r}(r, t) = \frac{\int_0^{\infty} f(r, t) [D_v(r, t) + | \langle v(r, t) \rangle |^2] \frac{l^2 dl}{r^2 + l^2}}{\int_0^{\infty} f(r, t) dl}. \quad (58)$$

Мы видим, что в системе с чисто радиальными движениями дисперсия лучевых скоростей определяется лишь функциями  $f(r, t)$ ,  $\langle v(r, t) \rangle$  и  $D_v(r, t)$ .

§ 7. Доля двойных систем. Как известно, относительное число кратных систем в скоплениях галактик очень велико; оно гораздо больше того значения, которое имело бы место в случае дис

социативного равновесия [8]. В рамках рассматриваемой модели мы можем найти число пар частиц, расстояние между которыми в данный момент времени не превышает некоторого фиксированного значения  $r_*$ . При этом считается, что число таких пар, получающихся при случайном сближении частиц, пренебрежимо мало.

Обозначим через  $N(t)$  математическое ожидание числа частиц в системе в момент времени  $t$ . Очевидно, число распадов в промежутке времени между  $t$  и  $t + dt$  равно  $dN(t)$ . Далее, если распад произошел в момент  $t'$  и скорость образовавшихся частиц не превышает  $\frac{r_*}{2(t-t')}$ , то к моменту времени  $t$  расстояние между частицами не превышает  $r_*$ . Таким образом, доля частиц, расстояние между которыми в момент  $t$  не превосходит  $r_*$ , равна

$$Q(r_*, t) = \frac{1}{N(t)} \int_0^t dN(t') 4\pi e^{-2\Delta(t-t')} \int_0^{\frac{r_*}{2(t-t')}} g(|v|) |v|^3 |dv|. \quad (59)$$

Подставляя сюда  $N(t) = e^{kt}$  и делая замену  $\tau = t - t'$ , получаем

$$Q(r_*, t) = 4\pi k \int_0^t e^{-3k\tau} d\tau \int_0^{\frac{r_*}{2\tau}} g(x) x^2 dx. \quad (60)$$

Отметим, что учет гравитационного взаимодействия может существенно изменить приведенную выше оценку доли двойных систем, так что формула (60) дает представление лишь о порядке ожидаемой величины.

§ 8. Асимптотические формулы. Выше мы нашли для различных характеристик системы частиц общие выражения, которые имеют довольно сложный вид. Поэтому большой интерес должны представлять упрощения, возникающие в общих формулах при некоторых значениях входящих в них параметров. В настоящем параграфе мы рассмотрим случай, когда  $kt \rightarrow \infty$ . Поскольку математическое ожидание числа частиц в системе в момент времени  $t$  равно  $e^{kt}$ , условие  $kt \gg 1$  означает, что рассматриваются системы с большим числом частиц.

Прежде всего, запишем в более удобной форме выражение для функции  $\varphi(u)$ . Переходя в (12) к сферическим координатам с полярной осью, направленной вдоль  $\rho$ , имеем

$$\varphi(u) = \frac{4\pi}{u} \int_0^{\infty} g(x) x \sin(ux) dx. \quad (61)$$

Поскольку  $\frac{\sin(ux)}{ux} \leq 1$ , отсюда следует, что

$$\varphi(u) \leq 4\pi \int_0^{\infty} g(x) x^2 dx = \varphi(0) = 1. \quad (62)$$

Кроме того, известно, что при  $u \rightarrow \infty$  функция  $\varphi(u) \rightarrow 0$ .

Обратимся теперь к нахождению асимптотических формул. Рассмотрим сначала выражение (21) для  $\omega(0, v, t)$ , переписав его в виде

$$\omega(0, v, t) = e^{-\lambda t} \delta(v) + \frac{e^{-\lambda t}}{2\pi^2 |v|^3} \int_0^{\infty} \left[ e^{2i\lambda v \left(\frac{x}{|v|}\right)} - 1 \right] x \sin x dx. \quad (63)$$

Как уже отмечалось, функция  $\varphi(u)$  убывает от 1 при  $u=0$  до 0 при  $u=\infty$ . Поэтому при  $\lambda t \rightarrow \infty$  функция

$$e^{2i\lambda v \left(\frac{x}{|v|}\right)} - 1 \quad (64)$$

имеет острый максимум в точке  $x=0$ , так что значение интеграла будет определяться поведением подынтегрального выражения в окрестности этой точки. Подставляя в (63) разложение  $\varphi(u)$  при  $u \ll 1$  (см. (17), (33) и (37))

$$\varphi(u) = 1 - \frac{\sigma^2}{6} u^2 + \dots \quad (65)$$

и учитывая два первых члена, получаем при  $\lambda t \rightarrow \infty$

$$\omega(0, v, t) \simeq \frac{e^{\lambda t}}{2\pi^2 |v|^3} \int_0^{\infty} e^{-\frac{\lambda t \sigma^2}{3|v|^2} x^2} x \sin x dx = e^{\lambda t} \left[ \frac{3}{2\pi D_v(t)} \right]^{3/2} e^{-\frac{3|v|^2}{2D_v(t)}}, \quad (66)$$

где  $D_v(t)$  — дисперсия скоростей частиц в момент времени  $t$ , определяемая формулой (38). Аналогично для  $f(r, t)$  при  $\lambda t \rightarrow \infty$  получаем следующее выражение:

$$f(r, t) \simeq e^{\lambda t} \left[ \frac{3}{2\pi D_r(t)} \right]^{3/2} e^{-\frac{3|r|^2}{2D_r(t)}}. \quad (67)$$

Таким образом, в системах, состоящих из большого числа частиц, распределение плотности и скоростей описывается нормальным законом.

Обратимся к нахождению асимптотического выражения для средней скорости частиц, расположенных на расстоянии  $|r|$  от центра. Величина  $A(r, t)$  связана с  $f(r, t)$  соотношением (50). Подставляя в (50) асимптотическую формулу (67), находим

$$A(r, t) \approx \frac{3|r|}{2t} f(r, t), \quad (68)$$

так что

$$\langle v(r, t) \rangle \approx \frac{3}{2t} r. \quad (69)$$

Мы видим, что средняя скорость пропорциональна  $r$ , причем коэффициент пропорциональности приближенно равен величине, обратной возрасту системы. Понимается, ввиду линейности (69), аналогичное соотношение справедливо для произвольных двух точек системы.

Полезно также найти асимптотические формулы для функций  $f_p(\rho, t)$  и  $\omega_p(0, v_r, t)$ . Поступая подобно тому, как это делалось выше, получаем

$$f_p(\rho, t) \approx e^{\lambda t} \frac{3}{2\pi D_r(t)} e^{-\frac{3\rho^2}{2D_r(t)}}, \quad (70)$$

$$\omega_p(0, v_r, t) \approx e^{\lambda t} \left[ \frac{3}{2\pi D_v(t)} \right]^{1/2} e^{-\frac{3v_r^2}{2D_v(t)}}. \quad (71)$$

Отметим, что гауссова форма полученных выше асимптотических выражений связана с теоремой о предельных функциях распределения для сумм независимых случайных величин.

§ 9. Пример. Гауссово распределение скоростей частиц при рождении. Рассмотрим в качестве примера случай, когда

$$g(|v|) = \left( \frac{3}{2\pi\sigma^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{3|v|^2}{2\sigma^2}}, \quad (72)$$

так что

$$\varphi(|p|) = e^{-\frac{\sigma^2|p|^2}{6}}. \quad (73)$$

Подставляя выражение (73) в формулы (21) и (25), находим, что функции распределения плотности и скоростей имеют вид

$$f(r, t) = e^{-\lambda t} \delta(r) + \frac{3e^{-\lambda t}}{|r|(\pi\sigma t)^3} \int_0^\infty \left[ e^{\frac{\lambda t \sqrt{\pi}}{z} \Phi(z)} - 1 \right] z \sin(\zeta z) dz, \quad (74)$$

$$\omega(0, v, t) = e^{-\lambda t} \delta(v) + \frac{3e^{-\lambda t}}{|v|(\pi\sigma)^2} \int_0^\infty \left[ e^{2\lambda t e^{-z^2}} - 1 \right] z \sin(\gamma z) dz, \quad (75)$$

где 
$$\zeta = \frac{|r| \sqrt{6}}{\sigma t}, \quad \eta = \frac{|v| \sqrt{6}}{\sigma}, \quad (76)$$

а  $\Phi(z)$  — интеграл вероятности:

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-x^2} dx. \quad (77)$$

Далее, функция  $A(r, t)$ , найденная по формуле (44), оказывается равной

$$A(r, t) = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{\pi^2 |r|^3} \int_0^{\infty} e^{\frac{\lambda t \sqrt{\pi}}{s} \Phi(s)} (1 - e^{-s^2}) [\sin(\zeta z) - \zeta z \cos(\zeta z)] \frac{dz}{z}. \quad (78)$$

Нетрудно проверить, что соотношение (50) тождественно удовлетворяется при подстановке в него выражений (74) и (78) для функций  $f(r, t)$  и  $A(r, t)$ .

Обратимся к нахождению дисперсии скоростей частиц в данной точке системы. Непосредственно из формулы (45) можно найти, что

$$B(r, t) = \frac{2\lambda e^{-\lambda t}}{\pi^2 |r|^3} \int_0^{\infty} e^{\frac{\lambda t \sqrt{\pi}}{s} \Phi(s)} W(z, \lambda t) z \sin(\zeta z) dz, \quad (79)$$

где

$$W(z, \lambda t) = e^{-s^2} + \frac{\sqrt{\pi}}{z} \Phi(z) - \frac{\lambda t}{z^2} (1 - e^{-s^2})^2. \quad (80)$$

Сравнивая формулы (78)–(80), получаем

$$\frac{\partial B}{\partial |r|} = \lambda A - \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{2\lambda \sqrt{\pi}}{\pi^2 |r|^3 t} \int_0^{\infty} e^{\frac{\lambda t \sqrt{\pi}}{s} \Phi(s)} \Phi(z) [\sin(\zeta z) - \zeta z \cos(\zeta z)] dz. \quad (81)$$

Как уже отмечалось выше, при  $\lambda t \rightarrow \infty$  важно поведение подынтегральной функции вблизи  $z = 0$ . Сравнивая интеграл в правой части формулы (81) с выражением (78) для  $A(r, t)$ , находим, что при  $\lambda t \rightarrow \infty$  приближенно выполняется соотношение

$$\frac{\partial B(r, t)}{\partial |r|} \approx \left( \lambda - \frac{4}{t} \right) A(r, t) - \frac{\partial A(r, t)}{\partial t}. \quad (82)$$

Подставим теперь в (82) асимптотические выражения (68) и (67). Тогда получим

$$B(r, t) \approx \left[ \frac{9|r|^3}{4t^2} + \frac{1}{2} \lambda \sigma^2 t \right] f(r, t), \quad (83)$$

откуда, с учетом (41) и (69), следует:

$$D_v(r, t) \approx \frac{1}{2} \lambda \sigma^2 t = \frac{1}{4} D_v(t). \quad (84)$$

Таким образом, в данном случае при  $\lambda t \rightarrow \infty$  локальная дисперсия скоростей постоянна вдоль радиуса и приближенно равна 1/4 дисперсии скоростей во всей системе. Есть основания считать, что этот вывод справедлив не только при гауссовой форме  $g(|\vartheta|)$ .

Далее, подставляя (72) в формулу (60), найдем следующее выражение для доли двойных систем в момент времени  $t$ :

$$\begin{aligned} Q(r_*, t) &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\lambda t} e^{-3y} dy \int_0^{\frac{c}{y}} e^{-x^2} x^2 dx = \\ &= \lambda t e^{-3\lambda t} \Phi\left(\frac{c}{\lambda t}\right) + 3 \int_0^{\lambda t} e^{-3y} \Phi\left(\frac{c}{y}\right) y dy, \end{aligned} \quad (85)$$

где

$$c = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\lambda r_*}{2\sigma}. \quad (86)$$

Следует отметить, что  $Q(r_*, t)$  возрастает при увеличении  $t$  вплоть до значения  $t \approx 3c/\lambda$ , а затем остается практически постоянной.

Получим теперь приближенное выражение для дисперсии лучевых скоростей. Подставляя в (58) асимптотические формулы (67), (69) и (84), находим

$$D_{v_r}(r, t) \approx \frac{1}{2} \lambda \sigma^2 t \left\{ 2 - \sqrt{\pi} x e^{x^2} [1 - \Phi(x)] \right\}, \quad (it \gg 1), \quad (87)$$

где

$$x = \frac{3}{2\sigma t \sqrt{\lambda t}} r. \quad (88)$$

Функция  $D_{v_r}(r, t)$ , определяемая последними двумя формулами, монотонно убывает при увеличении  $r$ .

### III. СРАВНЕНИЕ С НАБЛЮДЕНИЯМИ

§ 10. Общие соображения. Применение теоремы вириала к 143 системам галактик [9] подтвердило известный факт, что у большинства систем отношение кинетической энергии  $T$  к модулю потенциальной  $|U|$  существенно превышает ожидаемое для стационарного состояния  $\left(\frac{T}{|U|} = \frac{1}{2}\right)$ . Попытки согласования этого обстоятельства

с идеей стационарности систем галактик сводятся к предположению о существовании в системах неучтенных масс вещества, увеличивающих потенциальную энергию систем галактик до необходимого стационарного уровня. Там, где это возможно проверить, оказывается, что массы галактик—членов систем имеют нормальные значения. Поэтому чаще всего предполагается существование больших масс скрытого вещества в пространстве между галактиками системы. Однако анализ этого вопроса показывает, что наличие в системах галактик виримальных масс в виде пыли, нейтрального или ионизованного газа в ряде случаев противоречит наблюдательным данным в оптическом, радио- и рентгеновском диапазонах спектра.

Если объяснять наблюдаемый баланс энергий  $\frac{T}{|U|} \gg \frac{1}{2}$  избытком кинетической энергии в системах галактик, то получается, что многие системы имеют положительную полную энергию ( $\frac{T}{|U|} > 1$ ) и распадаются. Характерное время расширения у различных систем галактик неодинаковое. По-видимому, системы галактик образовались не одновременно: формирование галактик представляет собой процесс, протяженный во времени (В. А. Амбарцумян [2]). Обратимся к конкретной ситуации в ближайшем скоплении Virgo. Для скопления в целом отношение энергий  $\frac{T}{|U|}$  получается порядка 40, для относительно изолированных пар и групп внутри него в среднем  $\frac{T}{|U|} \approx 18$ . Если подсистемы, как и скопление в целом, нестационарны и распадаются, то время экспансии пар и групп галактик на порядок меньше, чем у скопления. Это согласуется с мнением, что члены скопления образовались в различные эпохи и население Virgo пополняется новыми галактиками. Существование систем галактик с неустойчивой конфигурацией типа Трапеции как между скоплениями, так и в составе скоплений (NGC 6166 в Abell 2199) показывает, что население богатых скоплений галактик со временем увеличивается. Отсутствие этого процесса привело бы к тому, что большинство нестационарных систем давно бы распалось и мы не наблюдали бы ситуации, когда значительная часть галактик входит в состав скоплений.

Таким образом, нестационарное состояние систем галактик с необходимостью приводит к выводу о существовании продолжительного во времени процесса образования галактик.

Естественно, что отказ от предположения о стационарном состоянии систем галактик приводит к увеличению числа основных параметров, входящих в теорию. Однако развитая выше модель обла-

дает достаточной „жесткостью“ и допускает ряд возможностей для численного сопоставления ее с эмпирическими данными.

§ 11. Средние характеристики систем галактик. На основе данных об относительно изученных парах, группах и скоплениях галактик можно определить средние характеристики различных систем [10]. Часть результатов [10] приводится в таблице 1. В первом столбце таблицы указан тип систем галактик, во втором — число систем, по которым вычислены средние параметры, в третьем — среднее значение корня из дисперсии лучевых скоростей в системе  $\sqrt{D_v}$ , в четвертом — средний радиус системы  $R = \sqrt{D_r}$  и в последнем — характерное время экспансии, определяемое как отношение  $R/\sqrt{D_v}$ . Из таблицы видно, что дисперсия скоростей, радиус и время экспансии в среднем систематически возрастают с увеличением населенности систем галактик.

Таблица 1

Системы	$n$	$\sqrt{D_v}$ км/сек	$R$ пс	$t_{\text{всп.}}$ лет
Пары	87	189	$4.4 \cdot 10^4$	$2.6 \cdot 10^8$
Триплеты	11	121	$7.2 \cdot 10^4$	$4.5 \cdot 10^8$
Группы	29	287	$3.2 \cdot 10^5$	$1.1 \cdot 10^9$
Бедные скопления	9	354	$0.9 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^9$
Богатые скопления	6	827	$2.2 \cdot 10^6$	$1.8 \cdot 10^9$
Сверхскопление	1	1096	$1.3 \cdot 10^7$	$8.7 \cdot 10^9$

Если бы все системы галактик находились в стационарном состоянии, то для каждого типа систем с фиксированным числом членов  $N$  и известной средней массой галактики существовало бы вполне определенное соотношение между  $D_v$  и  $R$ , а  $t_{\text{всп.}}$  имело бы фиктивный смысл. В действительности дисперсия скоростей в системах существенно превосходит ожидаемую величину при данных  $N$  и  $R$  для стационарного состояния. Поэтому приводимые в табл. 1 зависимости требуют иного теоретического объяснения.

Исходя из концепции нестационарного состояния систем галактик, результаты табл. 1 можно сформулировать еще и таким образом: с увеличением возраста системы галактик происходит увеличение числа ее членов, растет дисперсия скоростей и размеры системы.

Уравнения (38) показывают, что в системе, где происходят деления, дисперсия скоростей  $D_v(t)$  увеличивается со временем по линейному закону, а дисперсия координат  $D_r(t) \sim t^2$ . Населенность системы в данной модели возрастает экспоненциально по закону (16). Следовательно, задавшись значениями всего лишь двух параметров

$\sigma$  и  $\lambda$ , характеризующих единичный акт деления в данной модели, мы можем вычислить населенность, дисперсию скоростей и радиус системы для любого момента времени  $t$ .

Результаты расчетов этих величин по формулам (16), (38) приведены в таблице 2. Вычисления сделаны для  $\sigma = 300$  км/сек и двух значений  $\lambda^{-1}$ :  $4 \cdot 10^8$  лет и  $1.6 \cdot 10^9$  лет. В первом столбце таблицы дана величина безразмерного параметра  $\lambda t$ , во втором — математическое ожидание числа членов системы в момент времени  $t$ , в третьем — значение квадратного корня из дисперсии лучевых скоростей у частиц системы. При вычислении его использовано равенство  $Dv_r = \frac{1}{3} Dv$ . В четвертом и пятом столбцах приведены радиусы системы при двух значениях параметра  $\lambda$  и в последних столбцах — возраст системы  $t$  для тех же значений  $\lambda$ . Заметим, что между временем экспансии системы  $t_{\text{экс.}}$  и ее возрастом  $t$  существует соотношение  $t = \sqrt{3} t_{\text{экс.}}$ , следующее из (39).

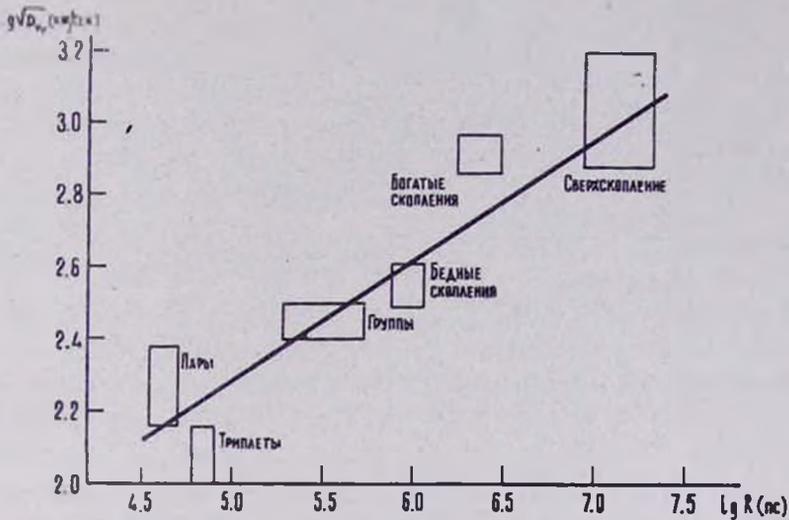
Таблица 2

$\lambda t$	$N$	$\sqrt{Dv_r}$ км/сек	$R$ пс		$t$ лет	
			$\lambda^{-1} = 4 \cdot 10^8$ лет	$\lambda^{-1} = 1.6 \cdot 10^9$ лет	$\lambda^{-1} = 4 \cdot 10^8$ лет	$\lambda^{-1} = 1.6 \cdot 10^9$ лет
0.69	2.0	173	$4.6 \cdot 10^4$	$1.8 \cdot 10^5$	$2.8 \cdot 10^8$	$1.1 \cdot 10^9$
1.0	2.7	246	$8.1 \cdot 10^4$	$3.3 \cdot 10^5$	$4.0 \cdot 10^8$	$1.6 \cdot 10^9$
2.0	7.4	288	$2.4 \cdot 10^5$	$1.0 \cdot 10^6$	$8.0 \cdot 10^8$	$3.2 \cdot 10^9$
3.0	20.1	354	$4.3 \cdot 10^5$	$1.8 \cdot 10^6$	$1.2 \cdot 10^9$	$4.8 \cdot 10^9$
4.0	55	408	$6.7 \cdot 10^5$	$2.7 \cdot 10^6$	$1.6 \cdot 10^9$	$6.4 \cdot 10^9$
5.0	148	456	$1.0 \cdot 10^6$	$3.9 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^9$	$8.0 \cdot 10^9$
7.0	$1.1 \cdot 10^3$	540	$1.5 \cdot 10^6$	$6.3 \cdot 10^6$	$2.8 \cdot 10^9$	$1.1 \cdot 10^{10}$
10.0	$2.2 \cdot 10^4$	645	$2.7 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^7$	$4.0 \cdot 10^9$	$1.6 \cdot 10^{10}$

Сравнение данных, приведенных в таблицах 1 и 2 показывает, что вычисленные величины удовлетворительно согласуются с наблюдаемыми. Несмотря на несовершенство модели и наличие в ней всего лишь двух произвольных параметров теория дает правильное представление о трех последовательностях наблюдаемых величин: населенностях, размерах и дисперсии скоростей в различных системах галактик (четвертая величина, например,  $t_{\text{экс.}}$  не является величиной независимой).

Из уравнений (38) видно, что между дисперсией скоростей и характерным размером системы должно выполняться соотношение  $\lg R = \frac{3}{2} \lg Dv_r + \text{const}$ , где постоянная зависит от численных значений параметров  $\lambda$  и  $\sigma$ . На рис. 2 приведены средние наблюдаемые

величины  $R$  и  $\sqrt{Dv_r}$  с соответствующими погрешностями для пар, триплетов, групп, скоплений и одного сверхскопления галактик. Теоретическая прямая удовлетворительно представляет связь между наблюдаемыми величинами у систем галактик.



Фиг. 2.

ЪЧ. 2.

Полученное согласие теории с эмпирическими данными дает основание рассматривать группы и скопления галактик как реализации последовательных во времени состояний системы галактик, в которой происходят процессы деления.

§ 12. Доля молодых образований. Если в системе галактик происходит образование новых членов путем делений, то будет существовать определенное количество тесных пар галактик, не успевших разойтись на большие взаимные расстояния.

Доля таких пар галактик  $Q(r_*, t)$  с расстояниями между компонентами не более  $r_*$  в системе с возрастом  $t$  дается выражением (85). Как отмечалось выше, величина  $Q(r_*, t)$  увеличивается с течением времени и при  $\geq 3ct$  уже практически не отличается от предельного значения.

В системе с  $t > \lambda^{-1}$  доля разделившихся галактик со взаимными расстояниями не более 50 кпс, что составляет примерно два диаметра средней галактики, получается, соответственно, 0.17 для  $\lambda^{-1} = 4 \cdot 10^8$  лет и 0.06 для  $\lambda^{-1} = 1.6 \cdot 10^9$  лет. Эмпирически величина  $Q(r_*, t)$  в системах галактик не оценивалась. При сравнении теоретической оценки  $Q(r_*, t)$  с наблюдательными данными необходимо определять число

оптических пар в системе. Нужно помнить еще, что вычисление  $Q(r_*, t)$  сделано без учета гравитационного взаимодействия и, следовательно, существования связанных пар с отрицательной полной энергией.

У образовавшейся пары молодых галактик могут иметься некоторые признаки, свидетельствующие об их недавнем происхождении. Есть основания полагать, что такими объектами являются взаимодействующие галактики. Структурные детали их („хвосты“, „перемычки“ и др.) вряд ли имеют возраст, превосходящий промежуток времени, необходимый для нескольких оборотов средней галактики вокруг своей оси ( $\approx 2 \cdot 10^8$  лет). У значительной доли таких пар взаимная скорость превышает параболическую. По данным каталога [11] взаимодействующие галактики составляют около 7% от общего числа галактик, причем относительная доля их примерно одинакова и в скоплениях, и в фоне между ними.

Представляет интерес оценка относительного числа галактик, возраст которых не превышает определенной величины. Поскольку в рассматриваемой модели населенность системы растет по экспоненциальному закону  $N(t) = e^{\lambda t}$ , то доля галактик с возрастом не более  $2 \cdot 10^8$  лет составляет 0.39 при  $\lambda^{-1} = 4 \cdot 10^8$  лет и 0.12 при  $\lambda^{-1} = 1.6 \cdot 10^9$  лет.

Отметим, что при процессах деления галактик доля молодых образований не зависит от общего числа галактик. Именно такой вывод следует и из наблюдений. С другой стороны, если бы взаимодействующие галактики образовывались при сближениях в результате взаимного возмущения структуры или же формировались из диффузной среды с плотностью, соответствующей вириальным массам систем галактик, то наблюдаемое постоянство их доли среди других галактик было бы трудно объяснить. По-видимому, именно благодаря тому, что приращение числа новых галактик в некотором объеме пропорционально имеющемуся их числу, расширяющиеся группы и скопления не рассеиваются на „окружающем фоне“ и мы наблюдаем такую картину, когда большинство галактик не являются изолированными, а входят в состав систем.

В. А. Амбарцумян [12] полагает, что явление сильной радиовмиссии у гигантских галактик типа NGC 1275, Лебедь-А соответствует кратковременной ( $\approx 10^8$  лет) начальной стадии разделения ядра галактики. Для принятых значений параметра  $\lambda$  доля галактик в данной стадии с  $t \lesssim 10^8$  лет получается  $2.5 \cdot 10^{-3}$  и  $6.2 \cdot 10^{-4}$ , что согласуется по порядку величины с наблюдаемым относительным числом радиогалактик.

§ 13. Распределение плотности и распределение скоростей в системах галактик. Из формулы (67) следует, что после большого числа актов деления в системе устанавливается нормальное распределение пространственной плотности числа частиц

вдоль радиуса. Распределение плотности в проекции на картинную плоскость также описывается нормальным законом (70). Как показывают вычисления по формуле (74), асимптотический закон распределения плотности является хорошим приближением уже при  $kt \approx 8-10$ .

Наблюдательные данные о распределении плотности в системах галактик немногочисленны. Такие сведения имеются только для богатых скоплений галактик. Это обусловлено трудностью выделения членов системы среди проектирующихся галактик переднего и дальнего фона. Только в достаточно богатых системах можно статистически учесть проектирующиеся галактики. По данным Цвикки [1] распределение числа галактик на единицу площади в богатых скоплениях с правильной сферической формой сходное. На рис. 3а приведено относительное распределение числа галактик ярче  $19^m$  на единицу площади для типичного богатого скопления в Волосах Вероники [1]. Как видно, наблюдаемое распределение существенно отличается от гауссова. На рис. 3б дано распределение числа галактик ярче  $15^m.7$  вдоль радиуса для ближайшего скопления в Деве [13]. В этом случае распределение плотности хорошо представляется нормальным законом.

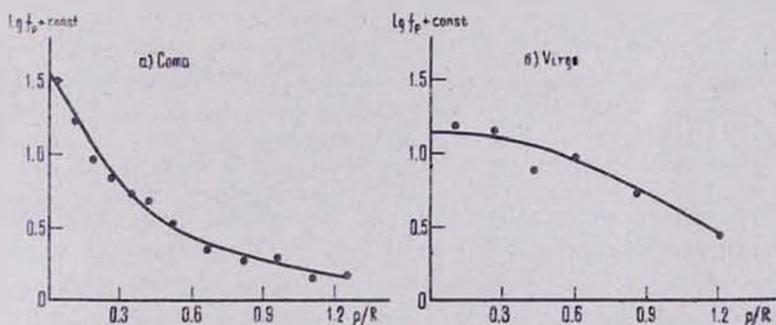


Рис. 3.  
4. 3.

Населенность скопления в Деве заметно меньше, чем в Волосах Вероники. Есть основания полагать, что различие между теоретическим распределением плотности и наблюдаемым в богатых скоплениях может быть вызвано неучетом гравитационного взаимодействия в больших совокупностях галактик.

Далее, измерения позволяют определять не полные векторы скоростей у членов системы галактик относительно средней скорости, а лишь проекции их на луч зрения. Цвикки и ван ден Берг отмечали [14, 15], что распределение лучевых скоростей в отдельных скоплениях довольно хорошо описывается нормальным законом. Теоретическое распределение (67), (71) также имеет нормальный характер после боль-

шого числа актов деления. Численные результаты показывают, что асимптотическая формула хорошо представляет распределение скоростей уже при небольшом числе актов деления в системе.

Рисунок 4 воспроизводит распределение числа галактик по модулям относительных лучевых скоростей, общее для 8 скоплений из табл. 5 [9], у членов которых измерено не менее 10 лучевых скоростей (суммарное число галактик — 306). Теоретическая нормальная кривая неплохо представляет наблюдаемое распределение.

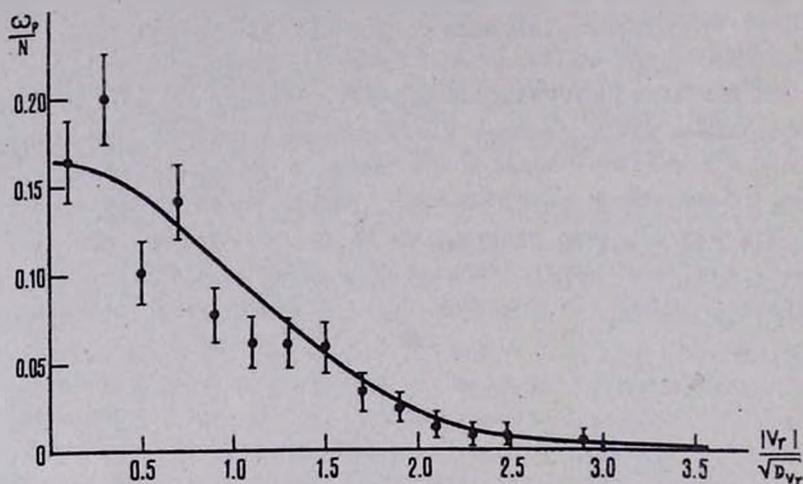


Рис. 4.  
Табл. 4.

Из этого обстоятельства можно заключить, в частности, что нормальное распределение лучевых скоростей в скоплениях галактик не служит указанием на стационарное состояние этих систем.

§ 14. Распределение дисперсии лучевых скоростей галактик вдоль радиуса скопления. Из формул (69), (84) следует, что в системе после большого числа делений устанавливается преимущественно радиальный характер движений, а дисперсия пространственных скоростей одинакова в разных точках системы. Проверить наблюдениями эти выводы не удастся, т. к. в системах галактик для членов их известны только проекции пространственных скоростей на луч зрения. Однако для нескольких скоплений мы знаем характер изменения дисперсии лучевых скоростей галактик от центра скопления к периферии  $D_{v_r}(\rho)$ . Теоретическая зависимость  $D_{v_r}(\rho)$  для частного случая  $\lambda t \gg 1$  и нормального закона  $g(|v|)$  выражается формулами (87) и (88).

На рис. 5 представлено наблюдаемое распределение  $D_{v_r}(\rho)$  для пяти скоплений галактик [14, 16—18]. Для удобства сравнения, дисперсия лучевых скоростей на данном расстоянии от центра  $\rho$  выра-



Разумеется, в рамках рассматриваемой модели без учета гравитационного взаимодействия мы не можем дать объяснение отмеченной закономерности. Однако заслуживает внимания следующее обстоятельство. Основываясь на соображениях о нестационарности и расширении систем галактик, В. А. Амбарцумян [20] высказал мысль о том, что причина этого явления может быть сходной с причиной расширения Метагалактики. Непрерывный переход от систем галактик к Метагалактике по динамическому параметру  $\frac{T}{|U|}$  подтверждает предположение [20].

Существенным свойством эффекта расширения Метагалактики является его линейный характер, выражаемый хаббловским соотношением  $\langle v \rangle = hr$ . Из формулы (69) следует, что после большого числа актов деления в системе устанавливается аналогичное линейное соотношение между скоростями и расстояниями частиц. Таким образом, закон Хаббла можно понять не только как результат единого взрыва в прошлом, но и как следствие происходящих в разные моменты времени локальных взрывов.

§ 16. Реализации ветвящегося процесса. Выше мы исследовали только средние характеристики системы частиц. Между тем, ясно, что параметры конкретных реализаций иногда могут сильно отличаться от этих средних значений. Вопрос о флуктуациях в системе размножающихся частиц может быть изучен теоретически; здесь мы ограничимся рассмотрением нескольких реализаций ветвящегося процесса, осуществленных при помощи метода Монте-Карло на ЭВМ „Наири“.

Вычисления велись следующим образом. Выбирался произвольный фиксированный промежуток времени  $\Delta t$  и в каждый момент времени, кратный  $\Delta t$ , над каждой из существующих частиц производился эксперимент, имеющий вероятность успеха  $\frac{1}{2}$ . В случае, если какой-либо эксперимент оказывался успешным, считалось, что соответствующая частица делится на две, так что среднее время жизни одной частицы равно  $\frac{1}{\lambda} = 2\Delta t$ . Образовавшиеся частицы разлетаются в противоположные стороны с одной и той же скоростью  $w$  относительно своей непосредственной родительницы, причем  $w$  подчиняется отраженному нормальному распределению

$$g(z) = \frac{2}{a\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2a^2}}, \quad (0 \leq z < \infty). \quad (89)$$

Направление разлета предполагалось изотропно распределенным. Каждая реализация начиналась с одной частицы и доводилась до момента времени  $t = 15 \Delta t$ .

На рис. 6 представлена для примера одна из получившихся реализаций в проекции на плоскость  $XY$ , где  $X = \frac{x}{a\Delta t}$  и  $Y = \frac{y}{a\Delta t}$  — безразмерные координаты. Число частиц в системе к моменту времени  $t = 15 \Delta t$  достигло 517 (математическое ожидание  $N = 438$ ); доля двойных частиц, расстояние между которыми  $R \leq 0.25$ , равна 0.05.

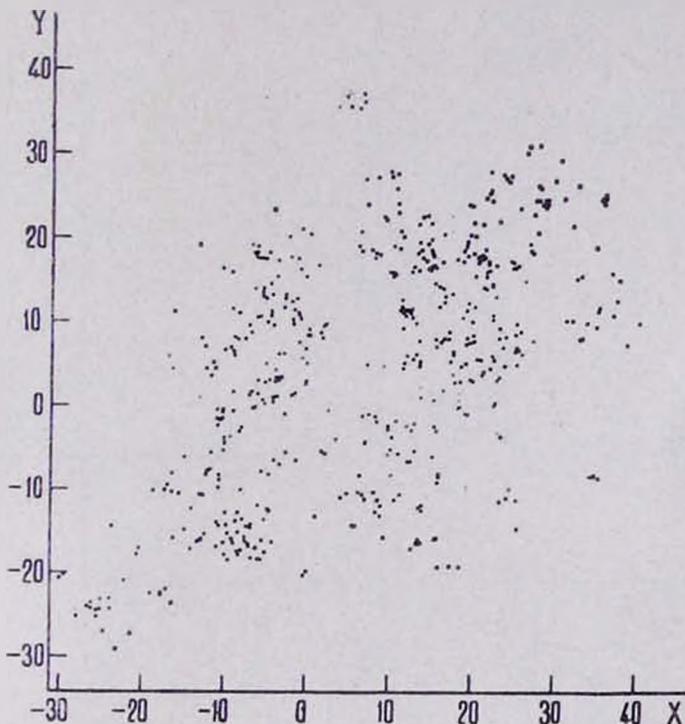
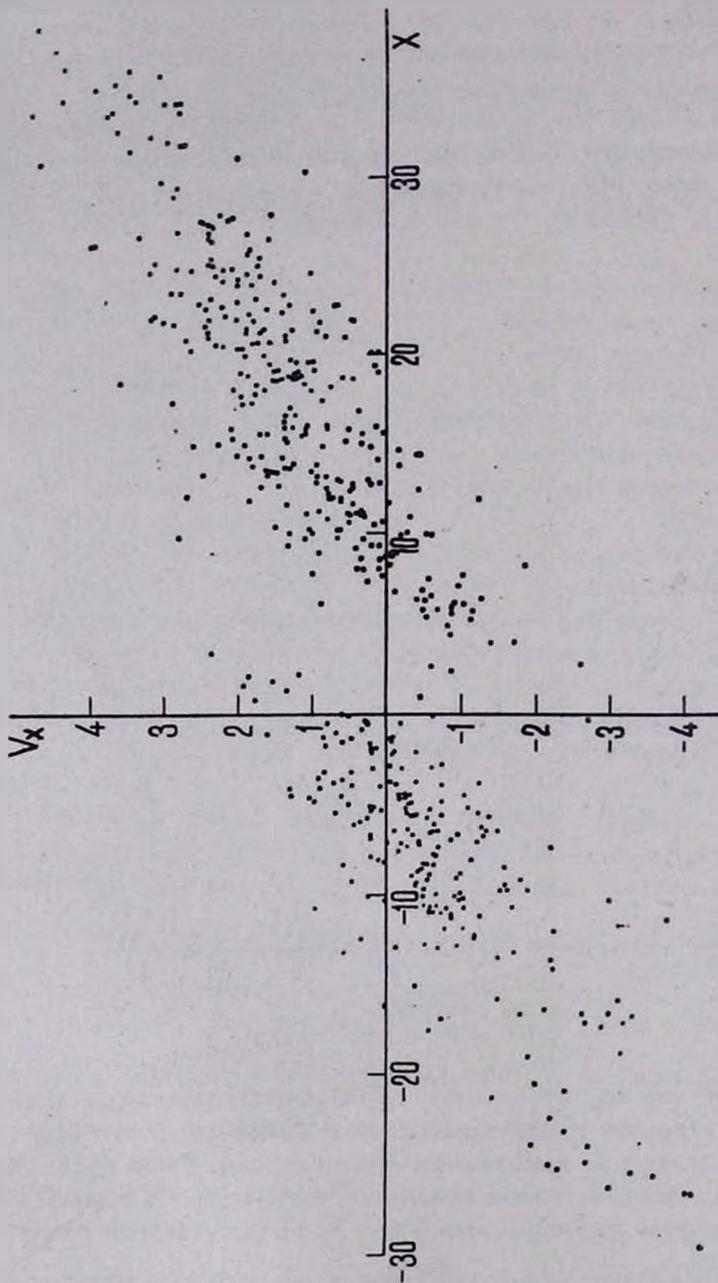


Рис. 6.  
л. 6.

Мы видим, что характеристики приведенной реализации заметно отличаются от средних характеристик. Вследствие того, что скорости частиц, образовавшихся при первом акте деления, были выше средней, получилось фактически два скопления, развивавшихся параллельно. Это подтверждается зависимостью  $V_X - X$ , представленной на рис. 7.

( $V = \frac{v}{a}$  — безразмерная скорость). Точки на рис. 7 группируются около двух почти параллельных прямых, соответствующих двум разделенным в пространстве подсистемам. Наклон этих прямых позволяет

Рис. 7.  
Таб. 7.

найти коэффициент в зависимости  $\langle v \rangle = hr$ . В данном случае указанный коэффициент приблизительно равен 0.2, в то время как его ожидаемое значение равно 0.1 в безразмерных единицах.

Значительно реже встречаются случаи, когда получается приблизительно сферическая и компактная система. Для образования такой системы нужно, чтобы скорости нескольких первых поколений частиц были меньше средней. Пример реализации сравнительно правильного скопления приведен на рис. 8.

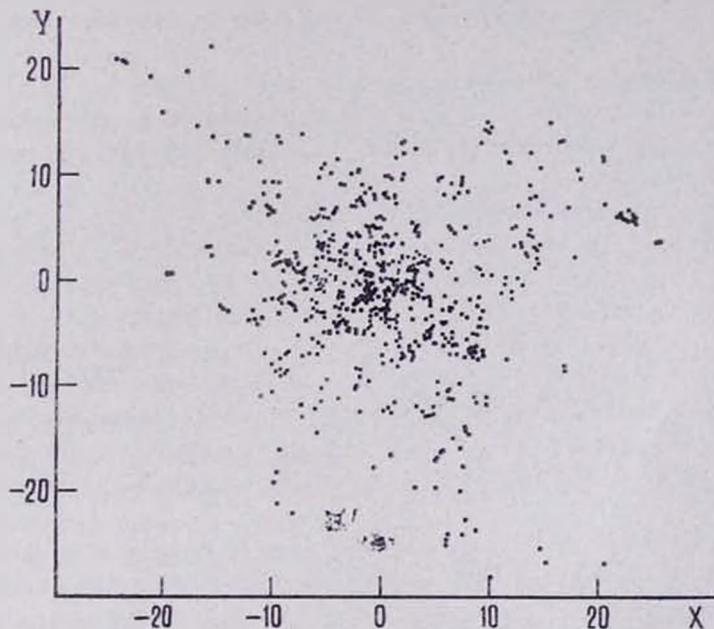


Рис. 8.

Уч. 8.

#### IV. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Возвратимся к изложенным во введении аргументам в пользу стационарного состояния систем галактик.

Очевидно, сферичность формы систем галактик является довольно слабым указанием на стационарность их. Тем более, что отклонения от симметричной формы нередко встречаются среди систем галактик.

Правильное распределение плотности в скоплениях галактик и близкое к максвелловскому распределение скоростей присущи не только стационарным системам; эти свойства могут быть получены, например, в рассматриваемой нами модели, где системы галактик нестационарны и расширяются (рис. 8).

Для установления в скоплениях сегрегации галактик по яркостям (следовательно, и по массам) в результате обмена энергией при взаимных сближениях требуется время, превышающее возраст Метагалактики ( $\approx 10^{10}$  лет). В теории деления галактик можно указать несколько причин, приводящих к явлению сегрегации, например, деление на галактики с разными массами и существование нескольких исходных центров образования галактик\*.

Как мы уже отмечали, противоречие между фактом нахождения большинства галактик в составе систем и относительно быстрым расширением последних объясняется непрерывным образованием новых галактик.

Таким образом, ни один из приведенных аргументов не является убедительным возражением против представления о нестационарном состоянии систем галактик, население которых пополняется со временем новыми членами.

Отметим здесь важное свойство процесса образования галактик путем делений. Если в некотором объеме совокупности случайно получится положительная флуктуация плотности, то она будет иметь тенденцию выжить. Населенность и размеры такой флуктуации со временем будут увеличиваться, а разрушиться она сможет за счет того, что в ней самой возникнут флуктуации. Качественно такая ситуация соответствует картине, когда наблюдаемые в скоплениях (Virgo, Coma) подсистемы увеличиваются со временем по населенности, разделяются и превращаются в систему взаимопроникающих скоплений (Abell 2147, 2151, 2152).

Итак, сравнение выводов рассмотренной модели с наблюдательными данными показывает, что некоторые стороны явлений в системах галактик удастся понять с единой точки зрения. Разумеется, это не означает, что все предположения, сделанные выше при решении задачи, соответствуют действительности. Необходимость в некоторых допущениях была вызвана либо математическими трудностями, либо стремлением вводить минимальное число неизвестных параметров. Все же, несмотря на указанные упрощения, нам кажется, что полученные результаты говорят в пользу того, что процессы деления ядер галактик играют важную роль в эволюции систем галактик.

Следует отметить, что развитая модель имеет феноменологический характер, поскольку не рассматривается механизм деления ядер галактик и физические процессы, приводящие к делению. В рамках такого подхода остается открытым вопрос о различиях между после-

---

\* Как указал нам В. А. Амбарцумян, явление сегрегации может быть также обусловлено тем, что галактики, находящиеся на периферии системы, испытали в среднем относительно большее число делений. Поэтому их массы должны быть в среднем меньше, чем у галактик в центральных областях.

довательно образующимися галактиками по массам, структурным типам, параметрам ядер и другим характеристикам. Кроме того, возникает вопрос, насколько существенным является пренебрежение гравитационным взаимодействием между галактиками. Тот факт, что отношение кинетической энергии к модулю потенциальной во многих системах галактик значительно превосходит 1, позволяет считать, что рассмотрение изложенной модели как первого приближения допустимо.

Авторы глубоко признательны академику В. А. Амбарцумяну за внимание к работе и советы.

10 февраля 1969 г.

Ի. Դ. ԿԱՐԱՉԵՆՏԵՎ, Վ. ՅՈՒ. ՏԵՐԵԲԻԶ

ՏՐՈՇՄԱՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԸ ԵՎ ԳԱԼԱԿՏԻԿԱՆԵՐԻ  
ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՆԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ո փ ու մ

Վննարկվում է գալակտիկաների (կորիզների) սրոհման դերի հարցը գալակտիկաների համակարգերի ղինամիկական զարգացման մեջ: Որպես առաջին քալը քննարկվում է կետային ճյուղավորվող պատահական պրոցեսնով նկարագրվող բազմացման մոդելը: Կտնված է խնդրի ճշգրիտ լուծումը, իսկ մի շարք հետևություններ համեմատվում են դիտումների հետ: Առաջարկվող մոդելի շրջանախներում դրական լրիվ էներգիա ունեցող գալակտիկաների անկալուն համակարգերի գոյությունն փաստը ստանում է ընական բացատրություն: Ցույց է արված, որ գալակտիկաների համակարգերի համար ստացված ախպիսի հատկանիշներ, ինչպես շառավիղը, գալակտիկաների թիվը, արագությունների դիսպերսիան, նեղ կրկնակի գալակտիկաների հարաբերակունքանակը, և որոշ այլ մեծություններ, բավականին լավ համաձայնություն մեջ են գտնվում դիտողական տվյալների մեջ:

I. D. KARACHENTSEV, V. Yu. TEREZHIZH

## FISSION PROCESSES AND NONSTATIONARITY OF SYSTEMS OF GALAXIES

### S u m m a r y

The role of the fission of galactic nuclei in a dynamical evolution of systems of galaxies is investigated. As a first step, the reproduction model described by a point branching stochastic processes is studied. A rigorous solution of the problem is obtained and a number of conse-

quences are compared with observational data. The existence of non-stationarity of systems of galaxies possessing a positive total energy is naturally explained in the framework of the model suggested. It is shown that the calculated characteristics of systems of galaxies such as the radius, the density of population, the velocity dispersion, quota of crowded double galaxies and some others reconcile with observational ones.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *F. Zwicky*, Morphological Astronomy, Berlin, Springer, 1957.
2. Proceedings of the conference on instability of systems of galaxies, A. J., 66, 1961.
3. *В. А. Амбарцумян*, Сообщ. на симп. МАС в Дублине, Ереван, 1955.
4. *В. А. Амбарцумян*, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 9, 23, 1956.
5. *В. А. Амбарцумян*, ДАН АрмССР, 26, 73, 1958.
6. *В. Е. Маркарян*, A. J., 555, 1961.
7. *В. Е. Маркарян*, Сообщения Бюраканской обсерватории, 33, 29, 1963.
8. *V. A. Ambartsumian*, Solvay Conference Report, Brussels, p. 241, 1958.
9. *И. Д. Караченцев*, Астрофизика, 2, 81, 1966.
10. *И. Д. Караченцев*, Сообщения Бюраканской обсерватории, 39, 76, 1968.
11. *Б. А. Воронцов-Вельяминов*, *А. А. Красногорская*, *Б. П. Архипова*, Морфологический каталог галактик, МГУ, I, 1962; II, 1964; III, 1963.
12. *В. А. Амбарцумян*, ДАН АрмССР, 23, 161, 1956.
13. *F. Zwicky*, *F. Herzog*, *P. Wild*, Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies, I, II, California Institute of Technology, 1961, 1963.
14. *F. Zwicky*, Problems of extragalactic research, IAU Symp. No 15, The McMillan company, New York, 347, 1962.
15. *Van den Bergh*, M. N., 121, 387, 1960.
16. *E. M. Burbidge*, *G. R. Burbidge*, Ap. J., 130, 629, 1959.
17. *N. U. Mayall*, Ann. d'Ap., 23, 344, 1960.
18. *M. L. Humason*, *N. U. Mayall*, *A. R. Sandage*, A. J., 61, 97, 1956.
19. *T. L. Page*, Smithsonian Astrophys. Obs. Special Report, No. 195, 1965.
20. *В. А. Амбарцумян*, Вопросы космогонии, 8, М., 1962.