

Ի ՊԵՐՏՈՅԱՆ

ԱՆԱՆԻԱ ՇԻՐԱԿԱՅՈՒ ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ԴԱՍԱԳԻՐՔԸ ԵՎ ՆՐԱ
ՆՇԱՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՊԱՏՄՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱՐ՝

Հայ ժողովուրդը պատմական ընդունալով՝ անցած տասնյակ դարերի ընթացքում ստեղծել է մեծ կոթողներ արվեստի, դրականության, պատմության, ճարտարապետության և այլ բնագավառներում: Հայ ժողովուրդը իր դարպասման ճանապարհին, որ լի է վերելքի և առանձնապես վայրէջքի շրջաններով, իր ինքնուրույնությունը պահպանելու համար, օգտագործելով հարևան ժողովուրդների կուլտուրական արժեքները, ստեղծել է իր սեփական արվեստը, գրականությունն ու դիտությունը, որոնք առանձին շրջաններում հասել են դարգույման բարձր աստիճանի:

«Հայ ժողովուրդը ժամանակակից կուլտուրական ժողովուրդների մեջ հնագույններից մեկն է: Նա աշխարհ է եկել այնպիսի հեռավոր ժամանակներից, երբ գեոսոս ոչ միայն գոյություն չունեին ժամանակակից ևրդական ժողովուրդները՝ ֆրանսիացիները, իտալացիները, անգլիացիները, բուսները, այլ նաև հաղիվ էին պատմական ասպարեզ իջնում անտիկ ժամանակների ժողովուրդները՝ հռոմայեցիներն ու հելլենները»:

Հայ ժողովրդի պատմությանը փոքր ի շատե լուրջ ծանոթությունը միջազգային գրականության խոշոր մասնագետներին բերում է այն եզրակացության, որ հայ ժողովուրդն անցյալում ստեղծած իր գրական գոհարներով պատկանելի տեղ է զբաղում կուլտուրական առաջավոր ժողովուրդների շարքում: Այդ նույնը չի կարելի ասել բնական գիտությունների բնագավառի համար: Եթե պատմության և գրականության զծով մենք կարող ենք պարծենալ, որ հայ ժողովրդի պատմությունը և գրականությունը զգալի չափերով ուսումնասիրել ենք, ապա այդ նույնը չենք կարող ասել բնական գիտությունների համար: Այստեղ, իհարկե, բացասական պատասխանը պայմանավորվում է ոչ թե նրանով, որ Հայաստանում բնական գիտություններն իրենց արժանի տեղն ու դարգացումը չեն ունեցել անցյալ դարերում, այլ նրանով, որ այս բնագավառում մեր անցյալի գիտության նվաճումները կոնկրետ գիտության տեսակետից չեն ուսումնասիրվել և չեն ներկայացվել ըստ արժանվույն, իսկ եթե ուսումնասիրվել են, ապա դա զբել է Լպիդոդիկ բնույթ և չի ընդգրկել բնական գիտությունների բոլոր բնագավառները: Բնական գիտություններին վերաբերող ուսումնասիրությունները, որոնք զգալի չափով ուժեղացան սովետական շրջանում, մեծ մասամբ կատարվել են բանասիրական, աղբյուրագիտական դժով, րվել են մի շարք աշխատություններ, նվիրված մեր իրականության մեջ բնական գիտություններով դրադվող անձնավորություններին: Ժիշտ է, այդ աշխա-

¹ Ձեկուցված է ՀՍՍՐԻ Ժողովուրդների կից Պետական Ձեռագրատուն (Մոսկվայում) 1943 թ. հոկտեմբերյան գիտական սեփականում:

² Валерий Брюсов. Летопись исторических судеб армянского народа. Москва, 1919, էջ 2:

տությունները շատ կարևոր են, մանավանդ նրանց համար, ովքեր զբաղվում են պատմության հարցերով, սակայն այդ աշխատությունները հումանիտար գիտությունների ծով դրականության շարքում մնացել են աննկատելի համապատասխան գիտության ներկայացուցիչների կողմից ու միայն Հայաստանի սահմաններից դուրս, այլ նաև Հայաստանի սահմաններում: Դադանիք չէ, որ բնական գիտությունների բնագավառում աշխատող հարյուրավոր գիտնականներ լինի զա մաթեմատիկոս, ֆիզիկոս, քիմիկոս և այլն, ծանոթ չեն իրենց առարկայի պատմության հարցերին մեր իրականության մեջ, էլ չենք խոսում հազարավոր ուսուցիչների մասին, որոնք ոչ մի հնարավորություն չունեն ծանոթանալու այդ հարցերին, քանի որ բնական գիտությունների պատմության հարցերին նվիրված դասագրքեր հայերեն լեզվով բացակայում են, իսկ ուսերեն լեզվով էլ շատ քիչ կան: Եղածների զգալի մասը թարգմանություններ են, որոնք լրիվ չափով չեն կարող բավարարել մեր ներկայիս պահանջները:

Ահա թե ինչու ՍՍՌՄ-ի ժողովուրդների անցյալի գիտության ուսումնասիրությունը անցած դարերի ընթացքում, նրա արժեքների վերահանումը խոշոր քաղաքական նշանակություն ունեցող խնդիր է:

Այս աշխատության նպատակն է՝ մեզ հասած կոնկրետ մաթեմատիկական աղբյուրների հիման վրա արժեքավորել Անանիա Շիրակացու թվաբանության դասագիրքը և ցույց առնել նրա նշանակությունը մաթեմատիկայի պատմության համար:

ԱՆԱՆԻԱ ՇԻՐԱԿԱՅԻՆԻ ԵՎ ՆՐԱ ԱՊՐԱՆԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆԸ

7-րդ դարում Հայաստանում նախադրյալներ են ստեղծվում մաթեմատիկական գիտության և հատկապես թվաբանության զարգացման համար: Համապատասխան մասնագետների կատարած ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ մեզ հետաքրքրող ժամանակաշրջանում Հայաստանը գտնվելիս է եղել համեմատաբար բարեկեցիկ պայմաններում: Ճարտարապետությունն ապրել է իր երկրորդ վերածնունդը՝ ոսկեդարը և, վերջապես, Հայաստանը զգալի չափով մասնակցություն է ունեցել միջազգային առևտրին:

Հայաստանի համեմատական խաղաղ պայմաններում 6-րդ դարի վերջերից մինչև 7-րդ դարի 80-ական թվականները հնարավորություն են ստեղծվեց ուժեղ թափով դարձնելու քաղաքացիական և հատկապես եկեղեցական շինարարությանը, որը հանդիսանում էր հոգևորականության հրատապ խնդիրներից մեկը: Ճարտարապետությունն այս շրջանում ապրեց իր ոսկեդարը:

«Ամեն տեսակ քննադատություններից բարձր պիտի կանգնեն Մրենի, Թալինի, Թալիշի և Զվարթնոցի հույակապ տաճարները՝ իրենց հսկայական մեծությամբ, արտաքուստ և ներքուստ սքանչելի պարզությամբ և շինանյութերի ու շինելակերպի վերին աստիճանի խնամքով և կատարելությամբ, կամարների, աղեղների շրջուցիչ սյուղքներով և, վերջապես, զարդաքանդակների մասին՝ թեև ժխտ, այնուամենայնիվ եղած դույզն քանակը ևս իր հարմարագույն տեղերուն վրա ներդաշնակ դասավորությամբ: Վերջապես, այս երկրորդ վերածնությունն է, որ իր հուշարձանները կանգնել է զուտ

աբեկյան, ավելի ճիշտը՝ զուտ հայկական ոճով, առանց օտար խառնուրդի»¹

Զվարթնոցի նման տաճարի կառուցումը հնարավոր էր միմիայն ճիշտ, նախօրոք գծված և հաշված հատակագծի հիման վրա, ճիշտ կերպով կառուցված մաթեմատիկական, թվարանական, երկրաչափական հաշիվների հիման վրա:

«Համարձակ կարելի է ասել, որ Զվարթնոցը իր ոճով և շինելակերպով միակն է ճարտարապետության ընդհանուր պատմության մեջ, քանի որ չէ գտնված իր նախորդը որևէ երկրամասի վրա: Գիտնական ճարտարապետները գրեթե մաղել են Արևելքն ու Արևմուտքը և իրենց տեղեկություններն ու մանրամասն ուսումնասիրությունները վաղուց մամուլի «եփեկանություն» դարձրել: սակայն գեթ Զվարթնոցի հեռավոր նմանություն ունեցող շենքերից ոչ մեկը չունի Զվարթնոցի՝ ճարտարապետի խիղճի հղացումը և հանդուգն, բայց հեռատես ու նրբին հաշիվների կառուցման դորժի մեջ»²

Համեմատության մեջ դնելով տարբեր երկրների ճարտարապետական կառուցումները, ճարտարապետ Թորամանյանը գրում է.

«Այստեղ ոչ վայրենի ուժն է մեզ զարմացնողը. ինչպես իզիպտոսի բուրգերու և այլ շենքերու մեջ, ուր կտեսնենք քսան խորանարդ մետր ծանր և միապաղաղ քարը մինչև 30- 40 մետր բարձրության հանված, և ոչ ալ ճարտարապետական քանդակներու և զարդանկարներու կատարելության հասած նրբությունը, ինչպես հունական և հռոմեական հիշատակարաններու մեջ. այլ ասոնցմե տարբեր և գուցե ասոնցմե շատ վեր ճարտարապետական ան խիղճի հղացումը, որով հայ մարզը՝ 0,80 մետր տրամագիծ ունեցող քարե չորս սյուներու և 0,60 մետր տրամագծով երկու սյուներ իրար միացնող չորս աղեղներու վրա կախեր է հազարներով տոննա ծանրություն, տարողությունը նրբին հաշիվներու մասին իր ունեցած կատարյալ հմտության վրա վստահ»:

Ավարտելով իր մանրագնին ուսումնասիրությունները, ճարտարապետ Թորամանյանը եզրակացնում է.

«Վեցերորդ դարը իր բոլոր որոնումներով և դանազանակերպ պատվաստման փորձերով, նախօրյակն է մի շքեղ վերածնության, որ տեղի է ունեցել 7-րդ դարում, և իսկապես կոչված էր հայ ճարտարապետության ոսկեդարը լինելուն»³

Խոսելով համաշխարհային առևտրի և այդ առևտրի մեջ հին Հայաստանի խաղացած դերի մասին, ակադեմիկոս Հ. Մանանգյանը գրում է.

«Արևելքի համաշխարհային առևտրի մեջ հին Հայաստանը, ինչպես տեսանք վերևում, խաղացել է զգալի դեր. նա ծառայել է որպես արասղիտ տերիտորիա ինչպես շինական մետաքսի, այնպես և այլ արժեքավոր ապ-

¹ Թ. Թորամանյան—Նյութեր հայ ճարտարապետության պատմության, էջ 80.

² Զվարթնոցի կառուցման հավանական մոմենտը հանդիսանում է 644—652 թ. թ. ճարտարապետը՝ Ներսես Գ. Տալեցին, իսկ շինարարության գեղավորը՝ Հռեմը (տես Թ. Թորամանյան—Նյութեր հայ ճարտարապետության պատմության, էջ 249):

³ Նույն տեղում, էջ 80:

⁴ Նույն տեղում, էջ 250—251:

⁵ Նույն տեղում, էջ 87:

րանքների ներմուծման համար, որոնք բերվում էին Արևմուտք Չինաստանից, Միջին Ասիայից և Հյուսիսային Հնդկաստանից»¹։

Համաշխարհային առևտրի ճանապարհների փաստը Հայաստանում, բնակարար, հայերին չի թողնում դիտողի գերում, այլ նրանց ներգրավում է այդ առևտրի մեջ։ Հայաստանն ակտիվ կերպով մասնակցում է այդ առևտրին, դուրս բերելով իր տարբեր շրջաններից աչքի ընկնող արտադրանքներ, ինչպես, օրինակ, աղ, երկաթ, պղինձ, միրգ, ձուկ, բամբակ, ներկ, գորգեր և այլն։

Շենքերի ճիշտ կառուցումը, որի ընթացքում կիրառվում են կարկինք, քանոնը, մեխանիկական գործիքները, — ճիշտ հաշվելու կարողությունը, առօրյա կյանքում չափ ու կշիռների գործադրությունը, շրջապատի ճիշտ իմացությունը, կոսմիկական օրենքները հասկանալու և ըմբռնելու տենչը զարկ են տալիս բնական գիտություններին, հատկապես թվաբանությունը հասնում է զարգացման բարձր աստիճանի։

Այս շրջանում հրապարակ է գալիս հայ մատենագրության ամենափայլուն դեմքերից մեկը, հայ անվանի գիտնական, մաթեմատիկոս Անանիա Նոյհաննեսի Շիրակացին։

Անանիա Շիրակացու կենսագրության սկզբնական շրջանի մասին ժենք մոտավոր պատկերացում կարողանում ենք կազմել շնորհիվ այն հանգամանքի, որ նա մեզ է թողել իր փոքրիկ ինքնակենսագրությունը։ Այդ ինքնակենսագրությունը հանդիսանում է մի չափազանց հետաքրքիր գրական բացառիկ երկ — հիշատակարան՝ ոչ միայն Անանիայի իրեն համար, այլև նրա ապրած ժամանակաշրջանի համար։

Անանիայի ինքնակենսագրությունը բավականին նյութ է պարունակում ոչ միայն իր և իր ուսուցիչ Դյուրիկոսի մասին, այլ նաև այն մասին, թե ինչ վիճակում են գտնվել Հայաստանը և Բյուզանդիան հատկապես մաթեմատիկական գիտության տեսակետից։

Անանիան, իր մասին խոսելիս՝ ոչ մի թվական չի բերում, դրանով է բացատրվում, որ նրա ծննդյան ճիշտ թվականը մինչև այսօր էլ մնում է անորոշ։ Այս խնդրի շուրջը գոյություն ունեն տարբեր տեսակետներ, սակայն մի բան որոշակի պարզ է, որ նա ապրել ու գործել է 7-րդ դարում։ Ծննդյան հավանական ժամանակը համարվում է 7-րդ դարի սկիզբը։

Հայ պատմության մեջ կան որոշակի տվյալներ, որ Շիրակացին Անաստաս Ակոռեցի կաթողիկոսի (662—668) հանձնարարությամբ կազմել է հայոց անշարժ տոմար, սակայն դա չի իրադրեցվել կաթողիկոսի մահվան պատճառով մինչև ժողովի գումարումը, որտեղ պետք է հաստատվեր տոմարը։

Ստեփանոս Ասողիկը այս մասին հայտնում է հետևյալը. «Իսկ Անաստասայ խորհեալ Հայաստանեայցս կարգել տոմար անշարժ ըստ այլոց ազգաց, և հրամայէ Անանիայի Շիրակացւոյ կարգել զՔրոնիկոն հրաշագան, յորում դստմար մեր կարգեաց անշարժ։ Եւ Անաստասայ խորհեալ ժողովով և Լսիսկոպոսոք հաստատել զՔրոնիկոնն՝ վախճանի, կեցեալ յաթոոս ամս վեց»²։ Մի այլ փաստ վկայում է, որ Շիրակացին 685 թվականին եղել է

¹ Յ. А. Маниандян. О торговле и городах Армении в связи с мировой торговлей древних времен, Ереван, 1930, էջ 81։

² Ստեփ. Ասողիկի — Գամուժի — Տիեզերական. Սյր. 1885, էջ 90։

կենդանի. — դա նրա անունով մնացած ժամանակադրությունն է՝ սկսած Ադամից մինչև 685 թվականը¹։

Անանիա Շիրակացին հայ մատենագրության մեջ, սկսած ինն դարերից, ճանաչված է եղել որպես մեծ «համարող»՝ մաթեմատիկոս. նա եղել է մտածող խոշոր գիտնական, նրա գրչին են պատկանում բնական գիտությունների գծով բազմաթիվ թվարանական, չափական, տոմարական, տիեզերագիտական, երկրաչափական, երաժշտական աշխատություններ։

Դժբախտաբար մեղ հասել են շատ սահմանափակ թվով աշխատություններ, այն էլ ուղծատված կերպով։ Ինչպես երևում է Գրիգոր Մաղիսաբոսի թողած թղթերից, Անանիա Շիրակացու աշխատությունները հիմնական մասերով գոյություն են ունեցել 11-րդ դարում և մեծ հեռաքրքրություն են առաջացրել հայ մտավորականների շրջանում։

Նախքան Շիրակացու թվարանության դասագրքի լույսն ածելու ժամանակը՝ համառոտակի կանգ առնենք թվարանական աշխատությունների պատմության վրա մինչև 7-րդ դարը։

ԹՎԱՐԱՆՈՒԹՅԱՆ ՎԻՃԱԿԸ ՄԻՆՁՅԵՎ 7-ԻՄ ԴԱՐԸ

Անանիա Շիրակացու թվարանության դասագիրքը ճիշտ գնահատելու համար մեզ անհրաժեշտ է ծանոթանալ այն խնդրին, թե մինչև 7-րդ դարը թվարանության բնագավառում ինչպիսի դասագրքեր են եղել և ինչպիսի ճիշտական հարցեր են շոշափվել։ Այս հարցերի պատասխանը գտնելու համար դիմենք հունական թվարանությանը։ Հույները, ինչպես իրենք էլ չեն ժխտում, չեն եղել ինքնուս, սկզբնական շրջանում շատ բան են սովորել եգիպտացիներից և բաբելացիներից. որպես օրինակ կարող է ծառայել այն, որ մեկ համարիչ ունեցող կոտորակների գործածությունը հույների մոտ ցույց է տալիս նրա եգիպտական ծագումը. իսկ թվարկության 60-ական սիստեմի գործածությունը՝ բաբելական։ Ինչպես գիտության այլ ճյուղերում, նույնպես և մաթեմատիկայի բնագավառում հույները հասնում են գերազանց արդյունքների։ Ընդհանուր իր «Բնության գիտելիքներ» աշխատության մեջ գրում է.

«...Մենք հարկադրված ենք փիլիսոփայության, ինչպես և շատ ուրիշ բնագավառներում միշտ նորից վերադառնալ այդ փոքր ժողովրդի նվաճումներին, որի բազմակողմանի ձիրքն ու գործունեությունը նրա համար այնպիսի մի տեղ են ապահովել մարդկության զարգացման պատմության մեջ, որպիսին ոչ մի ուրիշ ժողովուրդ չի կարող երբևէ պահանջել»²։

Հույները զարգացնելով մաթեմատիկան, այն բարձրացրին մինչև գիտության բարձր աստիճանի։ Այնպիսի խոշոր գիտնականներ, ինչպիսիք են Էվկլիդեսը, Արքիմեդը, Ապոլլոնիոսը, հանդիսացան Ալեքսանդրյան մաթեմատիկական դպրոցի կարկառուն դեմքերը (3-2-րդ դար մեր թվականությունից առաջ)։ Էվկլիդեսը իր երկրաչափությանը նվիրված *Στοιχειώδης* («հիմունքներ կամ տարրեր») 13 գրքից բաղկացած տրակտատի 7, 8 և

¹ Մ Արեղյան։ Հայոց ինն գրականության պատմություն, Երևան, 1946 թ., էջ 377։

² Տ. Լեյբնիս։ Բնության գիտելիքներ, Երևան, 1936 թ., էջ 113։

Չորրորդ գրքերը հատկացնում է թվերի ուսմունքին. իսկ 10-րդ դիրքը՝ հատկապես իռացիոնալ մեծություններին, որոնք առաջ գտնված են հղել պյութագորյանների կողմից, Ուրքիմեդը, բացի երկրաչափությունը և ֆիզիկային վերաբերող իր մի շարք աշխատություններից, դրում է մի աշխատություն՝ «Παραπληροφορησεις» («Ավագիկների թվի մասին») վերնագրով, որի նպատակն է դործածության մեջ դնել շատ մեծ թվեր, թվաբանությանը նվիրված առաջին դիրքը՝ դա Նիկոմախի գիրքն է. որը կազմվել է մեր թվականության մոտավորապես 100 թվականին և ընդգրկում է թվաբանության բնագավառում ձեռք բերված հաջողությունները, Նախքան այդ դրքի բովանդակության համառոտակի շարադրմանն անցնելը՝ անհրաժեշտ է կանգ առնել այն հարցի վրա, թե այդ ժամանակ Հունաստանում թվաբանությունն ասելով, ինչ էին հասկանում:

«Մաթեմատիկայի այն մասը, որ մեզ մոտ հայանի է թվաբանությունն անունով, հույների մոտ կազմում էր իրարից բոլորովին տարբեր երկու գիտություն: Թվաբանություն (Αριθμητική) անվան տակ նրանք հասկանում էին թվերի վերաբերյալ գիտությունը, որի առարկան՝ հանդիսանում էր թվերի հատկությունների ուսումնասիրությունը, նրանց բաժանումը դասերի՝ ինչպես կենտ ու զույգ, պարզ ու բարդ թվերի և այլն: Թվաբանությունը հույների մոտ իսկապես հղել է՝ տեսական գիտություն... Գործնական թվաբանությունը կազմել է բոլորովին առանձին գիտություն և հայտնի է հղել լոգիստիկա (λογιστική) անունով: Թվաբանության այսպիսի բաժանումն ընդունված է հղել Պլատոնի կողմից և, հավանաբար, հաստատված է հղել նրանից առաջ»¹

Վերոհիշյալ մեջբերումը ցույց է տալիս, որ հին ժամանակներում քվադրատային ասելով հասկանում էին դուրս տեսական մի առարկա, որն զբաղվում էր թվերի ուսումնասիրությամբ: Իսկ լոգիստիկա ասելով հասկանում էին գործնական մի այնպիսի առարկա, որն զբաղվում էր հաշվումներ կատարելու արվեստով: Այս նույն բաժանումը հաստատում է նաև Կեջորին՝ տարրական մաթեմատիկայի պատմությանը նվիրած իր մի դրամում:

«Հույն մաթեմատիկոսները սովորություն են ունեցել տարբերություն դնելու թվերի գիտության և հաշվողական արվեստի միջև: Ուրքիմեդը նրանք կոչում էին քվադրատային, իսկ երկրորդը՝ լոգիստիկա»:

Այս խնդրի վրա մենք հատկապես կանգ առանք, որովհետեւ դա հարկավոր է մեզ Անանիա Շիրակացու թվաբանության բովանդակությունը շարադրելու ժամանակ: Այժմ նորից անգրագառնանք Նիկոմախի աշխատությունը:

Թվաբանական այդ աշխատությունը բաղկացած է երկու գրքից. առաջին գրքի մեջ թվերը բաժանվում են կենտ ու զույգ թվերի, պարզ ու բարդ թվերի. զույգ թվերն իրենց հերթին բաժանվում են մի քանի խմբերի և ուսումնասիրվում են նրանց հատկությունները: Երկրորդ գրքում մանրամասն կերպով հատկապես ուսումնասիրվում են անկյունավոր

¹ М. Б. Ващенко-Захарченко. История математики, Киев, 1883, էջ 136

² Ф. Кедрови. История элементарной математики, Одесса, 1917, էջ 20

(պոլիդոնալ) թվերը և համեմատությունները (Ըստ Նիկոմախի՝ թվերը լինում են դժային, հարթ, եռանկյունի, քառանկյունի և այլն: Համեմատությունները բաժանվում են երեք խմբի՝ թվարանական, երկրաչափական և հարմոնիկ:

Վերոհիշյալ դրքի լուսնդակությունը ցույց է առնում, որ դա հանդիսացել է թվարանության դիրք, և ոչ թե լոգիստիկա: Շնորհիվ այս աշխատության, Նիկոմախը մեծ անուն է հանել իր ժամանակներում, երկար դարերի ընթացքում թվարանության ուսումնասիրման համար այս աշխատությունը եղել է համարյա թե միակ աղբյուրը: Իսսավանդման ժամանակ Նիկոմախի թվարանությունը գրավել է հատուկ ակդ և ունեցել է շատ մեկնարաններ: Նիկոմախի թվարանությունը հայտնի է եղել արաբներին և թարգմանվել է 9-րդ դարում:

Նիկոմախից հետո, 3—4-րդ դարում, Ալեքսանդրյան երկրորդ դպրոցի աչքի ընկնող մաթեմատիկոս Դիոֆանոսը գրում է «Թվարանություն» վերնագրով մի աշխատություն: Նկատի ունենալով, որ վերջինս ավելի շուտ հանրահաշվական աշխատություն է և մեզ հետաքրքրող հարցի հետ անմիջապես չի կապվում, առանձնապես կանգ չենք առնի դրա բովանդակության վրա:

Մաթեմատիկական գիտությունների պատմության համար շատ կարեւոր նշանակություն ունի հատկապես Պապուսի (4-րդ դար) կազմած «Մաթեմատիկական ժողովածու» խորագրով աշխատությունը, բաղկացած 8 դրքից, որտեղ հավաքված են շարադրված են եղել բոլոր կարևորագույն հայտադրությունները թվարանության ու երկրաչափության բնագավառներում: Առաջին երկու գիրքը, որոնք հավանաբար նվիրված են եղել թվարանության, մեզ չեն հասել: Չրանցից մեզ հասել են միմիայն առանձին պատառիկներ:

Թվարանության համար կարևոր աղբյուր են հանդիսանում նաև Թեոն Զոյլոտնեցու և Յամվիլիսի աշխատությունները:

Վերևում նշված թվարանական աշխատություններով հիմնականում սպառվում են մեզ հետաքրքրող ժամանակաշրջանում, այն է՝ մինչև 7-րդ դարը եղած աղբյուրները: Հունական թվարանության պատկերն ամբողջացնելու համար անհրաժեշտ է նշված աղբյուրներին ավելացնել նաև հունական թվարկության սխտեմը և հաշվիչը: Թվարկության մասին մանրամասն կխոսենք «Թվարկությունը Հայաստանում» նյութի կապակցությամբ: Իսկ մինչ այդ ուշադրություն դարձնենք մաթեմատիկայի պատմության համար բնորոշ մի հանգամանքի վրա:

«Արևմտահռոմեական կայսրության քայքայումը վերջնական հարված հասցրեց Ալեքսանդրյան երկրորդ դպրոցին, որը դադարեց գոյություն ունենալուց: Գիտական գործունեության կենտրոնը փոխադրվեց Աթենք—հելլենական կուլտուրայի այդ սքանչելի կենտրոնը—այստեղ կազմվեց Աթենքի դպրոցը, որը գոյություն ունեցավ մեկ հարյուր տարուց ոչ ավելի, այսինքն՝ մինչև 6-րդ դարի վերջը: Աթենքի դպրոցի անկումից հետո 8-րդ դարում կազմվեց Բյուզանդական նոր դպրոցը, որը գոյություն ունեցավ մինչև 15-րդ դարը, երբ Բյուզանդիան գրավվեց թյուրքերի կողմից»¹

¹ М. Г. Ващенко-Захарченко. История математики, Киев, 1883 г., 12 130.

Այս մեթոդներումը ցույց է տալիս, որ 7-րդ դարում հատուկ մաթեմատիկական դպրոց գոյություն չի ունեցել, որի հետ անմիջապես կապվի մաթեմատիկայով զբաղված այս կամ այն անձնավորության անունը:

«Այդ դպրոցներից և ոչ մեկը չի տվել որևէ չափով անվանի և ոչ մի մաթեմատիկոս... Աթենքի դպրոցի գիտնականներն զբաղվում էին հին հույն գրողների երկերի ուսումնասիրությամբ և մեկնաբանությամբ, իսկ բյուզանդական դպրոցի գիտնականները թաղվել էին աստվածաբանական և քերականական վեճերի մեջ: Ոչգրիտ գիտությունների ուսումնասիրման դործին նրանք ոչ մի նշանակություն չէին տալիս»:

ԱՆԱՆԻԱ ՇԻՐԱԿԱՅՈՒ ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ԴԱՍԱԳՐՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ինչպես տեսանք, հայաստանում 7-րդ դարը հանդիսացավ մի այնպիսի ժամանակաշրջան, որի ընթացքում անհրաժեշտ նախադրյալներ ստեղծվեցին բնական դիտությունների ուժեղ զարգացման համար: Բնական գիտությունների զարգացումը պայմանավորված էր արտացոլումը գտավ Անանիա Շիրակացու թվաբանական, տիեզերագիտական, չափական և տոմարական աշխատությունների մեջ: Շիրակացու թվաբանության դասագիրքը, որի արժեքավորումը հանդիսանում է մեր հիմնական խնդիրը, ունի շատ ուսանելի պատմություն: Առաջին հերթին հայտնի են դառնում թվաբանության մի մասը կազմող թվաբանական 24 խնդիրները՝ իրենց պատասխաններով՝ «Յադագս հարցման և լուծման» վերնագրով: Այդ խնդիրներից վեցն առաջին անգամ հրատարակվել է «Բաղմավեպ»-ի 1853—1855 թ. թ. համարներում, լրիվ կերպով՝ 1885 թվականին Երուսաղեմի «Սիոն» ամսաթերթում: 1896 թվականին, խնդիրների երկու տարբեր տեքստեր իրար հետ համեմատելու միջոցով թվականների ճշտությունը վերականգնելուց հետո, գիտական ծանոթագրություններով և առաջաբանով հրատարակվում է «Բաղմավեպ Տեր-Մկրտչյանի կողմից «Արարատ» ամսագրում (չնայած թվականների ուղղումներին, այնուամենայնիվ № 15 և 24 խնդիրները հրատարակվում են սխալներով, հետադադրում այդ սխալներն ուղղվում են ակադեմիկոս Ն. Օրբելու հրատարակության մեջ): Խնդիրներից չորսը ռուսերեն թարգմանությամբ առաջին անգամ լույս են տեսնում Բ. Պալաթյանցի «Армянский ЭПОС» աշխատության մեջ: Շատ կարևոր նշանակություն ունեցավ ակադեմիկոս Ն. Օրբելու 1918 թվականի հրատարակությունը առանձին գրքույկով: Ռուսերեն թարգմանության տեքստին նախորդում է դրարար տեքստը, դիրքն ունի ներածություն և արժեքավոր ծանոթագրություններ: «Յադագս հարցման և լուծման»-ի ներածության մեջ ակադեմիկոս Ն. Օրբելին առաջին անգամ հայտնեց այն կարծիքը, որ Շիրակացու խնդրագիրքը մեղ հասել է ոչ ամբողջությամբ:

Ահա ինչ է դրում նա այդ մասին.

«Անանիայի թվաբանության խնդրագիրքը, ինչպես և նրա մյուս երկերը, մեղ հասել է ոչ ամբողջական վիճակով. խնդրագրքի աննշան ծավալը և խնդիրների միօրինակ ընտրությունը հիմք են տալիս ենթադրելու,

¹ Նույն տեղում, էջ 159.

որ դա միայն մի հատվածն է դասագրքի, որը, դասելով վերնագրից և առաջարանի մի պատահականից, պարունակել է նաև տեսական մասը:¹

Նշված 24 խնդիրները 1930 թվին լույս են տեսնում, որպես հավելված, պրոֆ. Մելիքսեթ-Բեկի «К истории точных наук в Армении и Грузии» արժեքավոր աշխատության մեջ:²

Ակադեմիկոս Հ. Օրբելու իրավացի ենթադրությունը թվարկության դասագրքի մասին հաստատվում է, երբ ՀՍՍՌ Մինիստրների Սովետին կից Մատենադարանի գիտ. աշխատող Ա. Արրահամյանը հրապարակ է հանում Շիրակացու գումարման, հանման, բազմապատկման աղյուսակները և «Վեցհազարեակը», բումարման, հանման, բազմապատկման աղյուսակները և խախտման աղյուսակները, առաջին անգամ, Ա. Արրահամյանը տպագրել է Երևանի Պետական համալսարանի «Երևանի աշխատություններ» 13-րդ հատորում 1939 թվականին, «Յադագս հարցման և լուծման» խնդիրների հետ միասին: «Վեցհազարեակը» տպագրվել է «Մեծահայրենյան պատերազմի ժամանակահատվածի թվարկության մեջ»:

Ներկայումս Շիրակացու թվարկության դասագրքից մեղ հասած կտորները հետևյալներն են. 1. գումարման, հանման աղյուսակներ, 2. բազմապատկման աղյուսակներ, 3. «Վեցհազարեակ», 4. «Յադագս հարցման և լուծման» խնդիրներ, 5. խախտման աղյուսակներ, Նախքան յուրաքանչյուր մասի բովանդակության շարադրմանն անցնելը կանգ առնենք հաստատում գործադրված թվարկության սխառմի վրա:

ԹՎԱՐԿՈՒԹՅՈՒՆ

Հայաստանում, Շիրակացու ապրած մասնականաշրջանում, նրանից առաջ և հետո, մինչև ներկա թվերի գործածությունը գոյություն է ունեցել, հույների օրինակով, թվարկության այնպիսի սխառմ, որն ընդունված է անվանել այբուբենական: Այբուբենական է կոչվում այն պատճառով, որ թվերը գրելու համար գործ էին ածում այբուբենի տառերը, պապանելով նրանց հերթականությունը, իհարկե, այբուբենական սխառմը չէ, որ գոյություն է ունեցել սկզբից ի վեր: Հունաստանում խոնական սխառմը (այբուբենական) գոյություն է ունեցել մեր թվականությունից 5—6 հարյուր, իսկ միջ այդ, դուզահեռ կերպով, մինչև մեր թվականության առաջին դարը գոյություն է ունեցել աստիկական թվարկությունը (Αστική нумерация): Թվարկության այս հնագույն սխառմում մեկը նշանակվել է մեկ գծով՝ |, երկուսը՝ երկու գծով՝ ||, այսպես մինչև չորսը: հինգի համար գոյություն է ունեցել առանձին նշան՝ Γ=5, 10-ի, 100-ի, 1000-ի և 10.000-ի համար գոյություն են ունեցել առանձին նշաններ:

$\Delta = 10$, $\text{H} = 100$, $\text{X} = 1000$, $\text{M} = 10.000$: Այս նշանները հունարեն լեզվով արտահայտված բառերի առաջին տառերն են. $\Gamma = 5$, $\Gamma' = 6$, $\Gamma'' = 7$, $\Gamma''' = 8$, $\Gamma'''' = 9$, $\overline{\Delta} = 50$, $\overline{\text{H}} = 500$, $\overline{\text{X}} = 5000$: այստեղ մենք առնում ենք կոմբինացված նշաններ:

$\Delta\Delta\Delta = 30$, $\overline{\Delta}\Delta = 60$, $\overline{\text{H}}\text{H}\text{H} = 800$:

¹ Մ. Ա. Օրբելի, Вопросы и решения, Петроград, 1918, էջ 10:

² Մ. Մ. Մеликсет-Бекоев, К истории точных наук в Арм. и Грузии, Тбилиси, 1930 г., էջ 224—232:

Դժվար չէ նկատել, որ թվարկության ատտիկական սխառմար սեղ հիշեցնում է թվարկության հոմեական սխառմար, այն աարբերության միայն, որ վերջինիս դեպքում կիրառվել է նաև հանման սկզբունքը. օրինակ՝ $IX - 10 = 1 = 9$, $IV - 5 = 1 = 4$, $Undeviginti$ լատիներենում նշանակում է 20-ից մեկ պակաս: Այս տարբերության մեջ արտահայտվում է հունական և հոմեական լեզուների աարբերությունը:

Եթե Հայաստանում, Հունաստանի օրինակով, գործ է ածվել այբուբենական սխառմար, որը Հունաստանում գոյություն է ունեցել մեր թվականությունից 5—6 դար առաջ, իսկ հայկական գրերի գյուտը սկիզբ է առնում Մեսրոպ Մաշտոցից (2-րդ դար), ապա հարց է ծագում, թե նախամեսրոպյան շրջանում հայերն ինչպիսի թվարկության սխառմ ունեին, ինչպես և ինչպիսի տառերով էին նշանակում թվերը: Այս խնդրի կապակցությամբ նորից դեմ ենք առնում հայ ժողովրդի կուլտուրայի և գրականության պատմության վիճելի հարցերից մեկին՝ նախամեսրոպյան գրի և գրականության գոյության հարցին: Անկասկած պիտի համարել, որ Հայաստանում նախամեսրոպյան շրջանում գոյություն է ունեցել գրականություն հայերեն լեզվով, այլապես հնարավոր չէ բացաարել, թե ինչպես հայկական տառերի գյուտից հետո, կարճ ժամանակամիջոցում, ստեղծվեց ռոթ, հղկված, մշակված գրարար լեզու: Մեր կարծիքով՝ անկասկած պետք է համարել նաև այն, որ Հայաստանում նախամեսրոպյան շրջանում գոյություն է ունեցել թվարկության որոշ սխառմ, հավանական է՝ այբուբենական, սակայն այս հարցը վերջնականապես լուծելու համար պակասում են նյութեր: Պետք է սպասել, որ նոր որոնումների միջոցով հեաազայում հնարավոր կլինի լուծել այս դժվարին և շատ կարեսր հարցը:

Անցնելով անմիջապես մեզ հետաքրքրող հարցին, պետք է նկատել, որ հայկական այբուբենի «ա» առոից մինչև «թ» առոր հանդիսացել են միավորներ, «ժ»-ից մինչև «ղ»՝ տասնավորներ, «ւ»-ից մինչև «ջ»՝ հարյուրավորներ, «ռ»-ից մինչև «ք»՝ հազարավորներ, ավելի պարզ կերպով տես ներքևում բերված չաղյուսակը:

Միավորներ	—	ւ	դ	դ	ւ	դ	ւ	ւ	թ
Տասնավորներ	ժ	բ	ւ	լւ	ծ	կ	հ	ձ	չ
Հարյուրավորներ	ւ	մ	յ	ն	—	ո	շ	—	ջ
Հազարավորներ	—	—	զ	—	ւ	ց	ւ	փ	ք

Ուովորական տառերը թվական առոերից տարբերելու համար վերջիններիս վրա քաշվում էր հորիզոնական գիծ, կամ տառի սկզբից և վերջից գրվում էր կես, օրինակ՝ ՎԽԳ կամ ՎԽԳ. 3043, ՏՇԿԷ կամ ՏՇԿԷ. 4567, Քրոշ ձեռագրերում գործ են ածվում հետևյալ նշանակումները. ԳՌ. 3000, փոխանակ անմիջապես գրելու Վ. կամ ԴՌԽԺ. 4900, փոխանակ ՏՁ. ինչպես երևում է, թվերը գրվել են աղիտիվ եղանակով՝ սկզբից մեծ, հետո փոքր թվերը: Ջերոյի համար առանձին նշան չկա և գրա անհրաժեշտու-

թյունը այս սխառմում, որը պողիցիոն չէ, չի գրացվում: Տասը հազարի համար հայերն ունեցել են հասուկ բառ՝ բրուր, այնպես, ինչպես հույները՝ բրիթադ: Եթե թվեր գրելու համար օգտագործել են այբուբենի տառերը՝ լրացուցիչ նշան մտցնելով: Այսպես, օրինակ՝ ա՛ = 10.000, այսինքն՝ մեկ բրուր, ժ՛ = 100.000, այսինքն՝ տասը բրուր:

Նման նշան մտցնելուց հետո մեր այբուբենի տառերը ստանում են հետևյալ նշանակությունները.

ա = 10.000	ժ՛ = 100.000	ճ՛ = 1.000.000	ո՛ = 10 ⁷
բ՛ = 20.000	Ի՛ = 200.000	մ՛ = 2.000.000	ս՛ = 2.10 ⁷
գ՛ = 30.000	լ՛ = 300.000	յ՛ = 3.000.000	վ՛ = 3.10 ⁷
դ՛ = 40.000	խ՛ = 400.000	ն՛ = 4.000.000	տ՛ = 4.10 ⁷
ե՛ = 50.000	ծ՛ = 500.000	շ՛ = 5.000.000	ր՛ = 5.10 ⁷
զ՛ = 60.000	կ՛ = 600.000	ո՛ = 6.000.000	ց՛ = 6.10 ⁷
է՛ = 70.000	հ՛ = 700.000	չ՛ = 7.000.000	ւ՛ = 7.10 ⁷
ը՛ = 80.000	ձ՛ = 800.000	պ՛ = 8.000.000	փ՛ = 8.10 ⁷
թ՛ = 90.000	ղ՛ = 900.000	զ՛ = 9.000.000	բ՛ = 9.10 ⁷

Օգտագործելով այբուբենի տառերը որպես թվեր և մտցնելով լրացուցիչ նշաններ, հայերը հնարավորություն են ունեցել գործ ունենալ բավականին խոշոր թվերի հետ: Հայաստանում գոյություն է ունեցել թվաբանության այբուբենական տասնորդական սխառմ, որը շատ հեռու է մեր ներկա թվաբանության տասնորդական պողիցիոն սխառմից:

Հայաստանում գործածվող կոտորակներն ունեին մեկը որպես համարիչ: Դրանք նշանակվում էին այսպես՝ դրվում է հայաարարը համապատասխան տառերով և ձախ կողմից՝ բրուր-ի նշան (՛) կամ երբեմն էլ՝ գիծ: Կեսը ուներ հասուկ նշան՝ Ը, օրինակ՝ ՛Ը = $\frac{1}{2}$, ՛ԻԴ = $\frac{1}{23}$,

...Գ. Ը ՛ժ ՛Խ ՛ձԸ = $3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} = 3\frac{7}{11}$, Շիրակացին իր հարցումներում

գործ է ածում նման կոտորակներ. սրա վրա մանրամասն կանդ կանոններ հարցումների մասին խոսելիս: Բացի մեկ համարիչ ունեցող կոտորակներից՝ Հայաստանում գործ են ածվել նաև 60-ական սխառմի կոտորակներ:

Մենք ասացինք, որ Հայաստանում, հույների օրինակով, գործադրվել է այբուբենական սխառմը, սակայն, նմանության հետ մեկտեղ, Հայաստանում այբուբենական սխառմն ունեցել է նաև էական տարբերություն: Հայկական 36 տառերի փոխարեն հույներն ունեին միայն 27 տառ. սա նշանակում է, որ հունական այբուբենի վերջին տառը նշանակել է 900:

Միավորներ	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
Տասնավորներ	ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ρ
Հարյուրավորներ	σ	ο		ϥ	φ	χ	ψ	ω	ϝ

* Տեխնիկական նկատառումներով ՚ նշանը փոխարինված է ՛ նշանով:

Հույները, առանց լրացուցիչ նշան մտցնելու, կարող էին գրել ամենաշատը 999, մինչդեռ հայկական այբուրենը հնարավորություն էր տալիս գրելու 9999: Հույները սպառնելով իրենց այբուրենի տառերը մինչև 999 թվի նշանակումը, մեկ հազարը նշանակում էին այսպես՝ գրում էին չ տառը և ձախ կոդում, ներքևից զնում լրացուցիչ նշան, $\chi = 1000$: Այսպես օգտագործելով այբուրենի տառերը, շարունակում էին մինչև 10.000: Տաս հազարի համար հույներն ունեին հատուկ բառ՝ «միրիադ»

$M = 10.000$, $M = 30.000$:

Մեկ համարիչ ունեցող կոտորակները նշանակելու համար նույնպես օգտագործվում էին այբուրենի տառերը, աջ կոդից, վերևում գրվում էր դիժ, այսպես, օրինակ՝ $\chi\gamma' = \frac{1}{23}$, $\lambda\epsilon' = \frac{1}{35}$: Համեմատելով մտցրած լրացուցիչ նշանները, պարզ կերպով երևում է նրանց էական տարբերությունը: Լրացուցիչ նշանի միջոցով հայկական այբուրենի վերջին տառը $\tau = 90.000.000 = 9 \cdot 10^7$, իսկ հույների այբուրենի վերջին տառը $M = 9000.000 = 9 \cdot 10^6$:

ԳՈՒՄԱՐՈՒՄ ԵՎ ՀԱՆՈՒՄ

Դումարման աղյուսակները սկսվում են հետևյալ ներածությամբ

Անանիայի Նիրակացոյ խոստումն արեւելքսացն և արեւմտ զլուխ: Պատճառ վարկանիմ, ով սիրողք իմաստութեան և որք իմոյս էք ցանկացեալք զիտութեան՝ արձանացուցանել ձեզ զջանս նախնեաց՝ դարուեստս համարողութեան՝ որ իբրև ի կենդանի ձայնէ ի բարի ուսուցչէ: Ուսուցանիջիք իմոցս զծագրեացս թէպէտ և կարճաբոս կարգեցի դսակաւս ի բազմաց, զի մի ձանձրոյթ ձեզ յաճախելն առնիցիմ. սուղ և հեշտաւրինեցի զնախնեաց գիրս, որպէսդի կարող լինիջիք յայսցանէ և զյոգունս իմանալ և զբովանդակն: Իւ արդ ոկսանիմ ի կրտսելադունէս և ի ծանծաղադունէս ասել զպրակս ժանկանցն և գանձմտագունից: Խոթխովարժումն զլուխ առաջին համարադութեան, որ կռչի ընդունելութիւնս:

Ներածությունից անմիջապես հետո սկսվում են դումարման աղյուսակները, որոնցից, որպես օրինակներ, ներքևում դետեղում ենք չորսը.

ա	ա	բ	$1+1=2$	ա	ա	ս	$1000+1000=2000$
ա	բ	դ	$1+2=3$	ա	ս	վ	$1000+2000=3000$
ա	դ	զ	$1+3=4$	ա	վ	տ	$1000+3000=4000$
ա	զ	ե	$1+4=5$	ա	տ	բ	$1000+4000=5000$
ա	ե	զ	$1+5=6$	ա	բ	դ	$1000+5000=6000$
ա	զ	է	$1+6=7$	ա	դ	ս	$1000+6000=7000$
ա	է	բ	$1+7=8$	ա	ս	վ	$1000+7000=8000$
ա	բ	թ	$1+8=9$	ա	վ	բ	$1000+8000=9000$
ա	թ	ժ	$1+9=10$	ա	բ	ա	$1000+9000=10000$
բ	բ	դ	$2+2=4$	ս	ս	տ	$2000+2000=4000$
բ	դ	ե	$2+3=5$	ս	վ	բ	$2000+3000=5000$
բ	դ	զ	$2+4=6$	ս	տ	դ	$2000+4000=6000$

¹ ՀՄՍԻ Միջնադարի Սովետական կից Մատենադարան, ձեռագիր № 1770, է. 385.

բ	ե	է	$2+5=7$	ս	ր	ւ	$2000+5000=7000$
բ	դ	ւ	$2+6=8$	ս	յ	փ	$2000+6000=8000$
բ	է	թ	$2+7=9$	ս	ւ	ք	$2000+7000=9000$
բ	ը	ժ	$2+8=10$	ս	փ	ա՛	$2000+8000=10000$
բ	թ	ժա	$2+9=11$	ս	ք	ա՛ո	$2000+9000=11000$

Հանման աղյուսակները սկսվում են հետևյալ ներածությամբ.

«Անանիայի Շիրակացույ խոստումն աշակերտացն է երկրորդ գլուխ: Զմտողսդ յարուեստս և յանձն տունողսդ աշակերտութեան, ընդարձակեցուցանեմ առաջիկայիս: Դերավարժումն: Ելուխ երկրորդ համարողութեան. որ կոչի բացդրութիւն»:¹

Ներածությունից անմիջապես հետո սկսվում են հանման աղյուսակները, որոնցից, որպես օրինակներ, ներքևում դետեղում ենք չորսը՝ հին և նոր նշանակումներով.

ս	ժ	թ	$10-1=9$	ժ	է	դ	$100-10=90$
ս	թ	ը	$9-1=8$	ժ	դ	ւ	$90-10=80$
ս	ը	է	$8-1=7$	ժ	ւ	է	$80-10=70$
ս	է	դ	$7-1=6$	ժ	է	կ	$70-10=60$
ս	դ	ւ	$6-1=5$	ժ	կ	ծ	$60-10=50$
ս	ւ	դ	$5-1=4$	ժ	ծ	խ	$50-10=40$
ս	դ	զ	$4-1=3$	ժ	խ	լ	$40-10=30$
ս	դ	բ	$3-1=2$	ժ	լ	ի	$30-10=20$
ս	բ	ս	$2-1=1$	ժ	ի	ժ	$20-10=10$

ն	զ	$1000-100=900$	ն	ս	ք	$10000-1000=9000$
ն	զ	$900-100=800$	ն	ք	փ	$9000-1000=8000$
ն	զ	$800-100=700$	ն	տ	ւ	$8000-1000=7000$
ն	է	$700-100=600$	ն	ւ	ց	$7000-1000=6000$
ն	ն	$600-100=500$	ն	ց	ր	$6000-1000=5000$
ն	ը	$500-100=400$	ն	ր	ս	$5000-1000=4000$
ն	յ	$400-100=300$	ն	տ	փ	$4000-1000=3000$
ն	յ	$300-100=200$	ն	փ	ա՛	$3000-1000=2000$
ն	ժ	$200-100=100$	ն	ա	ո	$2000-1000=1000$

Գումարման աղյուսակները բաղկացած են 4 խմբից՝ կազմված միավորների, տասնավորների, հարյուրավորների և հազարավորների համար: Յուրաքանչյուր խումբ բաղկացած է 9 աղյուսակից և պարունակում է 45 կոմբինացիա: Ընդհանուր կոմբինացիաների թիվը գումարման աղյուսակներում հավասար է 180-ի: Հանման աղյուսակների թիվը 36 է, յուրաքանչյուրը պարունակում է 9 կոմբինացիա, ընդամենը՝ 324 կոմբինացիա: Նախ և առաջ գումարման և հանման աղյուսակները ցույց են տալիս, որ Շիրակացու ժամանակ գումարման, հանման և հավասարման նշաններ չկային: + և - նշանները գործածության մեջ մտցվել են 15-րդ դարում.

¹ ՀՍԾԻ Մինիստրների Մովսեսին կից Մատենադարան. Հեռագիր № 1770, էջ 387.

² Մեր նշանակումներով նախ գրված է նվազելին, ապա հանելին, մինչդեռ հին հասարակածում գրվում էր նախ հանելին, ապա նվազելին.

խակ հավասարման նշանը՝ 16-րդ դարում: Հանման գործողությունից երևում է, որ այդ ժամանակ նախ դրվել է հանելին, հետո՝ նվազելին: Շատ հետաքրքրական է, որ մեր թվականությունից դարեր առաջ բաբելոնիք, ռիչա է, սեպագիր թվանշաններով, հանման գործողության ժամանակ հանելին գրում էին նույնպես նվազելուց առաջ: Գումարման և հանման աղյուսակներում գործածված թվերի սահմանը հասնում է մինչև 18.000: Աղյուսակները կազմված են շատ մտածված և որոշ օրինաչափությամբ: Աղյուսակներին նախորդող ներածությունների միջոցով մենք ոչ միայն իմանում ենք, թե որ խմբերի համար են դրված առաջադրությունները, այլև ծանոթանում ենք ժամանակ գործածվող տերմինոլոգիային — բնդուցելու, բյուց նշանակում է գումարում, իսկ բացդրություն՝ հանում:

Մաթեմատիկայի պատմության հնագույն նյութերից հայտնի էին 14-րդ դարից մեզ հասած Նիկոլայ Արտավազդի գումարման և հանման աղյուսակները: Մոսկվից ծանոթանալու և Շիրակացու աղյուսակների հետ համեմատելու նպատակով այդ աղյուսակներից բերում ենք օրինակներ՝

α ι θ	10—1—9	θ α γ	18.000—9000—9000
α ι γ	9—1—8	α ι γ	17.000—9000—8000
α γ ι	8—1—7	θ α ι	16.000—9000—7000
α ι *	7—1—6	θ α ι	15.000—9000—6000
α ι	6—1—5	θ α ι	14.000—9000—5000
α ι θ	5—1—4	θ α ι	13.000—9000—4000
α ι γ	4—1—3	θ α ι	12.000—9000—3000
α γ θ	3—1—2	θ α ι	11.000—9000—2000
α ι α	2—1—1	θ α ι	10.000—9000—1000

Այս աղյուսակները, որոնք կոչվում են հանման և գումարման աղյուսակներ, համեմատելով Շիրակացու հանման աղյուսակների հետ, տեսնում ենք, որ դրանք թե թվերի դասավորությամբ և թե անդամների թվով լրիվ համընկնում են: Թվերի կոմբինացիաները երկու դեպքում էլ հավասար են 324-ի: Նիկոլայ Արտավազդի մոտ գումարման առանձին սխեմա չկա, մինչդեռ Շիրակացու մոտ գոյություն ունի գումարման առանձին սխեմա: Կարևոր հանգամանք է, որ Շիրակացու մոտ գումարման աղյուսակներում թվերի կոմբինացիաները հավասար են ոչ թե 324-ի, այլ 180-ի: Այս հանգամանքն ապացույց է Շիրակացու այն խոսքերի, որ նա նախնյաց աշխատությունը համառոտել է և, որ կարևորն է, հեշտացրել է:

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄ

Բազմապատկման աղյուսակներն սկսվում են հետևյալ ներածությամբ: «Անցնիայի Շիրակունույ հրամանն աշակերտացն և երրորդ գլուխ: Ծանապարհ հորդակարդ ընդ թիւսդ ընթացարուք համարձակ ընդ որ ես ձեզ տարածանեմ իբրև գալիս յուրթս և ցածունս՝ առաջի դրոմոն նաւուց, որք ի դեղլոյն են անհոգացեալք. դի անդադար աշխատութեամբ դիւրմբոնելի լիցի»

¹ „Exposition abregee et tres claire de la sciens du calcul... par Nicolas Artavasde de Smyrne“. P. Tannery, Memoires scientifiques, հատ. IV. 1920, էջ 110.

² Մեր նշանակություններով նախ դրված է նվազելին, ապա հանելին, մինչդեռ Արտավազդի մոտ դրված է նախ հանելին, ապա նվազելին:

շահն: Երևարժուհի: Գլուխ: Երրորդ համարողութեան: որ կոչի բազմապատկիք:

Ներածութիւնից անմիջապէս շատ սկսվում են բազմապատկման աղյուսակները: որոնցից, որպէս օրինակներ, ներքևում դետեղում ենք մի քանիսը՝ հին և նոր նշանակութիւններով:

ա ա ա	$1 \times 1 = 1$	բ ա բ	$9000 \times 1 = 9000$
ա բ բ	$1 \times 2 = 2$	բ բ ա փ	$9000 \times 2 = 18.000$
ա գ գ	$1 \times 3 = 3$	բ գ բ շ	$9000 \times 3 = 27.000$
ա դ դ	$1 \times 4 = 4$	բ դ գ ց	$9000 \times 4 = 36.000$
ա ե ե	$1 \times 5 = 5$	բ ե դ ը	$9000 \times 5 = 45.000$
ա զ զ	$1 \times 6 = 6$	բ զ ե տ	$9000 \times 6 = 54.000$
ա լ լ	$1 \times 7 = 7$	բ լ զ վ	$9000 \times 7 = 63.000$
ա ը ը	$1 \times 8 = 8$	բ ը լ ս	$9000 \times 8 = 72.000$
ա թ թ	$1 \times 9 = 9$	բ թ ը ո	$9000 \times 9 = 81.000$
ա ո ո	$1 \times 1000 = 1000$	բ ո ջ	$9000 \times 1000 = 9.10^6$
ա ս ս	$1 \times 2000 = 2000$	բ ս ո պ	$9000 \times 2000 = 18.10^6$
ա վ վ	$1 \times 3000 = 3000$	բ վ ո չ	$9000 \times 3000 = 27.10^6$
ա տ տ	$1 \times 4000 = 4000$	բ տ վ ո	$9000 \times 4000 = 36.10^6$
ա ը ը	$1 \times 5000 = 5000$	բ ը տ շ	$9000 \times 5000 = 45.10^6$
ա ց ց	$1 \times 6000 = 6000$	բ ց ը ն	$9000 \times 6000 = 54.10^6$
ա լ լ	$1 \times 7000 = 7000$	բ լ ց յ	$9000 \times 7000 = 63.10^6$
ա փ փ	$1 \times 8000 = 8000$	բ փ լ մ	$9000 \times 8000 = 72.10^6$
ա ք ք	$1 \times 9000 = 9000$	բ ք փ ճ	$9000 \times 9000 = 81.10^6$
ս ա ա	$1 \times 10000 = 10000$	բ ա ք	$9000 \times 10.000 = 9.10^7$

Բազմապատկման աղյուսակները բաղկացած են 36 խմբից, յուրաքանչյուր խմբում չորս աղյուսակ. երեք աղյուսակում դետեղված է 9-ական արտադրյալ, իսկ չորրորդում՝ 10 արտադրյալ: Այսպիսով յուրաքանչյուր խմբում 37 արտադրյալ, իսկ ընդամենը 1332 արտադրյալ:

Նիկողայ Արաավազի բազմապատկման աղյուսակներին մոտիկից ծանոթանալու և Շիրակացու աղյուսակների շտ համեմատելու նպատակով մեզ ենք սերում այդ աղյուսակներից օրինակներ:

α α α	$1 \times 1 = 1$	: : ρ	$10 \times 10 = 100$
α β β	$1 \times 2 = 2$	: α σ	$10 \times 20 = 200$
α γ γ	$1 \times 3 = 3$	: λ τ	$10 \times 30 = 300$
α δ δ	$1 \times 4 = 4$	: μ υ	$10 \times 40 = 400$
α ε ε	$1 \times 5 = 5$	: ν ϕ	$10 \times 50 = 500$
α ζ ζ	$1 \times 6 = 6$	: ξ χ	$10 \times 60 = 600$
α η η	$1 \times 7 = 7$	: θ ψ	$10 \times 70 = 700$
α ι ι	$1 \times 8 = 8$	: π ω	$10 \times 80 = 800$
α θ θ	$1 \times 9 = 9$	: υ	$10 \times 90 = 900$

¹ ՀՍՍՌ Միներալների Սովետին կից Չեռոգրատուն, ձեռագիր № 1770, էջ 368 ք.

² „Exposition abrégée et très claire de les ciens du calcul... par Nicolas Artavasde pe Smyrne“. P. Tannery, Memoires scientifiques, t. IV. 1920, էջ 110—112:
Տեղեկագիր 11—12—3

թ թ ռ	$100 \times 100 = 10000$	Ա	ա ռ թ	$1000 \times 1000 = 10^6$
թ ց թ	$100 \times 200 = 20000$		ա թ ց	$1000 \times 2000 = 2 \cdot 10^6$
թ ռ չ	$100 \times 300 = 30000$		ա չ ռ	$1000 \times 3000 = 3 \cdot 10^6$
թ ց ց	$100 \times 400 = 40000$		ա ց ց	$1000 \times 4000 = 4 \cdot 10^6$
թ թ թ	$100 \times 500 = 50000$		ա թ չ	$1000 \times 5000 = 5 \cdot 10^6$
թ չ ց	$100 \times 600 = 60000$		ա ռ չ	$1000 \times 6000 = 6 \cdot 10^6$
թ ց ռ	$100 \times 700 = 70000$		ա չ թ	$1000 \times 7000 = 7 \cdot 10^6$
թ ռ չ	$100 \times 800 = 80000$		ա ց ռ	$1000 \times 8000 = 8 \cdot 10^6$
թ թ թ	$100 \times 900 = 90000$		ա թ թ	$1000 \times 9000 = 9 \cdot 10^6$
			ա ա ա	$1000 \times 10000 = 10^7$

Առաջին խմբում ա-ն կոմբինացված է 37 թվերի հետ՝ ա-ից մինչև ա-ի 37-ն՝ 37 թվերի հետ, սկսած թ-ից, չ-ն՝ 35 թվերի հետ, սկսած չ-ից, և այլն։ Առաջին խմբում ունենք ընդամենը 297 արտադրյալ։ Նույն օրինակափությամբ երկրորդ խմբում ունենք 216, երրորդ խմբում՝ 135 և, վերջապես, չորրորդ խմբում՝ 55 արտադրյալ, ընդամենը 703։

Շիրակացու բազմապատկման աղյուսակները համեմատելով Նիկոլայ Արտավազդի աղյուսակների հետ, պարզ կերպով տեսնում ենք, որ երկուսն էլ նույն եղանակով կազմված աղյուսակներ են, միայն այն տարբերությամբ, որ Արտավազդի մոտ բազմապատկման աղյուսակները համառոտված են։

Շիրակացու բազմապատկման աղյուսակներում վերջին արտադրյալը հավասար է $9 \cdot 10^6$ ։ Եվան թվերի դորժածությունը դպրոցական պրակտիկայում, այն էլ ցածր դասարաններում, ցույց է տալիս, թե ինչ աստիճանի վրա է գտնվելիս եզել թվարանությունը Հայաստանում 7-րդ դարում։

Եթե մեր օրերում յուրաքանչյուր դպրոցական, իմանալով սովորական բազմապատկման աղյուսակը, հնարավորություն ունի բազմապատկել բազմանիշ թվեր, ապա այդպես չի եզել դրությունը հին Հայաստանում։ Հայերը 7-րդ դարում բազմապատկման ժամանակ մասնակի արտադրյալը չէին բաժանում երկու մասի, որոնցից մեկը պետք է գրել, իսկ մյուսը պահել հիշողության մեջ, այլ միանգամից դրում էին արդյունքը։ Գումարումը տեղի էր ունենում հետո։ Այս հանգամանքը պայմանավորվում է թվարկության այբուբենական ոչ-պոզիցիոն տասնորդական սխեմայի դժվարություններով։ Բացի բազմապատկման աղյուսակից, Ներսիսյան մինչև $9 \times 9 = 81$, նրանք պետք է իմանային և ուրիշ շատ արտադրյալներ՝ $10 \times 10 = 100$, $10 \times 100 = 1000$ և այլն։ Ահա դրանով է պայմանավորված բազմապատկման այն աղյուսակների առկայությունը Շիրակացու մոտ, որոնք կազմված են աշակերտների համար։ Այս բոլորի ճշտությունը հաստատվում է պրոֆ. Վիդոգուկու կողմից մեկնաբան Եվտոկուց բերված երկու օրինակով¹։ Ներկայիս մեր նշանակումներով այդ օրինակները ներկայացնում են հետևյալ տեսքը։

¹ М. Я. Виноцкий, Арифметика и алгебра в древнем мире, М.-Л. 1941 г., 42 195.

1560			1351			
1560			1351			
100.0000	50.00000	6.0000	100.0000	30.00000	5.0000	1000
50.0000	25.0000	3.0000	30.0000	9.0000	1.0000	5200
	6.0000	33.600		5.0000	1.0000	5000 2550
						1351

Ընդամենը 243.3600 .

Ընդամենը 182.5201

Հավանական է, որ Հայաստանում թվերի բաղադրատեսակները կառուցվել է նման սխեմայով: Բացի վերևում նշված բաղադրատեսակն աղյուսակներից, № 1267 ձեռագրում մեղ է հասել մեկ ամբողջական քառակուսի թվով կազմված բաղադրատեսակն աղյուսակ՝ այնպես, ինչպես Պյութագորոսի անունը կրող աղյուսակը, այն տարբերությամբ միայն, որ վերջինիս մեջ ամենամեծ արտադրյալը հավասար է 81.000.000, և ոչ թե 81, ինչպես Պյութագորոսի աղյուսակում: Հիմք կա ենթադրելու, որ այս աղյուսակը նույնպես պատկանում է Անանիա Շիրակացուն:

Այս աշխատության կապակցությամբ մեր ուսումնասիրությունների ընթացքում պարզվեց, որ № 1973 ձեռագրում մեղ է հասել չորս բաղադրատեսակն աղյուսակ, որտեղ ընական շարքի թվերը բաղադրատեսակում են 1-ով, 11-ով, 4-ով և 16-ով: Այս աղյուսակները ցույց են տալիս, որ Շիրակացին, բացի վերևում բերված օժանդակ, բաղադրատեսակն աղյուսակներից, կազմել է բաղադրատեսակն աղյուսակներ ընդհանուր դեպքի համար:

Ուսելով բաղադրատեսակն աղյուսակների մասին, Մ. Բակ. Վիդոգսկին գրում է. «Մեծ թվով նմանօրինակ աղյուսակներ մենք գտնում ենք Նիկոլայ Արտավազդի «Համարողական դիտությունների համառոտ շարադրանք»-ում: Այդ երկը վերաբերում է բյուզանդական ուշ դարաշրջանին (մեր թ. 12-րդ դար)»,¹ բայց հենց այն հանգամանքը, որ հեղինակն այդ գյուտը վերագրում է Պալամեդին՝ Տրոյայի պատերազմի առաջնական հերոսին, վկայում է այն մասին, որ այդ աղյուսակները գործածվելիս են եղել անհիշելի ժամանակներից:

Այսպիսով կարելի է եզրակացնել, որ մեղ հասած բաղադրատեսակն ամբողջական աղյուսակներից Շիրակացու բաղադրատեսակն աղյուսակները յոթ դարով ավելի հին են, քան մաթեմատիկայի պատմության մեջ մինչև այժմ հայտնի նման աղյուսակները:

Վեցիսգուրեակյա կամ հսկադարա մեծությունների ապյուսակ

Շիրակացու «Վեցհազարեակ»-ը հին ու նոր նշանակությունների հետևյալ տեսքը

¹ Վիդոգսկուց բերված այս ցիտատում «12-րդ դար» վերաբերում է, պետք է ընդհանուր դարձ, քանի որ Վիդոգսկին իր նույն աշխատության մեջ, էջ 170, միայն կապակցությամբ հիշելով Ն. Արտավազդի անունը, ողջակի գրում է, որ նա ապրել է մեր թվականության 14-րդ դարում:

² М. Я. Винограду. Арифметика и алгебра в древнем мире. М.-Л. 1941, էջ 196:

³ ՀՍՍՌ Մինիստրների Սովետին կից Զեռագրատուն, ձեռագիր № 4066, էջ 8-9:

ա	ց	ց	1	6000	6000
բ	վ	ց	2	3000	6000
գ	ս	ց	3	2000	6000
դ	ն	ց	4	1500	6000
ե	ո	ց	5	1200	6000
զ	ր	ց	6	1000	6000
է	պ	է	7	857	6000
ը	չ	ց	8	750	6000
թ	հ	ց	9	667	6000
ժ	ն	ց	10	600	6000

Այսպիսով մեք բավականացանք միմիայն առաջին տասը տողով։
Նման եղանակով աղյուսակը շարունակվում է մինչև հարյուրական ալֆաբետի վերջին տառը (ք 9000)։

Ինչպես երևում է, աղյուսակը կազմված է այնպես, որ յուրուրդեղ-քերում արաադրյալու հավասար է 6000-ի կամ գրեթե 6000-ի, Բազմապատկելին սկսվելով 1-ից, հասնում է մինչև 9000 ի, կարելի է ասել՝ Շիրակացու աղյուսակը, որ հայ մասենադրության մեջ հայտնի է որպես «Վեցհազարեակ», հանդիսանում է հակադարձ մեծության մի աղյուսակ, կազմված 6000 թվի համար, որպիսի աղյուսակներ վաթսուական սխտեմով գոյություն ունեն Բարելունում։

«Վեցհազարեակ»-ի փաստը 7-րդ դարում՝ ցույց է տալիս, որ դրանից առաջ հայերի և սրանց նախնիների՝ ուրարտացիների մոտ գործադրության մեջ պետք է եղած լինեին վաթսուական սխտեմով կազմված հակադարձ մեծությունների աղյուսակները, հակադարձ մեծությունների աղյուսակները, որպես ժամանակ աղյուսակներ, հնարավորություն են տվել կատարելու բաժանման գործողությունը։

Բացի «Վեցհազարեակ»-ից, № 1973 ձեռագրում պահված թվաբանական աղյուսակների ուսումնասիրությունը մեզ բերում է այն եզրակացություն, որ Շիրակացին կամ նրա հաջորդները, «Վեցհազարեակ»-ի օրինակով, բայց մի քիչ փոփոխված՝ կազմել են բաժանման աղյուսակներ հինգ հազարի, չորս հազարի, երեք հազարի և այլ թվերի համար։

Բերենք այդ աղյուսակներից երկուսը։¹

ա	ր	ր	1	5000	5000	ա	տ	տ	1	40000	4000
բ	ս	չ	2	2500		բ	ս		2		2000
գ	ռ	կ	3	1666		գ	ոյ	կ	3		1333
դ	ո	մ	4	1250		դ	ն		4		1000
ե	ն		5	1000		ե	չ	խ	5		740
զ	պ	խ	6	840		զ	ն	հ	6		670
է	չ	է	7	717		է	չ	հ	7		570
ը	ո	ի	8	627		ը	չ		8		500
թ	չ	ձ	9	580		թ	ն	խ	9		440
ժ	չ		10	500		ժ	ն		10		400
ի	մ	ձ	20	250		ժ	ա	—	11		—
						ժ	բ	յ	12		305
						ի	մ		20		200

¹ Ձեռագիր № 1973, էջ 168.

Բերված աղյուսակները ցույց են տալիս, որ հակադարձ մեծությունների աղյուսակները ժամանակի ընթացքում ենթարկվելով որոշ փոփոխության, սկսել են կատարել բաժանման աղյուսակի դերը:

Շիրակացու «Վեցհազարեակն»-ին նախորդում են երկու շարք աղյուսակներ, որոնք ունեն «դարք» և «կոճարք» վերնագրերը.¹ դարձ նշանակում է՝ դույզ, իսկ կոճար՝ կենտ: Մեր նշանակումներով այդ աղյուսակները ներկայացնում են հետևյալ պատկերը.

2	4	6	8	1	3	5	7	9
2.10	4.10	6.10	8.10	1.10	3.10	5.10	7.10	9.10
2.10 ¹	4.10 ¹	6.10 ¹	8.10 ¹	1.10 ¹	3.10 ¹	5.10 ¹	7.10 ¹	9.10 ¹

.....

2.10¹⁰ 4.10¹⁰ 6.10¹⁰ 8.10¹⁰ 1.10¹⁰ 3.10¹⁰ 5.10¹⁰ 7.10¹⁰ 9.10¹⁰

Ինչպես պարզ կերպով երևում է աղյուսակներից, 2, 4, 6, 8 դույզ թվերի և 1, 3, 5, 7, 9 կենտ թվերի միջոցով կազմված են այնպիսի շարքեր, ուր մի ուղղությամբ ստացվում է թվաբանական առաջատվություն, իսկ մյուս ուղղությամբ՝ երկրաչափական առաջատվություն:

Հ Ա Ր Ց Ո Ւ Մ Ն Ե Ր

Շիրակացու թվարանության այն մասը, որ կոչվում է «Յազազս հարցման և լուծման», պարունակում է 24 թվաբանական խնդիրներ՝ իրենց պատասխաններով: Հիմնականում խնդիրները միատեսակ են, պարզ և հետաքրքիր, նյութը վերցված է ժամանակի դեպքերից և կենցաղային պայմաններից, գործողության վայրը հանդիսանում է Շիրակացու հայրենիքը՝ Շիրակը, խնդիրների մեջ արտացոլվել է Շիրակացու ջերմ հայրենասիրությունը. խնդիրների մեջ գործ են ածված մեկ համարիչ ունեցող կոտորակներ. մեզ չի հասել ոչ մի խնդրի լուծումը, որը հնարավորություն կտար հեշտությամբ ծանոթանալու այդ ժամանակ գործածվող խնդիրների լուծման մեթոդներին:

Դ. Տեր-Մկրտչյանը, որի անունը մի անգամ արդեն հիշատակել ենք նրա կողմից Շիրակացու խնդրագիրքը հրատարակվելու կապակցությամբ, իր ուսումնասիրության մեջ դրսւմ է. «Ի՞նչ հարցման լուծումը մեծ դժվարություն պատճառեց ինձ յուր առեղծվածական ձեռքը: Թվերի (տառերի) երկար և խառն շարքը (տես Ա.-ի և Բ.-ի ընթերցվածները լուծման մեջ) մնում էր ինձ համար անվերժանելի իրրև մի ծածկագրություն: Հարկ եղավ մանրակրկիտ խուզարկություն այդ առեղծվածը լուծելու համար: Լուծման բանալին ինձ տվեց .ԺԹ. հարցումը յուր լուծումով: Այս խնդրի պատասխանը սովորական թվերով պետք է լինեն՝ 21 ամբողջ և յոթն ութերորդական ($\frac{7}{18}$), .ԺԹ. լուծումը քը այս պատասխանի փոխանակ տալիս էր .Իա. C (կամ 0) 'դ 'ը, ուրեմն և այս լուծման վերջին մասը՝ C, դ 'ը = 'լ,»

¹ Ձեռագիր № 4086, էջ 8.

Անհրաժեշտ է ենթադրել, որ մի կոտորակի փոխանակ ունինք հրեքը, որոնց գումարը պետք է հավասար լինի յոթն ութերորդականի ($\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$), ե հի-րավի, դ նշանը համարելով մի յառորդ, ը նշանը մի ութերորդ և Ե նշանը՝ կես, կստանանք ուղիղ պատասխանը ($\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$)։ Այստեղ դիտելու մեղում է դեռ մի ամենակարևոր կետ։ Ընչձև համար մի կոտորակի փոխանակ երեքը։ Անհրաժեշտ էր դառնում ենթադրել, որ Անանիայի ժա-մանակ չէին ըմբռնում և չէին կարող գրել այնպիսի, եթե կարելի է այս-պես ասել, բարդ կոտորակ, որի համարիչը միկից ավելի է, պետք է ան-պատճառ կոտորակն ունենար միավոր համարիչ։

Չնայած նրան, որ Գ. Տ. Մկրտչյանը ծանոթ չէ եզրպական թվաբա-նության, այնուամենայնիվ նրա «մանրակրկիտ խուզարկությունները» բերում են հիմնականում ճիշտ հզրակացության։

Ինչպես մատնանշել էինք, մեկ համարիչ ունեցող կոտորակները հույ-ների մոտ, ինչպես նաև Հայաստանում, ցույց են տալիս նրանց հզրպական ծագումը, եթե հզրպացիների թվական նշանակումները իրենց բնույթով մոտիկ են եղել մեր նշանակումներին, ապա հաշվելու տեխնիկան հղել է միանգամայն տարրեր։

Թվերի բազմապատկումը կատարվում էր յուրաքանչյուր հզանակով, զրա հիմքում ընկած էր կրկնապատկման գործողությունը, որը կատարում է վահական գեր։ Ենթադրենք անհրաժեշտ է 109 բազմապատկել 23-ով, կազմենք աղյուսակ.

1	109	Ինչպես երևում է աղյուսակից, ձախ սյունակում թվերի
2	218	կրկնապատկումը շարունակվում է այնքան, որպեսզի ստաց-
3	436	վի ամենամեծ բազմապատկիչը, բայց սովորական 23-ից
4	872	փոքր, դա հանդիսանում է 16-ը, նույն չափի թվերից
5	109	այնքան պիտի ավելացվի, որպեսզի գումարը ստացվի 23.

վերջական արդյունքը կստանանք, եթե 2-րդ սյունակի բոլոր այն թվերը, որոնք գրված են առաջին սյունակի նշան արած թվերի կողքիս, գումա-րենք, այսինքն՝ 207։ Բաժանումը կատարվում է նույն եղանակով, եթե պահանջվում է 2507-ը բաժանել 109-ի վրա, պետք է կազմել աղյուսակ, Այս աղյուսակը շարունակվում է այնքան ժամանակ, մինչև հաջորդ կրկնա-պատկումը տալիս է մեծ թիվ, քան 2507-ը, 2507 թվի հետ 2-րդ սյունա-կում կատարում ենք նույն գործողությունը, ինչպիսի գործողությունը կա-տարում էինք 23-ի հետ առաջին սյունակում, եթե բաժանումը կատար-վում է առանց մնացորդի, ինչպես մեր օրինակում, պատասխանը կլինի 23, իսկ եթե անմնացորդ կերպով չի բաժանվում, բնորոշությունը նույն եղա-նակով կաա ամբողջ մասը՝ մնացորդով։

Ըստ կոտորակի մեր ներկա հասկացողության՝ դժվար չէ գրել պատաս-խանը, այն է՝ մնացորդը գրել որպես կոտորակի համարիչ, իսկ բաժանա-բարը որպես հայտարար։

Պրոֆ. Վիգորսկին այս հարցի մասին գրում է.

«Եզրպացիները, ըստ երևույթին, չգիտին ոչ «սիստեմատիկ» (օրի-նակ՝ տասնորդական) և ոչ էլ «սովորական» կոտորակներ։ Համենայն դեպս, հին հզրպական աղբյուրներում մենք չենք գտնում այդ կազմություններ»

1 Յեւ Ֆ. Տեր-Մկրտչյանի հոդվածը «Արարատ» ամսագրում, 1898 թ., էջ 206.

րի որևէ հետք։ Սակայն այդ չի նշանակում, թե ելիպտացիները չէին կարող ասել, որ այս-ինչ մեծությունը կազմվում է որինակ, մյուս մեծության տասերորդ մասը յոթ անգամ կրկնելով։ Եւ այդ այսպիսի հավաստումը ելիպտական համարողի հայեցակետից դեռես չէր հանդիսանում մի թվի «կանոնական» պատկերում որպես միավոր ընդունված մի ուրիշ թվի մասերով։ Այլ կերպ ասած՝ եթե այս կամ այն եղանակով գտնվում էր երկու մեծությունների միջև վերը նշված հարաբերակցությունը, ապա դա ելիպտացու աչքում դեռես չէր տալիս թվի վերջնական արտահայտությունը։ Ընդհանուր առմամբ, ինչպես մեզնից մեկն ու մեկը գտնենք, որ մի որևէ մեծություն հավասար է մի երրորդ մեծության կեսի ու մեկ երրորդի դուստրին, ապա նա կպատկերացնենք «թիվը», այսինքն՝ որոնելի թվի կանոնական պատկերացմամբ, որ արտահայտում է, թե այդ մեծությունը հավասար է միավորի վեցերորդ մասին՝ վերցրած հինգ անգամ։ Ուշագրավ է, որ ելիպտական համարողի համար տվյալ դեպքում բանն ուղղակի հակադիր ձևով էր։ Ետնելով, որ այս-ինչ մեծությունը կազմում է միավորի մասը, այստեղից նա գտնում էր նրա թվական արտահայտությունը, այն իմաստով, որ այդ մեծությունը պատկերվում էր որպես միավորի կեսի ու մեկ երրորդի գումարը։

Այսպիսով՝ միանգամայն պարզվում է, թե ինչու առաջ կոտորակները որպես համարիչ ունեցել են մեկ, և մի օրոշ մեծություն արտահայտվել է մի քանի կոտորակների միջոցով, որոնց համարիչը եղել է մեկ։

Այժմ անցնենք հաշվելու եղանակին։ Վերցնենք մի օրինակ ամբողջ թվերի բաժանման դեպքում։ Թող դա լինի 37:16-ի։ Ինչպես գիտենք, արդյունքի ամբողջ մասը ստացվում է կրկնապատկման միջոցով, կոտորակային մասը, ինչպես պարզվեց վերևում, պետք է արտահայտվի կանոնական ձևով, այսինքն՝ դրվի մի քանի հիմնական կոտորակների միջոցով։ Այդ նպատակին հասնելու համար գործադրվում է կրկնապատկման հակառակ գործողությունը, այսինքն՝ կես, նայած գրված խնդրին՝ երրորդ, հինգերորդ և այլ մասեր։

Կրկնապատկումը կատարվում է մեկ անգամ, հետո հերթական կերպով բաժանվում է երկուսի, մինչև հասնում ենք մեկի։ Ամբողջ մասը հավասար է երկուսի։ 37-ը ստանալու համար պետք է վերցնել նաև 5 միավոր, որը հավասար է $4+1$, համապատասխան կերպով նշաններ անելով ստանում ենք վերջնական պատասխանը $2\frac{5}{16} = (2 + \frac{5}{16})$ ։ Վերցնենք մի այլ օրինակ, 180:250, կտրվենք աղյուսակը նշանակում է՝ $180:250 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ ։ Սակայն միշտ հնարավոր չէ, որ մեր աղյուսակների մեջ աջ մասում ստացվեն ամբողջ թվեր։ Ինչհանուր կերպով խնդիրը լուծելը եղել է բավականին դժվար գործ, սրա համար էլ գործնականում կիրառության մեջ են գրվել նախորդ կազմված սժանգակ աղյուսակներ, որտեղ գիտեղված են եղել պատրաստի արդյունքները։ Այդպիսի աղյուսակ հանդիսացել է 2:8-ի վրա, որտեղ կենտ թիվ է 3-ից մինչև 101։

Այժմ տեսնենք, թե ինչպիսի կարելի է $\frac{1}{10}$ լրացնել մինչև

1 М. Я. Виноградский. Арифметика и алгебра в древнем мире, М.-Л., 1911, № 186.

մեկ՝ Որպեսզի պարզ լինի հաշվելու պրոցեսը, ֆորմալ կերպով անալոգիա կատարենք մեր ներկայիս տեխնիկայի հետ։

Այդ գործողությունը կատարելու համար մենք կվարձենք հետևյալ կերպ. $1, 1, 6, 1, 10$ կրեքենք ընդհանուր հայտարարի, որ կլինի 40, լրացուցիչ գործակիցները կլինեն 10, 5 և 4։ Ընդհանուր դումարը՝ $10/40$, լրացումը մինչև մեկ կլինի $30/40$ ։ Եզրպտական տեխնիկայում հաշվումը կատարվում էր այսպես. $\frac{4}{8} = \frac{5}{10}$, որպես ընդհանուր հայտարարը վերցվում էր 10-ը. պարզ է, որ լրացուցիչ գործակիցները չեն լինի ամբողջ թվեր, այլ 22 14 1։ Այս գործակիցները դրելով հիմնական կոտորակների տակ, կստանանք հետևյալ դասավորությունը.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{22} \quad \frac{8}{14} \quad \frac{10}{1} \end{array}$$

Անհրաժեշտ է նկատել, որ եզրպտական սլապիրուսում երկրորդ շարքի թվերը գրվում էին կարմիր թանաքով։ Դումարելով երկրորդ շարքի թվերը, կստանանք 4 2 4, հանելով 10-ից, կստանանք 5 4։ Այժմ անցնելով նախկին չափին, 5 4:10 — 2 40, ինչպես երևում է հետևյալ աղյուսակից.

$$\begin{array}{r} 1, \quad 10 \\ \frac{2}{5} \\ 10 \quad 1 \\ \frac{20}{2} \\ 40 \quad 4 \end{array}$$

Եթե հայաստանում 7-րդ դարում այլ մեթոդների հեռ միասին գործադրվել է խնդիրների լուծման եզրպտական մեթոդը, ապա վերևում տրված բացատրությունը ննարավորություն կտա լուծելու Շիրակացու խնդիրները։

Շիրակացու խնդիրներն իրենց բովանդակության տեսակետից շատ հետաքրքրական են. հարցերը մշակված, ձևակերպված և շարադրված են հասակ լեզվով՝ համապատասխան մաթեմատիկական տերմինոլոգիայով։ Այդ խնդիրները կարելի է լուծել մեր դպրոցներում որպես պատմական խնդիրներ։

Խնդիրները լուծելու համար անհրաժեշտ էր, որպեսզի Շիրակացու աշակերտները յուրացրած լինեին զգալի չափով մաթեմատիկական գիտելիքներ, հատկապես մեկ հաժարիչ ունեցող կոտորակների հետ թվաբանական գործողությունների կատարումը։ Վերջին հանգամանքը ցույց է տալիս, որ հարցումներին նախորդել է թվաբանության դասագրքի մի այլ մաս, որը, սակայն, մեզ չի հասել։

Խ Ր Լ Լ Ո Ճ Լ Ե Լ Կ Լ Ե Լ Ե Ն Դ Ի Ր Ն Ե Ի

Թվաբանության այս մասը, որտեղ գեաեղված է 6 խնդիր, ունի հետևյալ վերնադիրը. «Գրեմ ձեզ ի խրախճանականս, յորժամ ի կերակուրս եյրսպելիս գուարճանայր և կամիք խաւել բանս գուարճացուցիչս և ծիծաղականս»։

Բերենք երկու խնդիր.

«Խրախնամակամ երկրորդ՝ Ասասջիր ցրնկերն թո՛ւ եթէ երբեմն ի խրախութեան մերում ետես պարսիկ մի պարագայիկ. զդաս մի պարագայից յոյն. աղագակեաց առ նոսա ասելով. «Տայր թո ինձ գձեղ. և ձեր չափ այլ, և ի ձեր կիսոյ չափ այլ, և չորեորիդ չափ. և ես ի ձեզ և մեր հարեւր լինէալք»։ Արդ զիտես եթէ յոյն պարագայիկն քանի լեալ են. եթէ ի զիտնոյ ուր լինի ընկերն թո՛ւ արագ իմանայ եթէ .էջ. հն. Ապա եթէ յախմարաց ուր իցէ՝ զեզերումն նորա և անդիտութիւն ոչնչիդ քեզ ուրախութիւն լինի»։

«Խրախնամակամ երկրորդ՝ Ասասջիր ցրնկերն թո՛ւ եթէ հոն մի հարածութիւն արար ինձ .ո. ամ և աւրն հարեւր ձու ուտէր. Արդ զիտես՝ թէ ընդամենն թանի՝ լիալ է. եթէ թուող ուր է ընկերն թո՛ւ երագ կարէ զիտել. եթէ .ՅԿԵ. թիւր է ձուն. զոր կերեալ էր. ապա եթէ տգէտ ուր իցէ՝ նորա զեզերումն թուովն զքեզ ուրախ առնէ»։

Նման տիպի «խրախճանական» խնդիրների մենք հանդիպում ենք տարբեր դարաշրջաններում. տարբեր ազգերի մոտ. նման խնդիրները, առանց ձանձրույթ պատճառելու. դարկ են տալիս մարդկանց մաթեմատիկական գիտելիքներին։

Անհրաժեշտ է նշել, որ վերևում բերված երկրորդ «խրախճանական» խնդիրը, որոշ փոփոխությամբ, տարածված է Հայաստանի տարբեր շրջաններում. նման խնդիրների միջոցով մեր պապերը փորձում էին և այժմ էլ ծերունիները փորձում են սկսնակ երիտասարդների մաթեմատիկական ընդունակությունները։ Անհրաժեշտ է նշել, որ խնդիրներից մի քանիսի տեքստերը՝ հետագա դրիչների կողմից, չհասկանալու պատճառով, աղավաղվել են. այդ խնդիրների ճիշտ տեքստերը անհրաժեշտ է վերականգնել և նորից հրատարակել։

Ե Զ Բ Ա Կ Ա Յ Ո Ի Թ Յ Ո Ի Ն

1. Մաթեմատիկայի պատմության մինչև այժմ հայանի դարձած նյութերը ակնհայտ կերպով ցույց են տալիս, որ Անանիա Շիրակացուց մեզ հասած գումարման, հանման և բազմապատկման աղյուսակները հանդիսանում են ամենահինը։ Մաթեմատիկայի պատմության մեջ նման կարգի ամենահին աղյուսակները համարվում էին Նիկոլայ Արամվազդի աղյուսակները մեր թվականության 14-րդ դարից. Շիրակացու աղյուսակները 7 դարով ավելի հին են. թան Նիկոլայ Արամվազդի աղյուսակները։

2. Շիրակացու «Վեցհաղարեակր» իրենից ներկայացնում է բարելավանի օրինակով կազմված հակադարձ մեծությունների աղյուսակ՝ 6000 թվի համար. Մեզ հասած հակադարձ մեծությունների աղյուսակները 6000, 5000 և 4000 թվերի համար՝ միաժամանակ ցույց են տալիս վաթսուհանյան սխսեմով կազմված հակադարձ մեծությունների աղյուսակների կիրառումը Հայաստանում հին դարերում։

3. Մեզ հասած թվարանական աղյուսակները, որտեղ թվերի կիրառումը հասնում է մինչև 9.10⁷, թվարանական և երկրաչափական առաջատվությունները, որտեղ թվերի կիրառումը հասնում է մինչև 9.10¹⁰, խընդրապիրքը, պատմական ճարտարապետական խոշոր հուշարձանների հետ մեկ-

անդ, ակնայտ կերպով ցույց են տալիս, որ Հայաստանում հաշվողական արվեստը կանգնած է հզել իր կոչման բարձրության վրա:

4. 7-րդ դարում Արեւելքում մաթեմատիկական գիտության բացակայության պայմաններում, այն պահին, երբ Աթենքի դպրոցը իր տխուր վախճանն է ունենում Թ-րդ դարի վերջերին, իսկ Բյուզանդական մաթեմատիկական դպրոցը միմիայն հիմնվում է 8-րդ դարից, երբ վաղեմի հունական մաթեմատիկական գիտության շենքի մոխիրների մեջ առանձին պատասիկներ էին մնացել, Անանիա Շիրակացին հույն մաթեմատիկոս Տյուքիդեսի մոտ ստանալով ժամանակի համապատասխան կրթություն ու վերագտնալով Հայաստան, հանդիսացավ հաշվողական արվեստի հիմնադիրը, մշակողն ու զարգացնողը Հայաստանում. նա ուժեղ կերպով զարկ տվեց մաթեմատիկական գիտության տարածմանը հայերի մեջ:

Շիրակացին, դեռ իր կենդանության ժամանակ, ճանաչված է հզել որպես հայտնի համարող (մաթեմատիկոս), հանրածանոթ գիտնական ոչ միայն հաշվողական արվեստի մեջ, այլ նաև գիտությունների այլ բնագավառներում: Անանիա Շիրակացու ազդեցությունը կրել են իրենց վրա մեր իրականության մեջ աշխատող շատ մասնագետներ, ինչպես, օրինակ, Գրիգոր Մազիստրոսը, Հովհաննես Սարկավազը և ուրիշները:

5. Անանիա Շիրակացու թվաբանության դասադիրքը, ի տարրերություն Նիկոմախի աշխատությունից, հարուստ նյութ պարունակելով հաշվողական արվեստի մասին, մեզ հասած ամենահին դասադիրքն է: Մաթեմատիկայի, ընդհանուր պատմության, հատկապես թվաբանության պատմության համար, Անանիա Շիրակացու դասադիրքն ունի շատ մեծ նշանակություն, որովհետեւ մինչև այժմ սուր կերպով զգացվող պատմական կոնկրետ նյութերի բացակայության պայմաններում արժեքավոր նյութ է հանդիսանում հաշվողական խնդիրների վերաբերյալ:

6. Թվաբանության դասադիրքը մեծ նշանակություն ունի Անդրկովկասի մոզոփութագների համար, հատկապես հայ մոզոփութի համար, որովհետեւ այդ դասադիրքի միջոցով հայ մոզոփութը ի վիճակի է ճանաչելու 7-րդ դարի հայ մեծ գիտնական, մաթեմատիկոս Անանիա Շիրակացուն, որը ավելի քան կես դար տեղի իր բովանդակից կյանքն ու գործունեությունը նվիրեց հայ մոզոփութի լուսավորության գործին, հայ մոզոփութի ինքնուրույնության պահպանման, հակառակ այն բոլոր տեսակի աղբյւրներին ու դժվարություններին, որոնք ընկած էին նրա ճանապարհին:

Г. Б. Петросян

Учебник арифметики Анания Ширакаци и его значение для истории математики

Р е з ю м е

1. Материалы по истории математики, известные в настоящее время, с несомненностью свидетельствуют о том, что дошедшие до нас таблицы сложения, вычитания и умножения, принадлежащие перу Анания Ширакаци, являются, по времени, древнейшими. Среди подобного рода таблиц древнейшими в истории математики считались, до сих пор, таблицы Николая Артавазда, восходящие к XIV веку. Таблицы Ши-

ракаци древнее, таким образом, таблиц Николая Артавазда на 7 веков.

2. „Шеститысячник“ Ширакци, составленный по Вавилонскому образцу, представляет собою таблицу обратных величин для числа 6.000. Дошедшие до нас таблицы обратных величин для чисел 6.100, 5.000 и 4.000, будучи древнейшими среди подобных им таблиц, указывают, вместе с тем, на то, что в древние века в Армении применялись таблицы обратных величин, составленные по шестидесятичной системе.

3. Дошедшие до нас арифметические таблицы, в которых применение чисел доходит до 9.10^7 , арифметические и геометрические прогрессии, где применение чисел доходит до 9.10^{10} , задачник, вместе с крупными историческими памятниками архитектуры с очевидностью указывают на то, что искусство счисления в Армении стояло на должной высоте современности.

4. В то время как, с одной стороны, Афинскую школу постигла еще в VI веке ее печальная судьба; в то время как, с другой стороны, византийская школа зарождалась лишь в VIII веке, а в недрах некогда неколебимого здания греческой математической науки едва мерцали отдельные ее обломки,—в VII веке на Востоке, не знавшем математических школ, появляется Анания Ширакци, который, получив у грека-математика Тюхикоса свое образование, соответственное требованиям своего времени, возвращается в Армению, где он становится основателем искусства счисления, разрабатывает и развивает его и дает сильный толчок делу распространения математической науки среди армян.

Ширакци еще при жизни был признан, как известный счислитель (математик), как общезвестный ученый не только в искусстве счисления, но и в прочих областях науки. Многие из писателей, работавших в армянской действительности, как Григорий Магистр, Ованес Саркаваг и др., испытали на себе его влияние.

5. Его учебник по арифметике, включающий в себе, — в отличие от труда Никомаха, — богатый материал по искусству счисления, является древнейшим, дошедшим до нас, трудом.

Для истории математики вообще и для истории арифметики, в частности, учебник Ширакци представляет весьма крупное значение, поскольку он, в условиях современного ее состояния, восполняет остро-чувствуемый пробел в конкретных исторических материалах по вопросам искусства счисления.

6. Учебник этот имеет большое значение для народов Закавказья, в частности для армянского народа. Благодаря этому учебнику армянский народ получает возможность ознакомиться со своим крупным ученым-математиком,—с Ананием Ширакци, посвятившим свою более чем полувекую жизнь, полную внутреннего содержания, делу просвещения армян, делу сохранения самостоятельности армянского народа, вопреки всякого рода препятствиям и трудностям, которые встречались на пути его деятельности.

G. B. Petrossian

Le manuel d'arithmétique d'Anania Chirakatzi et son importance pour l'histoire des mathématiques.

R e s u m é

1. Les matériaux de l'histoire des mathématiques, connus jusqu'à présent, montrent avec évidence que les tables d'addition de soustraction et de multiplication d'Anania Chirakatzi, parvenues à nous, sont les plus anciennes.

Les tables de Nicolas Artavazd du XIV-ème siècle de notre ère, étaient considérées dans l'histoire des mathématiques comme les plus anciennes de ce genre. Or, les tables de Chirakatzi sont de sept siècles plus anciennes que celles de Nicolas Artavazd.

2. Le „Vetshazaryak" (six milliers) de Chirakatzi représente une table des grandeurs inverses compilée d'après l'exemple babylonien concernant le nombre 6000. Les tables pour les nombres 6000, 5000, 4000 des grandeurs inverses parvenues jusqu'à nous, et constituant les plus anciennes tables du même genre, montrent en même temps l'application en Arménie, aux siècles anciens, des tables des grandeurs inverses formées d'après le système soixantimal (ayant pour base le nombre 60.)

3. Les tables arithmétiques de Chirakatzi, parvenues à nous, ou l'application des nombres va jusqu'à $9 \cdot 10^7$, les progressions arithmétiques et géométriques où l'application des nombres va jusqu'à $9 \cdot 10^{10}$, enfin le livre des problèmes montrent d'une manière évidente, au même titre que les monuments d'histoire et d'architecture de cette époque, que l'art du calcul était en Arménie à la hauteur correspondante à ce temps.

4. Au VII-ème siècle, dans les conditions d'absence d'une école de mathématiques en Orient, au moment de l'école d'Athènes, eut sa triste destinée à la fin du VI-ème siècle, alors que l'école byzantine de mathématiques n'existait pas encore, n'ayant été fondée qu'au VIII-ème siècle, et que dans les décombres des sciences mathématiques de la Grèce antique il ne restait que de petits fragments isolés. Anania Chirakatzi, qui avait reçu chez le mathématicien grec Tukikos une instruction propre à son temps, revint en Arménie et devint le fondateur, le cultivateur et le perfectionneur de l'art du calcul. C'est lui, qui donna un élan vigoureux à la diffusion des sciences mathématiques parmi les Arméniens.

Chirakatzi était encore de son vivant considéré comme un compteur connu (mathématicien), un savant renommé non seulement dans l'art de compter, mais encore dans les autres domaines scientifiques.

Beaucoup d'auteurs subirent l'influence d'Anania Chirakatzi, comme par exemple, Grigor Magistros, Ovanes Sarkavaque etc.

5. Le manuel d'arithmétique d'Anania Chirakatzi, à l'encontre de

l'ouvrage de Nicomaque, est riche en matériaux concernant l'art du calcul et représente le plus ancien manuel qui nous soit parvenu. Le manuel d'Anania Chirakatzi a une grande importance pour les mathématiques, l'histoire générale et surtout pour l'histoire de l'arithmétique, car, dans les conditions de l'absence de matériaux historiques concrets, bien ressentie de nos jours, il présente un précieux élément pour les problèmes relatifs au calcul: il constitue un ouvrage de valeur pour l'étude de l'histoire de l'art du calcul.

6. Le manuel d'arithmétique a une importance capitale pour les peuples de la Transcaucasie, particulièrement pour le peuple arménien, car grâce à ce manuel, le peuple arménien est à même de connaître son grand savant mathématicien du VII-ème siècle—Anania Chirakatzi, qui consacra sa vie de plus d'un demi siècle ainsi que son activité très productive à l'oeuvre de l'instruction du peuple arménien, à la sauvegarde de son indépendance, nonobstant toutes espèces d'obstacles qui entravaient son chemin.