ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Հասարակական գիտություններ № 3—4, 1945 *Общественные науки*

Դ. Ռ. Պետրոսյան

ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ՈՒՐԱՐՏՈՒՈՒՄ ԸՍՏ ՈՒՐԱՐՏԱԿԱՆ ՍԵՊԱԳԻՐ ԱՐՁԱՆԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ[1]

Ուրարտական պետությունը կազմվել էր Փոքր Ասիայի հյուսիս-արևելյան մասում և ընդգրկում էր այն տերիտորիան, որ ընկած է երեք մեծ լճերի միջև—հարավ-արևմուտքում՝ Վանա լիճը, հարավ-արևելքում՝ Ուրմիո լիճը և հյուսիսում՝ Սևանա լիճը։ Ուրարտացիները թեև մեր թվականությունից առաջ VI դարի սկզբներին քաղաքական ասպարեզից հեռացան, բայց նրանց ստեղծած հարուստ կուլտուրան անհետ չկորավ, այլ անցավ հայերին և վրացիներին, որպես ուրարտացիների անմիջական հաջորդներին։ Հայ և վրաց ժողովուրդների կուլտուրաներում պահպանվել են ուրարտական կուլտուրայի զգալի հետքեր։ Ուրարտական պետության քաղաքական կյանքի, կուլտուրայի, գիտության, նրա թողած ժառանգության խորը և բազմակողմանի ուսումնասիրությունը հանդիսանում է մեր կարևոր հարցերից մեկը։

Ուրարտական հասարակության պատմության, կուլտուրայի, նրա թողած ժառանգության աղբյուր են հանդիսանում հիմնականում թագավորական արձանագրությունները, նյութական կուլտուրայի մնացորդների հետ միասին, քանի դեռ մինչև այժմ չի հայտնաբերվել Ուրարտական պետության և ոչ մի արխիվ։ Այս կապակցությամբ Ռ. Ղափանցյանը գրում է. «Ուրարտուի պատմության նախնական շրջանի համար, այսինքն՝ երբ չունենք ուրարտական արձանագրությունների և կուլտուրական հիշատակարանների վկայությունը, հնագույն աղբյուրները պետք է լինեն որոշ չափով ուրարտացիների լեզուն և կրոնը, իսկ հետո նաև ասուրական գրավոր աղբյուրները։ Սրանից հետո արդեն գալիս է այն շրջանը, երբ ուսումնասիրության աղբյուրները (IX դարից սկսած) թե շատանում են և թե հավաստի են, լինելով թե ուրարտական և թե ասուրական, թե գրավոր և թե նյութական կուլտուրական։ Այս վերջին շրջանը (IX—VII դարեր) կարելի է կոչել իսկական պատմություն, նախորդ «նախապատմության» հանդեպ»։[2]

Եթե պատմության ուսումնասիրության ուղղությամբ այսօր մենք կարող ենք արձանագրել զգալի հաջողություններ և հրապարակի վրա մատ-

---

[1] *Զեկուցված է Վ. Մ. Մոլոտովի անվան Երևանի Պետական Համալսարանի գիտական սեսիայում 1943 թ. նոյեմբերի 26-ին։*

[2] *Գ. Ղափանցյան—«Ուրարտուի պատմություն», Երևանի Պետհամալսարանի «Գիտական աշխատություններ», հատ. XIV, 1940 թ., էջ 13.*

նացույց անել հատկապես սովետական շրջանում գրված մի շարք կարևոր աշխատություններ, ինչպես, օրինակ՝ Հ. Ղափանցյանի «Ուրարտուի պատմությունը», Բ. Պիոտրովսկու „История и культура Урарту" և այլն, ապա հակառակ պատկեր գոյություն ունի ճշգրիտ գիտությունների բնագավառում, ինչպես, օրինակ՝ մաթեմատիկայի, տիեզերագիտության, տոմարի և այլն։

Վերջին հանգամանքը՝ պայմանավորված է նրանով, որ կոնկրետ մատերիալի բացակայության պատճառով ճշգրիտ գիտությունների գծով ուսումնասիրությունները հանդիպում են շատ մեծ դժվարությունների։ Բոլորովին էլ պատահական չէ, որ մաթեմատիկայի պատմության պրոֆեսոր Վիգոդսկին 1941 թվականին լույս ընծայած „Арифметика и алгебра в древнем мире" աշխատության մեջ գրում է. «Ասորեստանցիների տիրապետության վերջին շրջանում նրանց թագավորությունն ամեց համաշխարհային պետության չափերի և դրա հետ միասին «բաբելական» կուլտուրան տարածվեց հսկայական տերիտորիայի վրա և պետք է թողներ կայուն հետքեր ամեն տեղ, ուր նա թափանցել էր։ Իսկապես, սեպագիր գիրը, օրինակ, լայնորեն տարածվեց ամբողջ Առաջավոր Ասիայում. պարսիկների կողմից փոխառված՝ այն պետք է հասներ մինչև Հնդկաստանի սահմանները։ Կարելի է ենթադրել, որ բաբելական մաթեմատիկական կուլտուրան ևս ստացել է նույնքան լայն տարածում։ Սակայն այդ մասին մենք այժմ գրեթե ոչ մի տեղեկություն չունենք։»[1]

Եթե, մի կողմից՝ ուրարտացիների մաթեմատիկական գիտելիքների մասին գիտա-հետազոտական աշխատանքների բացակայությունը պրոֆեսոր Վիգոդսկուն իրավացի կերպով հիմք է տալիս հայտարարելու, որ մինչև այժմ մեզ հայտնի չէ, թե ինչ չափով բաբելական մաթեմատիկական կուլտուրան տարածվել է Առաջավոր Ասիայի պետություններում, հետևաբար նաև ուրարտական պետության մեջ, ապա մյուս կողմից՝ հայ և վրաց մատենագրության մեջ միանգամայն տարբեր կարծիքներ են հայտնվում Ուրարտուում գործադրված թվարկության սիստեմի մասին։

Ելնելով վերոհիշյալ հանգամանքներից՝ մեր այսօրվա զեկուցման նպատակն է, ուրարտական սեպագիր արձանագրություններում գործադրվող թվականների հիման վրա, պարզել ուրարտացիների թվաբանական գիտելիքների աստիճանը, որոշել թվարկության սիստեմը և ուրարտացիների մաթեմատիկական գիտելիքների հետքերը հին Հայաստանում գործադրված թվարանության մեջ։

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԱՌԱՋԱՑՄԱՆ ԵՎ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐԸ ՈՒՐԱՐՏՈՒՈՒՄ

Ֆրիդրիխ Էնգելսը իր «Անտի-Դյուրինգ» աշխատության մեջ խոսելով մաթեմատիկայի մասին, գրում է. «Մաքուր մաթեմատիկայի առարկան իրական աշխարհի տարածական ձևերն են և քանակային հարաբերությունները, այսինքն վերին աստիճանի իրական նյութ։ Թեև այդ նյութը երե-

[1] *М. Я. Выгодский.* Арифметика и алгебра в древнем мире. М.—Л., 1941, стр. 57.

վան է գալիս չափազանց վերացական ձևով. բայց դրանով կարող է սոսկ մակերևութորեն սքողվել այն հանգամանքը, որ նա իր սկզբնավորությունը արտաքին աշխարհից է վերցրել։ Որպեսզի հնարավոր լինի այդ ձևերն ու հարաբերությունները իրենց մաքուր վիճակում հետազոտել, անհրաժեշտ է այդ ձևերն ու հարաբերությունները լիովին անջատել իրենց բովանդակությունից, անհրաժեշտ է մի կողմ նետել այդ բովանդակությունը, իբրև կարևորություն չներկայացնող. այսպես ահա ստացվում են կետեր առանց տարածության, գծեր առանց հաստության ու լայնության, a և b, x և y, հաստատուն և փոփոխական մեծություններ, և միայն բոլորովին վերջը մարդ անցնում է իմացականության սեփական, ազատ ստեղծագործություններին և երևակայություններին, այսինքն՝ երևակայական մեծություններին»։[1]

Հնագույն մաթեմատիկական գիտության՝ թվաբանության հիմնական առարկան հանդիսացել են թվերի բնական շարքը և պարզ կոտորակները։

Բնական շարքի թվերը (ամբողջ-դրական) ռեալ աշխարհի պարզ քանակային հարաբերություններն են։ Թվաբանությունը (հունարեն arithmetike, որ նշանակում է հաշվելու արվեստ—ἀριθμός—թիվ, τέχνη—արվեստ) մաթեմատիկայի մի մասն է, որ զբաղվում է թվերի ուսումնասիրությամբ, կատարելով որոշ թվաբանական գործողություններ նրանց նկատմամբ։

Թվերի հասկացողության զարգացումը, թվերը խոսքերով կամ գրավոր սիմվոլների միջոցով արտահայտելու, հաշվումներ կատարելու եղանակները, կանոնների մշակումն ու արտածումը տեղի են ունեցել տասնյակ հազարավոր դարերի ընթացքում, մաթեմատիկական հասկացողությունների արմատները սաղմնային վիճակում սկսում են հենց այն ժամանակ, երբ մեր երկրի վրա աշխատանքի գրական ազդեցության շնորհիվ, նախամարդը բնական զարգացման ճանապարհով անցնում է մարդու վիճակի—երբ առաջանում է մարդկային հասարակությունը։ Հնագիտական տվյալներն ապացուցում են, որ Հայկական բարձրավանդակում շատ հնուց ապրել են մարդիկ, որոնց պատմությունն սկսվում է պալեոլիթի (հունարեն նշանակում է հին քարե դար) և նեոլիթի (Նոր քարե դար) դարերից։ Մարդկային հասարակության զարգացման հետ միաժամանակ զարգանում են նաև մարդկանց մաթեմատիկական գիտելիքները. վայրենության ցածր աստիճանի վրա կանգնած մարդիկ, որոնք ապրում էին խմբերով, չնայած խոսել չգիտեին, այլ իրար հասկացնում էին ձեռքի շարժումներով, այս շրջանում անգամ հասկացողություն ունեին թվականների մասին. «Թվականները,—ասում է Մառը,—կապված են դարաշրջանների հասարակայնության հետ և մինչև հնչյունական խոսքը։ Մարդիկ դեռ չէին խոսում հնչյունական խոսքով, բայց կարողանում էին հաշվել, որովհետև առանց հաշվի չէր կարող տեղի ունենալ ոչ մի արտադրություն, ոչ մի հասարակական գործ»[2]։ Գրի և գրականության բացակայության պայմաններում մարդկային հասարակության ձեռք բերած գիտելիքները պահվելով մարդկանց հիշողության մեջ, անցնում են սերնդից սերունդ։ Թվականների

[1] Ֆ. Էնգելս—«Անտի-Դյուրինգ», Երևան, 1936 թ., էջ 53։

[2] *Н. Я. Марр*, О числительных. Языковедные проблемы по числительным. Сборник статей, Ленинград, 1927 г., стр. 3.

գիրը շատ մեծ է և այս ուղղությամբ. «Թվականները որպանապես կապված են գրի և կարդալու կյուտի հետ։ Թվերը մարդիկ ավելի շուտ սկսեցին գրել, քան թե բառերը»։[1] «Թվականների վիճակից ելնելով, կարելի է դատել, թե քաղաքակրթության որ աստիճանի վրա են գտնվում մարդկության այս կամ այն խմբակցությունները»։[2] Մինչև այսօր էլ կան նախնադարյան ցեղեր, որոնք հազիվ կարողանում են հաշվել առաջին տասնյակի սահմաններում և ոչ մի պատկերացում չունեն մեծ թվերի մասին. նրանք մինչև անգամ դժվարանում են հաշվել իրենց ընտանիքի անդամներին։ Մաթեմատիկական գիտության հիմունքները դրվում են այն ժամանակ, երբ նախաուրարտական շրջանում հայկական բարձրավանդակում ապրող մարդկային ցեղերը համառ, երկարատև աշխատանքի պրոցեսում ձեռք են բերում թվի և չափի հասկացողությունը, սակայն, նորից անհրաժեշտ է լինում բավականին երկար ժամանակ, որպեսզի այդ բոլորն ընդունի գիտական տեսք։ Ինչպես որ գանազան չափումներ կատարելու ժամանակ, իբրև միավորներ, մարդն օգտագործել է իր մարմինը և սրա առանձին մասերը, այնպես էլ հաշվումներ կատարելու համար օգտագործել է իր ձեռները և ոտները։ Սրանով է բացատրվում, որ գանազան ժողովուրդների թվարկության սիստեմի հիմքում գլխավորապես ընկած են եղել 5, 10 և 20 թվերը։ Եթե մարդու ձեռների մատները լինեին ոչ թե 10, այլ 12, այն ժամանակ թվարկության սիստեմների հիմքում ընկած կլինեին գլխավորապես 6, 12, 24 թվերը։ Եթե թվարկության սիստեմը լիներ 12-ական, այն ժամանակ թվաբանությունը բավականին կշահեր, որովհետև 12-ն ունի շատ բազմապատկիչներ՝ 2, 3, 4, 6, մինչդեռ 10-ն ունի 2 և 5։ Տասներկուական սիստեմը բավականին կնվազացներ գործնական կյանքում հաշիվներ կատարելու գործը, որովհետև ավելի հաճախ գործ են ածվում $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_6$ մասերը։ Տասներկուական սիստեմի կոտորակները լայն չափերով կիրառվեցին հռոմայեցիների մոտ, 12-ական սիստեմի հետ են կապված մինչև հիմա էլ գործածվող հաշվումները դյուժիններով։ Միանգամայն հատուկ տեղ է գրավում 60-ական սիստեմը, որի վրա կանգ ենք առնելու հետագայում։

Ուրարտացիք մինչև իրենց պետության կազմավորումը նախաուրարտական շրջանում, անշուշտ, հասկացողություն ունեին ուղիղ գծի, որպես երկու կետերի միջև կարճ ճանապարհի մասին. նրանք հասկացողություն ունեին պարզ պատկերների, ինչպես, օրինակ, եռանկյան, քառանկյան, շրջանի մասին և այլն։ Այս հասկացողությունները պատկերանում էին նրանց սովորական, առօրյա կյանքում։ Պարզ պատկերների մասին պատկերացում ունենալը, սակայն, բավական չէր, որ նրանք կարողանային հասկանալ այդ պարզ պատկերների ամենապարզ հատկությունները. դրա համար անհրաժեշտ եղավ բավականին երկար ժամանակաշրջան, որպեսզի էմպիրիկ կերպով հրապարակ գա մաթեմատիկայի կարևոր ճյուղերից մեկը—երկրաչափությունը։ Շատ խոշոր նշանակություն ունի խմբավորման պրոցեսը, որի միջոցով հնարավոր է դառնում փոքր թվերից անցնելու մեծ թվերի։ Այս ուղղությամբ լեզվաբանական ուսումնասիրությունները, հատկապես

[1] *H. Я. Марр*, О числительных. Языковедные проблемы по числительным. Сборник статей, Ленинград, 1927 г., стр. 2.

[2] Նույն տեղ, էջ 3։

Ն. Մառի կատարած ուսումնասիրությունները խոշոր ծառայություն են մատուցել մարդկանց՝ թվերի առաջացման հերթականության կարգը հասկանալու գործում։ «Թվականները,—ասում է Մառը,—գոյություն ունեին, անկասկած, դեռ մինչև հնչյունական խոսքի առաջացումը։ Հաշվումների սիստեմի միասնությունը ձեռքով կամ ձեռքերով, հանդիսանում է այն ժառանգություններից մեկը, որ հնչյունական լեզուն ստացել է գծայինից։ Գծային խոսքի մեջ հաշվումը կատարվում է ձեռքի օգնությամբ, երկու հիմնական նշանակությամբ՝ ափ-ձեռք և հնգյակ-ձեռք։ Ափ-ձեռքի միևնույն պատկերը ծառայում էր արտահայտելու և՛ մեկը, և՛ երկուսը, հնգյակ-ձեռքի միևնույն պատկերը ծառայում էր արտահայտելու հավասարապես և՛ հինգը, և՛ տասը։

Մնացած թվերն արտահայտում էին կամ գումարումով (3=2+1, 6=1+5 կամ 5+1 և այլն) կամ կրկնողությամբ (4=2+2), կամ հանումով (9=10—1, 8=10—2 և այլն)...

«Հենց ինքը «տասը» թիվը, հետևաբար և «հինգը», մի ժամանակ նշանակում էր նաև «շատ»։ Իր հերթին, արտադրության զարգացման և մարդկային ժառանգորդների լայնացման հետ, այդ «շատը», ակնհայտ է, որ իր ժամանակ անցել է «10»-ի, հետո աստիճանաբար՝ «100»-ի, «1000»-ի և «10000»-ի»։[1]

Մեր օրերում բոլոր ազգերը գործ են ածում նույն թվականները, ունենալով նույն մաթեմատիկական սիմվոլները—հնդիկների, արաբների թվանշանները։ Մարդկությունը ոչ մի բնագավառում այնքան չի առաջադիմել դեպի ինտերնացիոնալիզմը, որքան թվականների բնագավառում։ «Թվականների նմանությունները—ասում է Մառը,—սկզբից ևեթ ժառանգված բարիք չէ, այլ աշխատանքի կազմակերպման վրա կատարված բազմաթիվ դարերի, բազմաթիվ հազարամյակների ծանր աշխատանքով, առաջին հասարակական խմբերի համաձայնակցությամբ, հետագայում միջցեղային աշխատանքով ձեռք բերված նվաճում։ Նմանությունները և օրինաչափական համապատասխանությունը արտասանության օրգանների հարակից (родственные) ֆիզիոլոգիական տվյալների բնատուր ձիրք չէ։ Ընդհակառակը, ոչ-նմանություններ և տարամիտումներ—ահա մարդկային խոսքի սկզբնական վիճակի ժառանգությունը, ամբողջովին բնությունից, մարդու ֆիզիկական շրջապատից ու նրա ներքին ֆիզիկական կառուցվածքից, գեոֆիզիկական, օդերևութաբանական, աշխարհագրական, մարդաբանական և ֆիզիոլոգիական ֆակտորներից կախում ունենալու մեծագործներ են։ Դրանով պետք է բացատրել նաև այն հանգամանքը, որ մինչև այսօր էլ վրացերեն լեզվի մեջ պահպանվել և իրենց գալ են տալիս հին ժամանակներում գործածված քսանական սիստեմի մնացորդները, այնպես, ինչպես ֆրանսերեն լեզվի մեջ։ Վրացերենում 10 աթի, 20—օցի. 30—օց դա աթի—նշանակում է 20 և 10։ 40—օրմօցի—նշանակում է երկու քսան 60—սամ-օցի—նշանակում է երեք քսան և այլն։

Ֆրանսերենում 80—quatre vingts—նշանակում է չորս քսան, 90—quatre vingts-dix—նշանակում է չորս քսան և տասը։

[1] Н. Я. Марр, О числительных. Языковедные проблемы по числительным. Сборник статей, Ленинград, 1927 г., стр. 45—46.

[2] Նույն տեղ, էջ 5։

Ուրարտական պետության գոյության ժամանակաշրջանում, IX—VII դարերում (ժ. Թ. ա.), անհրաժեշտ նախադրյալներ են ստեղծվում դրական կիրառական գիտությունների զարգացման համար։ Մյուս գործոնների հետ միասին մեծ նշանակություն են ունենում ուրարտացիների շինարարական աշխատանքները և առևտուրը։

Ուրարտացիների շինարարական աշխատանքների մասին Ռ. Ղափանցյանը գրում է. «Ջրաշինարարության փայլուն վկան մինչև հիմա էլ մնում է Մենուայի ջրանցքը („Menual pili"), որ ժողովուրդը կոչում է «Շամիրամսուս» և ունի 70 կիլոմետր երկարություն։ Դրա պատերը բարձրացնելու համար գործ են դրված հսկայական քանակով կիկլոպյան մեծ-մեծ քարեր։ Ասուրական արձանագրություններն ասում են, որ Թուսա II թագավորը Ուլխու քաղաքի համար (թերևս գտնվել է Ուրմիո լճի հյուսիս-արևմտյան մասում) բերել է մի ջրանցք՝ «նմանը Պուրատտու (=Եփրատ) գետի», որից ճյուղավորվել են բազմաթիվ առուներ դաշտերի ու այգիների համար։ Ջրանցք է բերվել և Զանգուից, Վաղարշապատի շրջանի (Զվարթնոցի) համար, իսկ ոմանց կարծիքով Երևանի Դալմայի գետնափոր ջրանցքը նույն ուրարտացիներից է մնացել։ Ջրանցքների մասին հիշատակվում է և Արմավիրի մոտ գտնված արձանագրություններում, որոնցից պիտի եզրակացնել, որ այդ ջրանցքները բերվել են Արաքսից Արմավիրի և նրա շրջակայքի համար, որը ուրարտացիների կենտրոնն էր Արարատյան դաշտում»։[1]

Մովսես Խորենացին, որն անձամբ տեսել է սեպագիր արձանագրությունները, որոշ շինարարական աշխատանքներ վերագրելով Շամիրամին, Ուրարտուում կատարված շինարարական աշխատանքների մասին գրում է. «Եվ հրամայում է նախ գետի ամբարտակը շինել ապառաժ խոշոր քարերով, կրի և ավազի շաղախով, շատ լայն և բարձր, որ մինչ այժմ, ինչպես ասում են, հաստատ մնում է... Այսպես երկար ասպարեզներով ամբարտակն անցկացնելով հասցնում է քաղաքի համար որոշված տեղը... Քաղաքի մեջ շինում է նաև բազմաթիվ ընտիր ապարանքներ, կրկնահարկ և եռահարկ, զարդարված տեսակ-տեսակ գույնզգույն քարերով, և ամեն մեկում պատուհաններ ըստ հարմարության։ Քաղաքի կողմերն էլ որոշում է գեղեցկագույն և ընդարձակ փողոցներով։ Շինում է նաև շքեղ և զարմանալու արժանի բազնիքներ, համապատասխան քաղաքի դիրքին ու պիտույքներին»։[2]

Բացի քաղաքաշինական շինարարություններից՝ ուրարտացիները դարկ են տալիս նաև ռազմական ու կրոնական շենքերի կառուցմանը։

Աշխատանքի հասարակական բաժանումը, որ զգալի չափեր ընդունեց ուրարտական պետության գոյության ժամանակաշրջանում, պայմանավորեց արհեստների զարգացումը. մետաղագործությունը, պղնձի և բրոնզի արտադրությունը, երկաթագործությունը, ոսկեգործություններ, արծաթագործությունը, գինագործությունը (առանց որի հնարավոր չէր ռազմատենչ ուրարտական պետության գոյությունը), կավագործությունը հասան մեծ չափերի։ Սրա հետևանքով զարգացավ առևտուրը թե պետության սահման-

[1] Ռ. Ղափանցյան—«Ուրարտուի պատմություն», Երևանի Պետհամալսարանի «Գիտական աշխատություններ», հատ. XIV, 1940 թ., էջ 235։

[2] Մ. Խորենացի—«Հայոց պատմություն», գիրք 1-ին, գլ. 16, էջ 33, Երևան, 1940 թ.։

ներում և թե այլ սահմանակից պետությունների հետ։ Այս խնդրի կապակցությամբ Ա. Սամուելյանը գրում է. «Այդ արհեստների բարձր զարգացումը և բազմապիսությունը մի ընդհանուր փաստ է, որի վրա հիմնվելով կարելի է կռահել, որ խալդական հասարակության մեջ պետք է զարգացած լիներ նաև առևտրական հարաբերությունները, թեև այդ մասին պատմական աղբյուրները գեռևս ոչինչ չեն հաղորդում։ Հայկական լեռնաշխարհն ընկած էր այն ժամանակվա տրանզիտային առևտրի գլխավոր ճանապարհի վրա՝ Պարսից ծոցից, Միջագետքի վրայով, դեպի Միջերկրական ծովը, Փոքր Ասիա և Սև ծով։ Ասորեստանը իր վաճառաշահ Նինուե մայրաքաղաքով միջնորդ առևտրական դեր էր խաղում։ Ասորեստանի անդադիստ նվաճողական էքսպանսիան ու աշխարհակալական քաղաքականությունը բխում էին մասամբ հենց այդ առևտրական շահերից, որոնք թելադրում էին իր ձեռքի, իր անմիջական իշխանության տակ ունենալ գեպի Սիրիա, Փյունիկիա, Միջերկրական ծովի այն ժամանակվա շահաստանները, դեպի Փոքր Ասիայի ծովեզերք և այլուր տանող ճանապարհները, որոնցով երթևեկում էին առևտրական կարավաններ տակավին Ասորեստանի նախորդ՝ Բաբելոնի տիրապետության ժամանակ։ Մեզ չեն հասել խալդական դրամներ։ Ուստի պետք է ենթադրել, որ եթե գոյություն են ունեցել մեր նշած առևտրական հարաբերությունները, ապա այդ եղել է կամ պարզ փոխանակային առևտուր, կամ դրամի փոխարեն գործածվել են ոսկու և արծաթի ձուլեր և կամ գործածվել են ասորեստանյան դրամներ։[1]

Քաղաքացիական, ռազմական, կրոնական շինքերի, բերդերի, ջրանցքների կառուցումները, առևտրի պարզացումը, չափ ու կշիռների գործածությունը, շրջապատի ուսումնասիրությունը գարկ տվին ուրարտացիների գիտելիքներին ճշգրիտ գիտությունների գծով։ Այդ շրջանում հատկապես թվաբանությունը, նախաուրարտական շրջանի համեմատությամբ, հասավ զարգացման բարձր աստիճանի։

ԱՂԲԱԹԻՐՆԵՐ ԵՎ ԹՎԱՐԿՈՒԹՅԱՆ ՍԻՍՏԵՄԸ

Ինչպես արդեն մատնանշել ենք, մեր աղբյուրները Ուրարտուի պատմության, ուրեմն և թվաբանության վերաբերյալ հանդիսանում են ուրարտական արձանագրությունները։ Թե ուրարտացիք ինչպես էին գրում թվերը, ինչպիսի թվարկության սիստեմ գոյություն ուներ, ինչպես էին կատարում թվաբանական գործողությունները, այս ամենը պետք է աշխատենք դուրս բերել ուրարտական արձանագրություններում գործածված թվականներից։

Ներկայումս հայտնի ուրարտական սեպագիր արձանագրությունների թիվը հասնում է մոտավորապես 200-ի։ Դժբախտաբար այդ արձանագրությունների լրիվ ժողովածուն մինչև այսօր էլ հայերեն լեզվով չի հրատարակված, որ պետք է դիտել իբրև խոշոր բաց և առաջիկայում վերացնել այն։ Այդ արձանագրություններից մենք հատկապես վերցրինք Սարդուր Երկրորդի թողած այն արձանագրությունները, որ ակադ. Հ. Օրբելին 1915 թվականին հայտարերից Վանում։ Այդ նյութերը հրատարակված են

1 Ա. Սամուելյան—«Խալդական հասարակություն». Երևան, 1939 թ., էջ 16։

1922 թվին Պետերբուրգում առանձին, „Археологическая экспедиция 1916 г. в Ван“ աշխատության մեջ, ուր զետեղված են Ն. Մառի և Հ. Օրբելու զեկուցումները։ Աշխատության վերջում կցված են սեպագիր արձանագրությունների տեքստերը և լուսանկարները։ Մենք վերցրինք Սարդուր Երկրորդի թողած արձանագրությունների խումբը, որովհետև այդ արձանագրությունները շատ հարուստ են թվականներով, իսկ մյուս կողմից՝ ուրիշ արձանագրություններում գործածված թվականներն էական ոչինչ չեն մտցնում այն եզրակացությունների մեջ, որոնք դուրս են բերվում այդ արձանագրություններից։

Սարդուր թագավորը պատմում է (Ա. աղյուսակ), թե ինչպես Խալդ աստվածը նրան պարգևեց հաղթանակ։ Երեք ուղղությամբ կատարված պատերազմների ժամանակ վերցված գերիները և ավարը տալիս են հետևյալ պատկերը.

1-ին արշավանք դեպի արևելք (Մարիլոն և այլն)։ Բռնեց 23 քաղաքների բնակիչներին, գերի վերցրեց 8 135 երեխա, 25 000 կին և 6 000 տղամարդ. քշեց 2 500 ձի, 12 300 եզ և 32 100 ոչխար։

2-րդ արշավանք դեպի հյուսիս (Էտիունի). գերի վերցրեց 3 500 երեխա, 10 500 կին և 4 000 տղամարդ։ Քշեց 8 525 եզ և 18 000 ոչխար։

3-րդ արշավանք դեպի արևելք (Ուրմիա և այլն). գերի վերցրեց 1 100 երեխա, 6 500 կին և 2 000 տղամարդ։ Քշեց 2 538 եզ և 8 000 ոչխար։

Ներքևում բերվում են վերոհիշյալ արձանագրության մեջ գործածված թվականները սեպագիր թվանշաններով։[1]

I արշավանք

23—𒎙𒐈 . . . . . A_8 (A_8 նշանակում է A թերթի 8-րդ տողը)
8 135—𒐍 𒌋𒈨 𒁹𒈨 𒌍 𒐊 . . . . A_9
25 000—𒎙 𒌋𒈨 𒐊 𒌋𒈨 . . . . A_{10}
6 000—𒐋 𒌋𒈨 . . . . A_{10}
2 500—𒈫 𒌋𒈨 𒐊 𒈨 . . . . A_{10}
12 300—𒌋 𒌋𒈨 𒈫 𒌋𒈨 𒐈 𒈨 . . . . . . A_{11}
32 100—𒌍 𒌋𒈨 𒈫 𒌋𒈨 [𒁹] 𒈨 . . . . A_{11}

II արշավանք

3 500—𒐈 𒌋𒈨 𒐊 𒈨 . . . . A_{20}
10 500 (կամ 15.000) 𒌋 𒌋𒈨 𒐊 [𒈨] . . . A_{20}
4 000—𒐉 𒌋𒈨 . . . . A_{20}
8 525—𒐍 𒌋𒈨 𒐊 𒈨 𒎙 𒐊 . . . . . . A_{21}
18 000—𒌋 𒌋𒈨 𒐍 𒌋𒈨 . . . . A_{21}

[1] Археологическая экспедиция, 1916 г. в Ван. Петербург, 1922, таблица А.

III աղյուսակ

1 100—Y <Y- Y Y- . . . . A_{3}
6 500—YYY/YYY <Y- YYY/YY Y- . . . . A_{24}
2 000—YY <Y- . . . . A_{24}
2 538—YY <Y- YYY/YY Y- <<< YYYY/YYYY . . . . . A_{24}
8 000—YYYY/YYYY <Y- . . . . A_{25}

Նկատի ունենալով, որ վերը բերված օրինակներում չկան այնպիսի թվեր, որ ցույց տային, թե ինչպես էին գրվում 60—90 թվերը, B *և* C *սեպագիր աղյուսակներից վերցնենք հետևյալ օրինակները.*

6 665 YYY/YYY <Y- YYY/YYY Y- <<</<< YYY/YY . . . . . B_{46}
31 890 <<< Y <Y- YYYY/YYYY <Y- Y<<< . . . . . C..

Վերը բերված նշանակումներից պարզ երևում է, թե ուրարտացիք ինչպես էին նշանակում թվերը։ 1-ի և 10-ի նշանների կոմբինացիաներից կազմվում են բոլոր թվերը մինչև 60։ 60 թիվը գրվում է 10-ի նշանի միջոցով, կամ 1-ի նշանի միջոցով, 60-ից մինչև 100 գրվում է վաթսունական սկզբունքով, իսկ 100-ի համար գոյություն ունի առանձին նշան—դետերմինատիվ, որ նշանակվում է այսպես Y-։ *Մեկ հարյուր գրելու համար, այդ նշանի առաջ, որոշ հեռավորության վրա պետք է գրել մեկ, միասին վերցրած կնշանակի մեկ հարյուրյակ. 100=*Y Y-։ *Այսպես շարունակվում է մինչև 1 000։ Հազարն ունի առանձին նշան—դետերմինատիվ, որ գրվում է այսպես՝* <Y-։ *Հավանական է, որ սկզբնական շրջանում փոքր թվեր գործածելու ժամանակ 10-ի նշանը գրվել է առանձին, հետագայում, երբ անհրաժեշտ է եղել գործածության մեջ դնել շատ մեծ թվեր, 10-ի նշանը միացվել է 100-ի դետերմինատիվին և ստացվել է 1 000-ի դետերմինատիվը։ Երեք հազար գրելու համար 1 000-ի դետերմինատիվի առաջ, որոշ հեռավորության վրա, պետք է դնել 3, ինչպես, օրինակ՝* YYY <Y-—*նշանակում է երեք հազարյակ։ Նույն եղանակով շարունակվում է մինչև 10 000, որ գրվում է այսպես՝* < <Y-։ *Տասը հազարի համար ուրարտացիներն ունեցել են հատուկ բառ՝* atibi։ *25 000-ը ուրարտացիները գրում էին այսպես՝* << <Y- YYY/YY <Y-, *այսինքն՝ 20 000 և 5 000։ 47 000-ը գրում էին այսպես՝* <<<< <Y- YYYY/YYY <Y-, *այսինքն՝ 40 000 և 7 000։ Որովհետև 10 000-ի համար գոյություն ունի հատուկ բառ, ապա ուրարտացիք 25 000-ը կարող էին գրել 2* atibi YYY/YY <Y-, *47 000-ը կարող էին գրել 4* atibi YYYY/YYY <Y-։

Այսպիսով ստացվում է թվարկության զարմանալի մի սիստեմ. 1-ից մինչև 60-ը բոլոր թվերի համար գործ են ածվում 1-ի և 10-ի նշանները. 60-ից մինչև 100-ը գործ է ածվում վաթսունական սիստեմը, որի հիմքում ընկած է 60 թիվը. մեծ թվերի համար նորից գործ է ածվում տասնորդական սիստեմ, որտեղ 100-ը և 1 000-ը ունեն հատուկ նշաններ։ Այսպիսով, մենք տեսնում ենք, որ այս թվարկության մեջ տասնորդական սկզբունքը զգալի չափով դերակշռում է, բայց միևնույն ժամա-

նակ վաթսունական սիստեմը բոլորովին դուրս չի մղված։ Ինչպես հայտնի է, հետևողական կերպով գործադրվող բաբելական թվաբանության[1] թվար-

[1] Բաբելական թվաբանությունն առաջացել է Միջագետքում—Եփրատ և Տիգրիս գետերի հովտում։ Բաբելական է կոչվում ոչ միայն տերիտորիալ տեսակետից, այլև նրա համար, որ այդ թվաբանությունը կառուցված է առանձնահատուկ թվարկության 60-ական սիստեմով և դրանից բխող հետևանքներով։ Արևելքի պատմությունը կոնկրետ փաստերի ուսումնասիրության հիման վրա ցույց է տալիս, որ Միջագետքում սասանյան դարերի ընթացքում բազմազան ժողովուրդներ և ազգություններ փոխարինելով մեկը մյուսին, ստեղծել են սեպագիր գիր ու գրականություն։ Սեպագիր գիրն ստեղծել են սումերացիները։ Մեր թվականությունից 20 դար առաջ Միջագետքում հրապարակ է գալիս ակկադական ժողովուրդը, որն իրեն ենթարկելով և ձուլելով իր մեջ սումերական ժողովրդին, յուրացնում է նրա ստեղծած կուլտուրան ու գիտությունը և զարգացնում, հասցրնում է ավելի բարձր աստիճանի։ Ակկադացիներից հետո հերթական կարգով տիրապետող գիրը են գրավում կասիտները և ասորացիք։ Ասորեստանի տիրապետության վերջին շրջանում նրա թագավորության սահմաններն ընդարձակվում են, բաբելական կուլտուրան տարածվում է շատ երկրներում։ Սեպագիր գիրը լայն չափերով տարածվում է ամբողջ Առաջավոր Ասիայում։

Բաբելա-ասորական 250 մաթեմատիկական սեպագիր տեքստերի ուսումնասիրությունից պարզվում է, որ բաբելացիք ամբողջ այն շրջանում, որից մեզ հասել են այդ տեքստերը, սկսած 1800 թ. մեր թվականությունից առաջ (մի քանիսը կազմված է պարսկական, մի քանիսը հելլենական շրջանում), ամբողջ թվերը գրելու համար գործ են ունեցել երկու նշանի հետ, որոնց կոմբինացիաներից կազմվել են բոլոր թվերի նշանները։ Այդ նշաններից առաջինը, առանձին վերցրած, նշանակում է 1 և գրվում է այսպես՝ Y = 1-ից։ Երկրորդը, առանձին վերցրած՝ նշանակում է 10 և գրվում է ‹ = 10։

Միավորի և տասնավորի նշանները համապատասխան քանակով կրկնվելով՝ գրվել են բոլոր թվերը մինչև 59 ներառյալ։ Այսպես, օրինակ, YY = 2, ‹‹ = 20, ‹‹‹ YYY = 33. երբ մեկի և տասի նշանները կրկնվում են չորս և ավելի անգամ, այն ժամանակ հիշողությունում պահպանելով նշանների ձևը, թվերը գրվում են ավելի խիտ և մասամբ կրճատ ձևով. 60-ը գրվում է այնպես, ինչպես մեկ միավորը՝ Y = 60. սկզբնական շրջանում տարբերություն եղել է մեծության տեսակետից, հետագայում այդ տարբերությունը բոլորովին ջնջվել է։ 60-ից բարձր թվերը գրվում էին հետևյալ կերպ՝

Y YY = 62, Y YYY = 63, Y ‹ = 70, Y ‹‹‹ = 90։

Ինչպես երևում է, 60-ից բարձր մինչև 119-ը 60-ի նշանը գրվում է որոշ հեռավորության վրա։ Այս հանգամանքը որևէ շփոթություն չի առաջացնում թվերը կարդալու տեսակետից։ Բավական է վերցնել 120, որ գրվել է այնպես, ինչպես 2-ը, կամ 180, որ գրվել է այնպես, ինչպես 3-ը և այլն մինչև 59. 60 = 3540։ Այսպիսի դեպքերում թիվը կկարդացվի հիշող, դուցե տեքստի օգնությամբ։ Մնացած ամբողջ թվերը, որոնք գտնվում են 60-ի և 60.60 = 3600-ի միջև, գրվում են նույն եղանակով, ինչպես գրեցինք վերևում՝ 60—119, բերենք մի քանի օրինակներ.

YY YYY = 2.60 + 3 = 123

YYY YYY = 5.60 + 6 = 306

‹‹ YY ‹‹‹ YY = 22.60 + 32 = 1352

Այսպիսով, մենք տեսնում ենք թվարկության յուրահատուկ մի սիստեմ, որի հիմքում դուգակցված կերպով հանդես են գալիս վաթսունական և տասնորդական սկզբունքները։ Ի տարբերություն տասնորդական կարգի, վաթսունական կարգը կառուցվում է պոզիցիոն սկզբունքով։ Սակայն այս պոզիցիոն սիստեմը բացարձակ չէ, որովհետև չունի մեր գիրոյի համարժեքը։ Այսպիսով, մենք կարող ենք ասել, որ թվարկության բաբելական սիստեմը—դա վաթսունական սիստեմ է։ Մեր ներկա նշանակումներով յուրաքանչյուր թիվը կարելի է պատկերացնել այսպես՝

$$A = a_1 + a_2 60 + a_3 60^2 \ldots\ldots a_n\ 60^{n-1},$$

կության վաթսունական սիստեմում, մինչև 60-ը թվերը գրվում են սովորական տասնորդական սկզբունքով։ Եթե առաջինը մենք անվանում ենք վաթսունական սիստեմ,—բնական է, այս դեպքում թվարկության սիստեմն անվանել տասնորդական, իհարկե, միշտ չմոռանալով վաթսունական սիստեմի [illegible]։

որտեղ $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ ամբողջ թվեր են, բայց 60-ից փոքր և դրանցից մի քանիսը կարող են հավասար լինել զերոյի. ենթադրում ենք, որ $a_n \neq 0$. a_1, a_2, a_3 կոչվում են առաջին, երկրորդ, երրորդ... կարգի թվանշաններ։ Եթե $a_1=0$, $a_2=0$, $a_3=26$, $a_4=6$; $A=26.60^2+6.60^3=1\,389\,600$, որը կգրվի այսպես՝ [cuneiform]։ Սա միաժամանակ կարող էր պատկերացնել $26.60+6.60^2=23.160$ կամ $26+6.60=386$ և բոլոր թվերը $(26+6.60)\,60^k$ (k ամբողջ թիվ է)։ 1389600 թիվը վաթսունական սիստեմում բնական է կոչել երկանիշ թիվ. փոխանակ քառանիշ։ Ըստ բաբելական նշանակումների, եթե որևէ կարգը բացակայում է, ապա դա ոչնչով չի կարելի իմանալ. օրինակ՝ $2+12.60^2=43202$ կգրվի այսպես՝ [cuneiform], որը կնշանակի նաև $2+12.60=722$ և ընդհանրապես բոլոր թվերը, որ ունեն 722.60^k տեսքը։ Վաթսունական սիստեմում թվերը գրելու ժամանակ մեկ կարգի հեռավորությունը մյուսից չի տարբերվում սովորաբար գործածվող հեռավորություններից։ Այսպիսով՝ թվերը ճիշտ կարդալու խնդիրը բավականին դժվարանում է. գրված թիվը կարող է հասկացվել երկանիշ կամ եռանիշ և, որ ամենադժվարն է, թվերը ծածկված կերպով պարունակում են իրենց մեջ 60 անորոշ գործակիցը։ Այս բացը հետագայում վերացվում է նրանով, որ մտցվում է անջատման նշանը՝ [cuneiform], որը կատարում է մեր զերոյի դերը։ Վերևում գրված $2+12.60^2=43\,202$ թիվը նոր մտցված նշանի օգնությամբ պետք է գրվի այսպես՝ [cuneiform], այսինքն գրվում է որպես եռանիշ թիվ։ Վաթսունական սիստեմով գրվել են ոչ միայն ամբողջ թվերը, այլև կոտորակները, ճիշտ այնպես, ինչպես մենք տասնորդական սիստեմով գրում ենք տասնորդական կոտորակներ։ Այստեղ նույնպես, ինչպես ամբողջ թվերի դեպքում, գրված կոտորակ թիվը հասկացվում է բազմարժեք կերպով. օրինակ՝ $3\frac{2}{5}$ մենք գրում ենք այսպես՝ 3,4. այդ նույնը բաբելացի հաշվողը պատկերացնում էր $3^{24}/_{60}$ և գրում էր այսպես՝ [cuneiform], այսինքն այնպես, ինչպես $3.60+24$։ Այստեղ պարզ կերպով երևում է բազմարժեքությունը։ Այդ նույն թվի տակ կարելի է հասկանալ նաև $^{17}/_{300}={}^{3}/_{60}+{}^{24}/_{60}$ կամ $^{17}/_{18000}={}^{3}/_{60^2}+{}^{24}/_{60^3}$։

Մեր օրերում մեզնից յուրաքանչյուրը, երբ նայում է իր ժամացույցին, կամ երբ հողաչափները և աստղաբաշխները գործածում են այնպիսի գործիքներ, որտեղ շրջանագիծը բաժանված է 360 մասի, միշտ որոշ չափով տուրք է տրվում հնագույն բաբելական ժողովրդի ստեղծած կուլտուրային։

Վաթսունական պոզիցիոն սիստեմի առաջացման խնդրով գիտնականները զբաղվում են շատ վաղուց։ Այս խնդիրը, որ ունի ավելի քան 1500 տարվա պատմություն, մինչև այսօր էլ սպառիչ և բավարար լուծում չի ստացել ոչ ոքի կողմից։ Թեոն Ալեքսանդրացին, որ ապրել է մեր թվականության IV դարի վերջերին ու V դարի սկզբներին և հանդիսանում է ականավոր աստղաբաշխ Պտղոմեոսի մեկնաբանողը, ենթադրեց, որ բաբելացիք իրենց թվարկության հիմքում դրել են 60 թիվը, որովհետև փոքր թվերի սահմաններում 60-ը համեմատաբար շատ բազմապատիկներ ունի։ Այս նույն տեսակետը բաժանում է նաև XVII դարի հռչակավոր մաթեմատիկոս Վալիսը։

Որոշ գիտնականներ, որոնց թվում և Կանտորը, վաթսունական սիստեմի առաջացումը բացատրում են բաբելացիների աստղաբաշխական դիտումներով։ Կանտորի կարծիքով՝ վաթսունական սիստեմի հիմքում ընկած է այն, որ շրջանագիծը, մի կողմից՝ բաժանվում է 6 մասի, իսկ մյուս կողմից՝ 360 մասի, որ համընկնում է տարվա կլորացրած 360 օրվա հետ։ Այսպիսով, շրջանագծի յուրաքանչյուր 6-րդ մասը բաժանվում է 60 մասի։ Առաջին տեսակետը, ըստ որի դրվում է բազմապատիկների կամ բաժանարարների խնդիրը, հիմնավոր չէ, որովհետև այս դեպքում ենթադրվում է զարգացած տեսական թվաբանության առկայությունը Բաբելոնում, որ իրականության չի համապատասխանում։ Երկրորդ տեսակետը, ըստ որի տարվա օրերը կլորացվում են, հնարավոր է այն ժամանակ միայն, եթե հրապարակի վրա կա թվարկության մի սիստեմ, իսկ եթե թվարկության այդ սիստեմը

Նկատի ունենալով, որ 1, 10, 100 և 1000 թվերն ունեն իրենց հատուկ նշանները, զերոյի պակասությունը բացասական ազդեցություն չի ունեցել։

Այս սիստեմում, ի տարբերություն բաբելական վաթսունական պոզիցիոն սիստեմի, բացառված է գրված թվերը բազմարժեք կերպով հասկանալու հնարավորությունը։

Պրոֆ. Վիգոդսկին իր „Арифметика и алгебра в древнем мире" աշխատության մեջ խոսելով վաթսունական սիստեմի առաջացման մասին

վաթսունական սիստեմ է, ապա Կանտորի բացատրությունը վերանում է, իսկ եթե տասնորդական սիստեմն է, ապա դարձյալ 60 թիվը մեզնից թաքուն է չհիմնավորված։

Կեվինը դեմ է դուրս գալիս Կանտորի տեսակետին և առաջարկում է հետևյալ տեսակետը։ Վաթսունական սիստեմն առաջ է եկել, որպես հետևանք, այն երկու ցեղախմբերի խառնուրդից, որ ունեցել են սումերացիները և աքքադացիները։ Մեկը տասնորդական, իսկ մյուսը՝ վեցական։ Կանտորը հրաժարվում է իր նախկին տեսակետից և ընդունում Կեվինի տեսակետը։ Չնայած նրան, որ Կեվինի տեսակետը լուրջ փաստարկում չունի, մինչև անգամ չի կարողանում մատնանշել, թե որ ժողովուրդն ինչ սիստեմ ուներ, այնուամենայնիվ այդ տեսակետը նախորդ տեսությունների համեմատությամբ մի քայլ առաջ է գնում, որովհետև դնում է «խառնուրդի» սկզբունքը։ Հաջորդ տեսակետը, որ առաջարկվեց 1927 թ. և որին պրոֆ. Վիգոդսկին առավելություն է տալիս մյուս տեսակետների նկատմամբ, պատկանում է О. Նոյգեբաուերին։ Նոյգեբաուերը թվարկության վաթսունական սիստեմի առաջացումը կապում է չափերի մեջ գոյություն ունեցած վաթսունական սիստեմի հետ։ Նա ցույց է տալիս, որ բաբելական մետրոլոգիայի մեջ մեծ և փոքր չափի հարաբերությունն արտահայտվում է 60 թվով։ Օրինակ, կշռային չափերում տաղանտը հավասար է 60 մինայի։ Մեկ մինան—60 շեկելի։ Պետք է նկատել, ասում է Նոյգեբաուերը, որ այն ժամանակ այդ չափերը կատարել են նաև փողային չափերի դեր. վաթսունական սիստեմի հիմքում դրվել է կշռային և դրամային չափերում որպես գործակից կիրառվող 60 թիվը։ Ըստ այս տեսության, ստացվում է, որ վաթսունական սիստեմի հիմքում դրվել է կշռային և դրամային չափերում որպես գործակից կիրառվող 60 թիվը։ Այն հարցին, թե ինչպես առաջացավ չափերի մեջ 60 թիվը, տրվում է հետևյալ պատասխանը։

Պատմական այն շրջանում, երբ տեղի է ունենում սումերացիների և աքքադացիների խառնումը, նրանցից ամեն մեկն ունենում է իր կշռային չափումները—տաղանտ և մինա, իսկ թվարկության սիստեմը երկու ժողովուրդների մոտ էլ տասնորդականն էր։ Առևտրական հարաբերությունները պահանջում են, որպեսզի կշռային չափերի մեջ ստեղծվի որոշ համարժեքություն։ Նկատի ունենալով, որ այդ ժամանակ $^1/_2$, $^1/_3$ կոտորակները գործածության մեջ էին, միայն $^1/_6$-ը հավասարեցվում է 10 շեկելի հետ։ Մինայի $^1/_6$ մասը հանդիսացել է պարզ կոտորակային մասը, իսկ 10 շեկելը պարզ, բայց մեծ միավորը։ Այստեղից էլ ստացվում է 1 մինան=60-շեկելի։ Այս երկու միավորները սկսում են գործածվել միաժամանակ։ Դրամական գումարները նույնպես արտահայտվում են մինայի և շեկելի միջոցով, այնպես, ինչպես մենք գործ ենք ածում ռուբլի և կոպեկ։ Սկզբնական շրջանում այդ թվերը գործ են ածվում որպես անվանական թվեր, հետագայում, երկար ժամանակ գործածելուց հետո, այնքան սովորական է դառնում 60 թիվը, որ մեծ թվերի անցնելու ժամանակ այդ թիվը դրվում է թվարկության նոր մշակվող սիստեմի հիմքում։

Չնայած առաջ քաշվող լուրջ հիմքերին, այնուամենայնիվ այս տեսակետը համոզիչ չէ և շատ շատերի համար թվում է անընդունելի։ Տյուրո Դանժենը առաջարկում է միանգամայն հակառակ տեսակետ։ Նա գտնում է, որ մետրոլոգիայում գործածվող 60 թիվը վերցվել է թվարկության 60-ական սիստեմից, որ գոյություն է ունեցել առաջ։ Տյուրո Դանժենը ասում է, որ հին ժամանակ բաբելական սիստեմն ունեցել է խառը բնույթ՝ վաթսունական և տասնորդական։ Երկրորդ կարգի միավոր եղել է 10-ը, 3-րդ կարգի միավոր՝ 60-ը, 4-րդ կարգի միավոր՝ 600-ը. 5-րդ կարգի միավոր՝ 3600-ը և այլն։ Ինչով բացատրել, որ մի անգամ վերցվում է 10, իսկ մյուս անգամ 6-ը, շատ տարօրինակ է։ Տյուրո Դանժենը 6 թիվը վերցնելը դարձյալ բացատրում է նրանով, որ այդ թիվը շատ հարմար է, ունի 2 և 3 բազմապատկիչներ։ Այսպիսով, մենք նորից վերադառնում ենք այդ նույն հարցին, որը դրվում էր 1500 տարի առաջ։

մեկ ծանոթագրությամբ ասում է. «Սակայն պետք է նշեմ, որ Նոյգեբաուերի թեորիան չի պարզում այն հարցը, թե ինչով բացատրել մաքուր տասնորդական սիստեմի առկայությունը առանձին նշաններով 100-ի, 1000-ի և այլնի համար՝ վաթսունական սիստեմի հետ միասին։ Ինքը Նոյգեբաուերը («Դասախոսություններ», էջ 110, ռուս. թարգմանութ.) հիշատակում է, որ մի դուռ մաթեմատիկական տեքստում (ասորական դարաշրջանի) «մենք ունենք հաշվողական տեխնիկայի զարգացման վերջին ստադիան և վաթսունական նշանակումների հետ մեկտեղ հանդիպում ենք և նշանակումների տասնորդական տրանսկրիպցիայի, օրինակ՝ 1,48-ը նշանակված է 1-me 8 «մեկ հարյուրյակ և 8»։ Սրան անհրաժեշտ էր ավելացնել, որ ոչ-մաթեմատիկական տեքստերում տասնորդական արանսկրիպցիան կիրառվում է և մեծ թվերի նկատմամբ (մինչև միլիոն), որի վրա ասորագետներն ուշադրություն են դարձրել մաթեմատիկական տեքստերի հայտաբերումից շատ առաջ և որը նշել է Կանտորը իր „История математики“ աշխատության (հատ. 1-ին, 1880 թ., էջ 70—71) առաջին հրատարակության մեջ։ «Տասնորդական տրանսկրիպցիայի առկայությունն ուշ դարաշրջանում՝ չի՞ նշում արդյոք այն հանգամանքը, որ նաև վաղ ժամանակներում թվարկության տասնորդական սիստեմը, նման եգիպտականին, գոյություն է ունեցել վաթսունականին զուգահեռաբար։ Իսկ եթե առաջինը երևան է եկել միայն ասորեստանյան դարաշրջանում, ապա ի՞նչ պարագաներում կարող էր տեղի ունենալ այդ։ Այս հարցերը, որքան ինձ հայտնի է, գրականության մեջ չեն դրվել»։[1] Այս նույն խնդրի մասին Նոյգեբաուերը գրում է. «Թվարկության այս սիստեմը ոչ-մաթեմատիկական տեքստերում կիրառվել է առաջ, քան երկրորդ հազարամյակի սկիզբը (այսպես, օրինակ, դա կիրառվել է խեթական տեքստերում, որոնք վերաբերում են 1800—1200 թվականներին և համապատասխան կերպով՝ ասուրական տեքստերում, սկսած հին ասուրականից)»։[2]

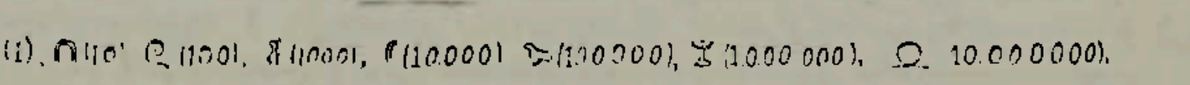
Վերոհիշյալ մեջբերումները ցույց են տալիս, որ Բաբելոնում, հատկապես ասուրական շրջանում, միաժամանակ գոյություն է ունեցել թվարկության երկու սիստեմ—վաթսունական և տասնորդական։

Մի կողմ թողնելով այդ երկու սիստեմների միաժամանակ գոյության ու առաջացման պայմաններն ու պատճառները, մեզ հետաքրքրող հարցի տեսակետից անհրաժեշտ է նշել, որ այստեղ թվարկության տասնորդական սիստեմի հարցը սեպագիր նշաններով գրվում է այնպես, ինչպես գոյություն է ունեցել Եգիպտոսում հիերոգլիֆ նշանների միջոցով։[3]

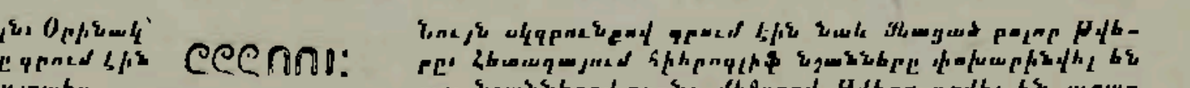
[1] *М. Я. Выгодский*, Арифметика и алгебра в древнем мире, Москва, 1941, стр. 70.

[2] *О. Нейгебауер*, Лекции по истории античных математических наук, том I, М.—Л. 1937, стр. 110.

[3] Եգիպտոսում, ինչպես հայտնի է, թվերը գրելու համար գոյություն ունեին հետևյալ հիերոգլիֆ նշանները.



և այլն։ Օրինակ՝ 321-ը գրում էին այսպես.



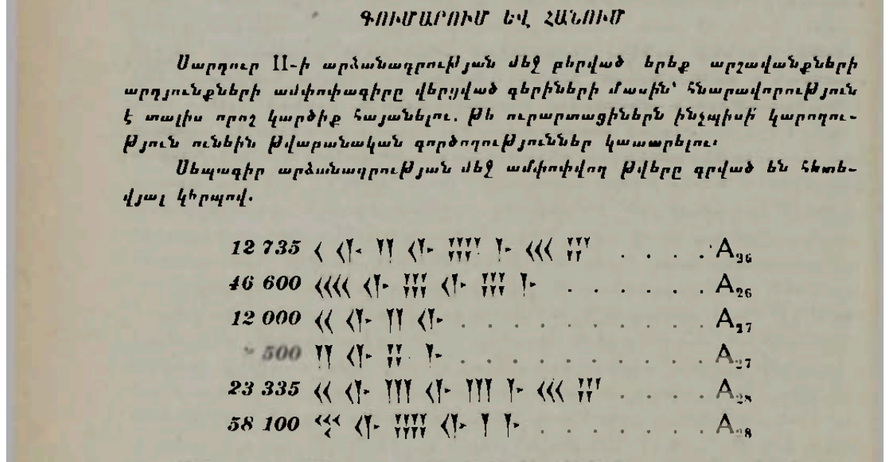
Նույն սկզբունքով գրում էին նաև մեծացած բոլոր թվերը։ Հետագայում հիերոգլիֆ նշանները փոխարինվել են այլ նշաններով, որոնց միջոցով թվերը գրվել են արագ և արտահայտվել կարճ, սակայն միշտ մեծացել է գումարման նույն սկզբունքը։

Ուրարտուում գործածված թվարկության սիստեմը՝ դա տասնորդական սիստեմ է, որը արմատապես տարբերվում է եգիպտական տասնորդական սիստեմից և շատ մոտ է մեր թվարկության տասնորդական այժմյան պոզիցիոն սիստեմին։

ԳՈՒՄԱՐՈՒՄ ԵՎ ՀԱՆՈՒՄ

Սարդուր II-ի արձանագրության մեջ բերված երեք արշավանքների արդյունքների ամփոփագիրը վերցված գերիների մասին՝ հնարավորություն է տալիս որոշ կարծիք հայանելու, թե ուրարտացիներն ինչպիսի կարողություն ունեին թվաբանական գործողություններ կատարելու։

Սեպագիր արձանագրության մեջ ամփոփվող թվերը գրված են հետևյալ կերպով։



Այժմ բոլոր թվերը դասավորելով մի ընդհանուր աղյուսակում, կըստանանք.

	8 135	25 000	6 000	2 500	12 300	32 100
	3 500	10 500	4 000	—	8 525	18 000
	1 100	6 500	2 000	—	2 538	8 000
Ընդամենը՝	12 735	42 000	12 000	2 500	23 363	58 100
Ըստ ամփոփման	12 735	46 600	12 000	2 500	23 335	58 100
		+4 600			—28	

Եթե 10500-ի փոխարեն վերցնենք 15100, գումարը ճիշտ կստացվի, և, ինչպես գրում է Մառը, տեղը այդ հնարավորությունը տալիս է, իսկ ինչ վերաբերում է 28-ին, ապա հավանական է, որ գա առաջացել է անուշադրության հետևանքով։ Այս օրինակը ցույց է տալիս, որ ուրարտացիք ազատ կերպով կարողացել են տասնյակ հազարների հասնող թվեր իրար հետ գումարել։ Այս օրինակը միաժամանակ մեզ բերում է այն եզրակացության, որ թվաբանությունն Ուրարտուում գտնվելիս է եղել բավականին բարձր աստիճանի վրա։ Ուրարտացիք ունենալով թվարկության լավ մշակված տասնորդական սիստեմ, ազատ կերպով կատարել են թվաբանական գործողություններ՝ ոչ միայն գումարում և հանում, այլև, հավանական է, բազմապատկում և բաժանում։

ՀԻՆ ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ԿԱՊԸ ՈՒՐԱՐՏԱԿԱՆ ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏ

Որպեսզի հնարավոր լինի համեմատել հին Հայաստանում գործադրված թվարանությունը ուրարտական թվարանության հետ, համառոտակի կանգ առնենք թվարկության այն սիստեմի վրա, որը գործադրվում էր հին Հայաստանում։ Հին Հայաստանում գործադրվել է թվարկության այբուբենական տասնորդական սիստեմ. հայկական այբուբենի «ա»-ից մինչև «թ» տառը հանդիսացել են միավորներ, «ժ»-ից մինչև «ղ» տասնավորներ, «ճ»-ից մինչև «ջ»՝ հարյուրավորներ, «ռ»-ից մինչև «ք»՝ հազարավորներ. ավելի պարզ երևում է հետևյալ աղյուսակից՝

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Միավորներ	ա	բ	գ	դ	ե	զ	է	ը	թ
Տասնավորներ	ժ	ի	լ	խ	ծ	կ	հ	ձ	ղ
Հարյուրավորներ	ճ	մ	յ	ն	շ	ո	չ	պ	ջ
Հազարավորներ	ռ	ս	վ	տ	ր	ց	ւ	փ	ք

Սովորական տառերը թվական տառերից տարբերելու համար՝ վերջիններիս վրա դրվում էր հորիզոնական գծիկ, կամ տառի սկզբից և վերջից դրվում էր կետ. օրինակ՝ մլդ կամ՝ .մլդ.=234, սյխե = 2345 = .սյխե։ Որոշ ձեռագրերում գործ են ածվում հետևյալ նշանակումները. դռ=4000, փոխանակ գրելու անմիջապես տ, կամ. գռջ=3900, փոխանակ վջ։ Զերոյի համար նշան չկա և դրա անհրաժեշտությունն այս սիստեմում, որ պոզիցիոն չէ, չի զգացվում։ Մեծ թվեր գրելու համար օգտագործել են այբուբենի տառերը, լրացուցիչ նշան մտցնելով։ Այսպես, օրինակ՝ ա՝ = 10 000, մեկ բյուր, գ՝ = 30 000... ժ՝ = 100.000 և այսպես շարունակ, ք՝ = 9.10^7։

Գումարման աղյուսակները հին Հայաստանում ունեցել են հետևյալ տեսքը.

ա	ա	բ	ժ	ժ	ի	1+1=2	10+10=20
ա	բ	գ	ժ	ի	լ	1+2=3	10+20=30
ա	գ	դ	ժ	լ	խ	1+3=4	10+30=40
ա	դ	ե	ժ	խ	ծ	1+4=5	10+40=50
ա	ե	զ	ժ	ծ	կ	1+5=6	10+50=60
ա	զ	է	ժ	կ	հ	1+6=7	10+60=70
ա	է	ը	ժ	հ	ձ	1+7=8	10+70=80
ա	ը	թ	ժ	ձ	ղ	1+8=9	10+80=90
ա	թ	ժ	ժ	ղ	ճ	1+9=10	10+90=100

Հանման աղյուսակները հին Հայաստանում ունեցել են հետևյալ տեսքը.

ա	ժ	թ	գ	ժբ	թ	$10-1^{1}=9$	$12-3=9$
ա	թ	ը	գ	ժա	ը	$9-1=8$	$11-3=8$
ա	ը	է	գ	ժ	է	$8-1=7$	$10-3=7$
ա	է	զ	գ	թ	զ	$7-1=6$	$9-3=6$
ա	զ	ե	գ	ը	ե	$6-1=5$	$8-3=5$
ա	ե	դ	գ	է	դ	$5-1=4$	$7-3=4$
ա	դ	գ	գ	զ	գ	$4-1=3$	$6-3=3$
ա	գ	բ	գ	ե	բ	$3-1=2$	$5-3=2$
ա	բ	ա	գ	դ	ա	$2-1=1$	$4-3=1$

Այս համառոտ ծանոթությունններից հետո անցնենք համեմատությանը։

1. Եթե մի կողմ թողնենք այն, որ ուրարտացիք թվերը գրում էին սեպագիր նշաններով, իսկ հայերը՝ այբուբենի տառերով, ապա կարելի է ասել, որ թվերի գումարումը և հանումը կատարվում էր նույն եղանակով։ Հանման գործողության ժամանակ հին Հայաստանում հանելին գրում էին նվազելուց առաջ, այնպես, ինչպես ուրարտացիք և բաբելացիք։

2. Հայերը 10 000-ի համար ունեին հատուկ բառ՝ «բյուր», իսկ ուրարտացիք՝ atibi։

3. Ուրարտացիք 4 000-ը գրում էին այսպես՝ YYYY ⟨Y-։ Ինչպես տեսանք, հին Հայաստանում, հիմնական նշանակումների հետ միասին, այս ձևը նույնպես գործածվել է։ Հայերը 4 000-ը գրում էին այսպես՝ դռ=4 000-ի։

4. Ուրարտացիք 3 900-ը գրում էին այսպես՝ YYY ⟨Y- ⁝⁝⁝ Y-, հայերը գրում էին գռՋ=3 900։ Համեմատությունը ցույց է տալիս, որ գրելու եղանակը պահպանվում է։

Համեմատությունը կարելի էր շարունակել, սակայն ուրարտական զուտ մաթեմատիկական տեքստերի բացակայությունը մեզ զրկում է այդ հնարավորությունից։

ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ռազմաքաղաքական-ռազմական, կրոնական շենքերի, բերդերի, ջրանցքների կառուցումները, առևտրի զարգացումը, չափ ու կշիռների գործադրությունը, շրջապատի ուսումնասիրությունը զարկ տվին ուրարտացիների գիտելիքներին ճշգրիտ գիտությունների գծով, հատկապես թվաբանությունը XI—VII դարերում, նախաուրարտական շրջանի համեմատությամբ, հասավ զարգացման բարձր աստիճանի։

2. Ուրարտացիք բարձր գնահատելով բաբելա-ասուրական կուլտուրան, վերցնում են նրանց սեպագիր գրերը, ստեղծում իրենց գիրն ու գրականությունը, օգտագործելով սեպագիր թվանշանները, գործածության մեջ են դնում բավականին մեծ թվեր։

3. Ուրարտական թագավորական արձանագրություններում գործածված թվականների ուսումնասիրությունն ակնհայտ կերպով ցույց է տալիս, որ ուրարտական պետության մեջ գործադրվել է թվարկության տասնոր-

[1] Մեր նշանակումներով նախ գրված է նվազելին, ապա հանելին, մինչդեռ հին Հայաստանում գրվում էր նախ հանելին, ապա նվազելին։

ական սիստեմ, որպիսին արմատապես տարբերվում է եգիպտական թվարկության տասնորդական սիստեմից և շատ մոտ է մեր թվարկության այժմյան պոզիցիոն տասնորդական սիստեմին։

4. Հին Հայաստանում գործադրված թվաբանության համեմատությունը ուրարտական թվաբանության հետ՝ ցույց է տալիս նրանց անմիջական կապը։ Ուրարտական թվաբանության դպլի հետքեր նկատվում են դեռ հին Հայաստանում, Անանիա Շիրակացու ապրած ժամանակաշրջանում և հետո գործադրված թվաբանության մեջ։

Г. Б. Петросян

Арифметика в Урарту по урартским клинописям

Р Е З Ю М Е

1. Строительство гражданских, военных, церковных сооружений, крепостей, каналов, развитие торговли, применение мер и весов, изучение окружающей среды развили познания урартийцев по точным наукам; в частности арифметика достигла в IX—VII веках до нашей эры высокого развития в сравнении с доурартским периодом.

2. Урартийцы, высоко оценивая ассиро-вавилонскую культуру, перенимают у них клинообразные письмена, создают свою письменность и литературу, использованием клинообразных цифр вводят в употребление и делают обиходными крупные числа.

3. Изучение числительных, применяемых в урартских царских надписях, с несомненностью показывает, что в урартском государстве была принята десятичная система счисления, коренным образом отличавшаяся от египетской десятичной системы счисления и очень близкая к нынешней нашей позиционной десятичной системе.

4. Сравнение арифметики в древней Армении с урартской указывает на их непосредственную связь. Чувствительные следы урартской арифметики заметны в древней Армении еще в эпоху, когда жил и работал Анания Ширакаци, и в арифметике, употреблявшейся позже.

G. B. Petrosian

The Arithmetics in Urartu according to Urartian Cuneiform inscriptions

S u m m a r y

The construction of the military, civil and church buildings, of the fortresses and canals, the development of the trade, the application of weights and scales (metrical), the study of surrounding life—developed the knowledge of Urartu people on the line of the exact sciences, especially to the science of Arithmetics which during the 9—7 centuries before our era attained a high degree of development in comparison with the ancient ages of pre—Urartu period.

2. Appreciating highly the culture of Assyrians and Babilons, the people of Urartu take their cuneiform alphabet and create their own letters and literature; they used cuneiform numbers, which they introduce into practice and make for every day use of the high numbers.

3. The study of the numerals applied in the inscriptions of the Urartian kingdom show obviously, that in the period of Urartian State there was the decimal numeration system exercised which radically differed from the Egyptian decimal system of numeration (scale of notation) and had the nearer relation to the present days position of decimal cystem.

4. The comparison of the arithmetics of the Urartians with that of old Armenia shows their immediate connection with each other. The very traces of Urartian arithmetics are still noticeable in old Armenia during the period of Anania Shirakatsy and in arithmetics used latter.