

УДК 535

В. М. Арутюнян, Ю. П. Малакян, А. О. Меликян

Усредненные уравнения для интенсивности электромагнитных волн в среде, учитывающие интерференцию

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 23/ХІІ 1968)

В настоящей работе рассмотрены процессы излучения электромагнитных волн в одномерном резонаторе с активным веществом на основе уравнений, учитывающих интерференцию (1,2). В случае, когда коэффициенты отражения зеркал резонатора близки к единице, можно пользоваться приближением, развитым в (3), где аналогичная задача решена без учета влияния интерференции волн. Суть этого приближения заключается в том, что интенсивности считаются линейными функциями пространственной координаты. В предельном случае закрытого резонатора, согласно точному решению при однородных начальных условиях интенсивность постоянна вдоль резонатора (4). Как мы увидим, учет интерференции вносит местами весьма существенные поправки в результаты теории баланса.

Надо отметить, что уравнения, аналогичные полученным в (1), использованы в (5), однако в такой форме их применимость представляется нам ограниченной.

Выпишем исходную систему уравнений

$$\pm \frac{\partial a_{1,2}}{\partial x} - \frac{1}{v} \frac{\partial a_{1,2}}{\partial t} + \frac{\beta}{2} a_{1,2} = \sigma \left(\frac{1}{2} - i \frac{\varepsilon}{\Gamma} \right) (\Delta_0 a_{1,2} + \Delta_{1,-1} a_{1,2}), \quad (1)$$

$$\Delta_m = -\Delta(0,x) \gamma(t,x) l_m(4\sigma|z(t,x)|) e^{imargz(t,x)} +$$

$$+ (-1)^m n \left(\omega - \frac{1}{\tau} \right) \gamma(t,x) \int_0^t \frac{dt'}{\gamma(t',x)} l_m[4\sigma|z(t,x) - z(t',x)|] \times$$

$$\times e^{imarg|z(t,x) - z(t',x)|} \quad m = -1, 0, 1, \quad (2)$$

$$\gamma(t,x) = \exp \left\{ - \left(\omega + \frac{1}{\tau} \right) t - 2\sigma \int_0^t [|a_1(t',x)|^2 + |a_2(t',x)|^2] dt' \right\},$$

$$z(t,x) = \int_0^t a_1^*(t',x) a_2(t',x) dt.$$

Обозначения следующие: $\varepsilon = \sigma_0 \Gamma^2 (4\varepsilon^2 + \Gamma^2)^{-1}$, где ε — расстройка, σ_0 — поперечник в резонансе, Γ — константа релаксации, $\Delta(0, x)$ — начальная перенаселенность, n — плотность активных атомов, τ — время спонтанного перехода, w — мощность подкачки, a_1 и a_2 — амплитуды волн, бегущих вправо и влево, нормированные на интенсивность, $I_m(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента, β — постоянная поглощения.

Согласно сделанным предположениям, мы должны отнести систему (1) к точкам $x=0$ и $x=L$, где L — длина резонатора, и положить

$$J_{1,2}(t, L) = J_{1,2}(t, 0) + \left. \frac{\partial J_{1,2}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0} L. \quad (3)$$

Учтем также граничные условия

$$a_1(t, 0) = \xi \sqrt{r_1} a_2(t, 0), \quad a_2(t, L) = \xi \sqrt{r_2} a_1(t, L) e^{2ikL}, \\ \xi^2 = 1. \quad (4)$$

После этого можно перейти к уравнениям для $J_{1,2}$ и фаз, причем достаточно иметь уравнение для одной из интенсивностей. Рассмотрим

сначала режим накопления $\left(w = \frac{1}{\tau} = 0 \right)$. В этом случае после введения обозначения

$$u_1(t) = 4\varepsilon \int_0^t J_2(t', 0) dt' \quad (5)$$

и однократного интегрирования по t (при $r_1 = 1$) уравнение для u_1 примет вид:

$$\frac{du_1}{dt} = 4\varepsilon J_2(0, 0) + \frac{2\varepsilon \Delta(0) v}{1+r_2} \left\{ 1 - e^{-\frac{1}{2}(1+r_2)u_1} I_0(\sqrt{r_2} u_1) \right\} - \\ - \left(\frac{v}{L} \frac{1-r_2}{1+r_2} + v\beta \right) u_1. \quad (6)$$

Считая, что $4\varepsilon J_2(0, 0) \ll 2v\varepsilon \Delta(0)$, из условия $\left. \frac{du_1}{dt} \right|_{t \rightarrow \infty} = 0$ получаем уравнение для энергии, излученной за время генерации через левую границу

$$u_1(\infty) \left\{ 1 - I_0(\sqrt{r_2} u_1(\infty)) \exp \left[-\frac{1+r_2}{2} u_1(\infty) \right] \right\}^{-1} = \alpha, \quad (7)$$

где

$$\alpha = 2\varepsilon \Delta(0) \left[\frac{1-r_2}{L} + (1+r_2) \beta \right]^{-1}.$$

В приближении баланса энергия определяется следующим уравнением:

$$u_1^B(\infty) \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1+r_2}{2} u_1^B(\infty) \right] \right\}^{-1} = \alpha. \quad (8)$$

Можно получить уравнения для энергии, излученной через правую границу. На рис. 1 приведена зависимость функций $\frac{u_1(\infty)}{u_1^B(\infty)}$ и

$\frac{u_2(\infty)}{u_2^B(\infty)}$ от α .

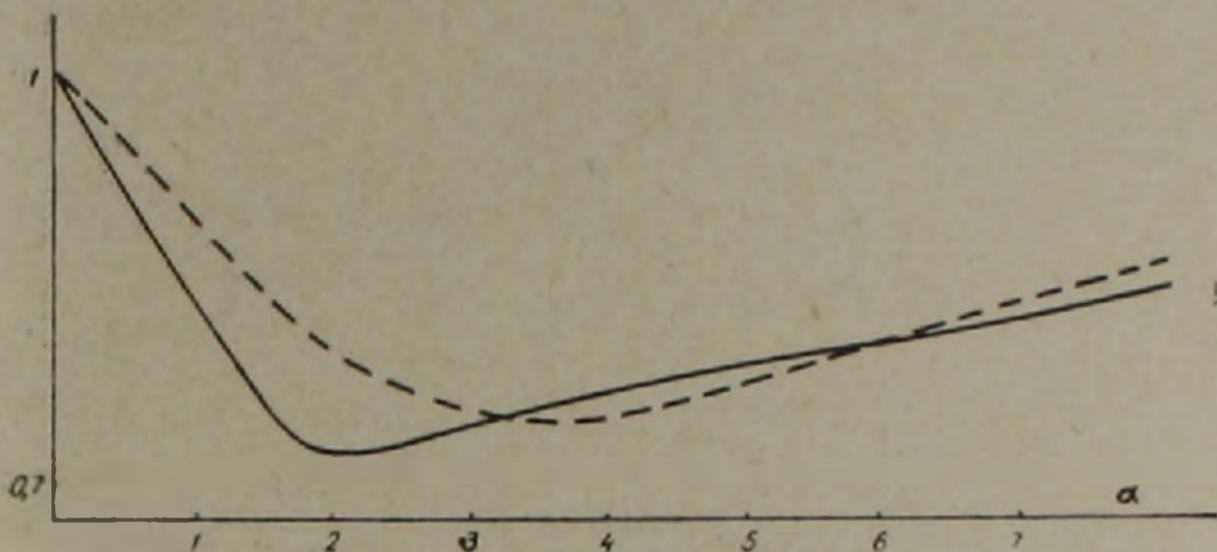


Рис. 1. Сплошная кривая соответствует $\frac{u_1(\infty)}{u_1^B(\infty)}$; прерывистая $\frac{u_2(\infty)}{u_2^B(\infty)}$

Перейдем к рассмотрению стационарного режима. В этом случае интенсивности не зависят от времени. Используя известные формулы для интегралов от бесселевых функций и вводя обозначения:

$$\rho = 2 \left(1 + r_2 + \frac{1 - r_2}{L\beta} \right), \quad x = \frac{8\sigma}{\omega + \frac{1}{\tau}} J_2,$$

$$\lambda = \frac{2\sigma n}{\beta} \frac{\omega\tau - 1}{\omega\tau + 1} \quad (9)$$

имеем уравнение (для $r_1 = 1$)

$$x^3 (1 - r_2)^3 + 8x^2 [1 + r_2 - \lambda\rho^{-1} (1 - r_2)^2] + + 16x [\lambda^2 \rho^{-2} (1 - r_2)^2 - 4\lambda\rho^{-1} (1 + r_2) + 1] + + 128\lambda^2 \rho^{-2} (1 + r_2) - 128\lambda\rho^{-1} = 0. \quad (10)$$

Учитывая граничные условия, найдем спектр мод

$$\omega = \omega_0 \frac{\pi n \Gamma - \frac{1}{2} \omega_0 \ln r_2 + \omega_0 \beta L}{-\frac{1}{2} \omega_0 \ln r_2 + \Gamma \omega_0 L v^{-1} + \omega_0 \beta L} \quad (11)$$

$$n = 0, \pm 1, \dots$$

Аналогичное выражение получено в (6) без учета β . На рис. 2 приведено распределение интенсивности по частотам, полученное численным решением уравнения (10) при следующих значениях параметров $\beta = 0,03 \text{ см}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $\sigma_0 = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$, $\Gamma = 3 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$,

$n = 10^{19} \text{ см}^{-3}$, $\tau = 3 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$, вдали от порога генерации для $r_2 = 0,8$ и $r_2 = 1$, причем, как отмечалось выше, при $r_2 = 1$ получено точное

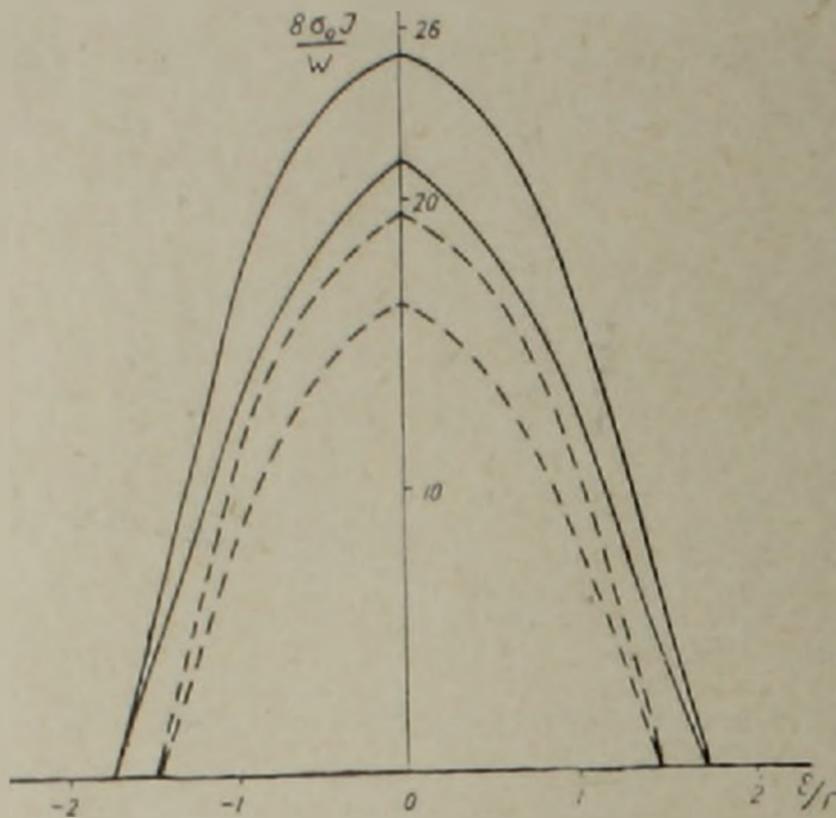


Рис. 2. Сплошные кривые — $r_2 = 1$; прерывистые — $r_2 = 0,8$. В обоих случаях уравнения баланса дают большее значение интенсивности

решение. Для сравнения приведены кривые, полученные из уравнений баланса. Далее, из условия генерации $J_2 > 0$ получаем границы спектра

$$|\omega - \omega_0| = \frac{\Gamma}{2} \sqrt{\frac{\sigma_0 n}{\beta} \frac{\omega\tau - 1}{\omega\tau + 1} \frac{1 + r_2}{1 + r_2 + (1 - r_2) L\beta} - 1}, \quad (12)$$

а также пороговое значение подкачки

$$\bar{\omega}_n = \frac{1}{\tau} \frac{(\sigma_0 L n + L\beta)(1 + r_2) + 1 - r_2}{(\sigma_0 L n - L\beta)(1 + r_2) + 1 + r_2}. \quad (13)$$

Рассмотрим теперь малые отклонения от стационарности. Будем считать, что нестационарные добавки к амплитудам имеют вид:

$$b_{1,2} = \exp(i\varphi_{1,2} + \delta t) p_{1,2}. \quad (14)$$

Зависимость p от x легко исключается, и поскольку $b_{1,2}$ удовлетворяют тем же граничным условиям, что и $a_{1,2}$, можно положить $p = p_1 = p_2 = \text{const}$. Линеаризуя исходные уравнения относительно p , получим уравнение для величины δ , которое решаем в приближении $\delta(\omega + \tau^{-1})^{-1} \gg 1$

$$\delta = -\frac{\lambda}{2} \sigma \omega (1 + 4r_2 + r_2^2) \left(\omega + \frac{1}{\tau}\right)^{-1} \times \\ \times \left[\frac{\lambda}{2} (1 + r_2) - 1 - r_2 - (1 - r_2) \frac{1}{L\beta} \right]^{-1} \pm i \sqrt{\tau \omega \beta \left[\frac{\lambda}{2} - \frac{1 - r_2}{L\beta (1 + r_2)} - 1 \right]}. \quad (15)$$

Из уравнений баланса получим:

$$\delta = -\frac{\lambda}{4} \omega (1 + r_2) \left(1 + r_2 - \frac{1 - r_2}{L\beta}\right)^{-1} \pm$$

$$\pm i \sqrt{v\omega\beta \left| \frac{\lambda}{2} - \frac{1-r_2}{L\beta(1+r_2)} - 1 \right|} \quad (16)$$

Таким образом, процесс приближения к стационарному режиму сопровождается осцилляциями интенсивности с частотой порядка 10^6 сек^{-1} при вышеуказанных значениях параметров. Фазовые соотношения влияют только на величину действительной части δ . На рис. 3 приве-

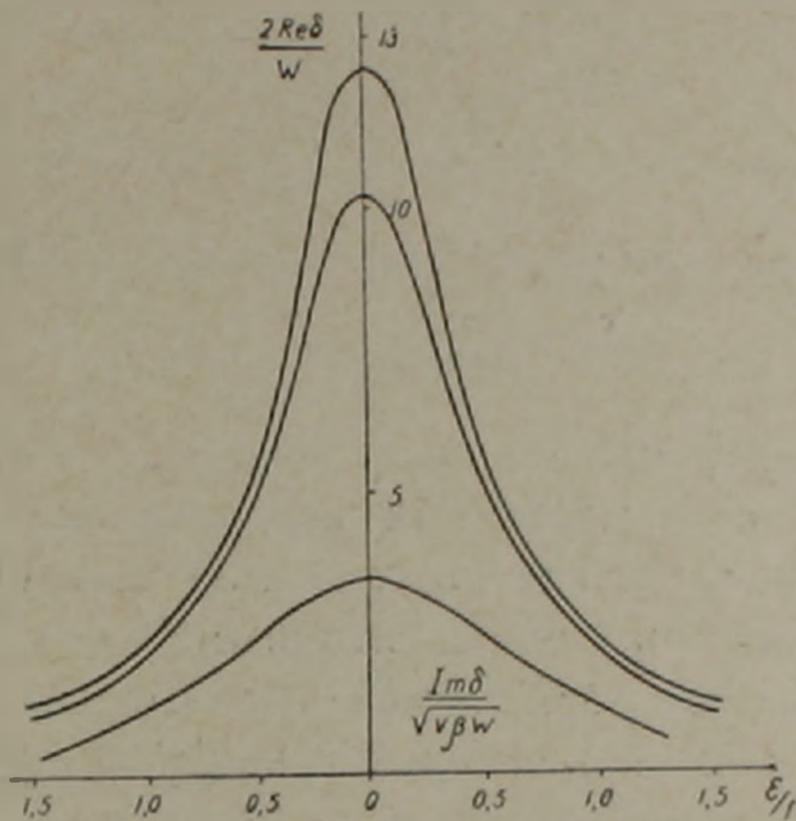


Рис. 3. $r_2 = 0,8$. Интерференция волн приводит к увеличению $Re\delta$ и не изменяет $Im\delta$

дены кривые для $Im\delta$ и $Re\delta$. Скорость стремления к стационарному режиму значительно больше у центральных мод, чем боковых. Как и следовало ожидать, уменьшение r_2 ведет к уменьшению частоты осцилляций и постоянной затухания.

В заключение выражаем благодарность член-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Յու. Պ. ՄԱԼԱԲՅԱՆ, Ա. Հ. ՄԵԼԻԲՅԱՆ

Միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների ինտենսիվության համար ինտերֆերենցիան հաշվի առնող հավասարումները

Ինտարկված են լույսի ստաբիլացման պրոցեսները ակտիվ նյութ պարունակող փակ ռեզոնատորում այն մոտավորությամբ, երբ ռեզոնատորի հայելիների անդրադարձման գործակիցները մոտ են մեկին: Ստացված են Ստատց-դե-Մարսի հավասարումների տիպի հավասարումներ, որոնք հաշվի են առնում ալիքների ինտերֆերենցիան: Հետազոտված է էներգիտիկ լրիվ ելքը և համեմատված է բալանսի տեսության արդյունքների հետ: Ստացիոնար ռեժիմի համար ստացված է մոդաների սպեկտրը և ինտենսիվության բաշխումը: Պարզված է ինտերֆերենցիայի ազդեցությունը սելակոստիայի արագության վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ В. М. Арутюнян, ЖЭТФ, 53, 17, 183 (1967). ² А. Л. Микаелян, М. Л. Тер-Микаелян, Ю. Г. Турков, Оптические генераторы на твердом теле, „Советское радио“, М., 1967. ³ Н. Stalz, G. A. De Mars, Quantum Electronics, N. Y. 1960. ⁴ В. М. Арутюнян, А. О. Меликян, ДАН АрмССР, т. 44, № 4 (1967) ⁵ J. A. Fleck, Jr., Phys. Rev. Letters 21, 131 (1968); J. A. Fleck, Jr., Appl. Phys. Letters 12, 178 (1968). ⁶ Л. А. Островский, Е. И. Якубович, ЖЭТФ, 46, 363 (1964).