

Գևորգի ՍԱՀԱԿՅԱՆ

ԱրՊՀ կիրառական մաթեմատիկայի և ինֆորմատիկայի ամբիոնի դոցենտ, ֆ.մ.գ.թ.

E-mail: ter_saak_george@mail.ru

Կարինե ՄԱՐՈՒԹՅԱՆ

ԱրՊՀ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի ամբիոնի դոցենտի պաշտոնակատար

E-mail: marutyankarine@asu.am

MATHCAD ԾՐԱԳԻՐԸ

«ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ ԵՎ ՄԱԹԵԱՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՎԻՃԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆ» ԱՌԱՐԿԱՅԻ ԴԱՍԱՎԱՆԴՄԱՆ ԳՈՐԾԸՆԹՅՈՒՄ

Ժամանակակից տեղեկատվական տեխնոլոգիաները հնարավորություն են տալիս արագացնել և բարելավել ուսումնական գործընթացի արդյունավետությունը, այն ավելի տեսողական, հարմար դարձնել քննարկվող նյութը յուրացնելու համար ([1]-[3]): Մի շարք մաթեմատիկական ծրագրերի օգտագործումը, ինչպիսին է Mathcad-ը, մեր կարծիքով դասերը բավականին արդյունավետ կդարձնեն: Այս տեսանկյունից Mathcad մաթեմատիկական փաթեթն ունի անհրաժեշտ ռեսուրս մաթեմատիկական տարբեր հասկացությունների նկարագրողման, ինչպես նաև մաթեմատիկայի մեջ օգտագործվող մեծությունների և և արտահայտությունների հաշվարկման համար: Մյուս կողմից, Mathcad-ն ունի բավականին հարմար ինտերֆեյս [4], որը թույլ է տալիս շատ կարճ ժամանակում ծանոթանալ իր միջավայրում աշխատելու սկզբունքներին: Մաթեմատիկական փաթեթի օգտագործումը նաև կիսնայի մաթեմատիկական տարբեր արտահայտություններ (գումար, ինտեգրալ և այլն) հաշվարկելու համար պահանջվող ժամանակը և դրանով իսկ կմեծացնի արդյունքների վերլուծության ժամանակը, ինչը, ի վերջո, ավելի կարևոր է, քան դրանց հաշվարկման գործընթացը: Աշխատանքի

նպատակն է դիտարկել Mathcad մաթեմատիկական փաթեթի կիրառումը “Հավանականությունների տեսություն և մաթեմատիկական վիճազրություն” դասընթացի «Բեռնուլիի բանաձևը», «Պատահական երևույթներ», «Պատահական մեծություններ», «Վիճակագրական տվյալների մշակում» թեմաների ուսումնասիրման ընթացքում:

Բանալի բառեր՝ Բեռնուլիի բանաձև, պատահական մեծություն, մաթեմատիկական սպասում, դիսպերսիա, Mathcad-ի կիրառությունները

Г. Саакян, К. Марутян
ПРОГРАММА MATHCAD В ПРОЦЕССЕ ПРЕПОДАВАНИЯ
ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Современные информационные технологии позволяют ускорить и повысить эффективность учебного процесса, сделать его более наглядным, удобным для усвоения обсуждаемого материала ([1]-[3]). Использование ряда математических программ, таких как Mathcad, на наш взгляд, сделает занятия достаточно эффективными. С этой точки зрения математический пакет Mathcad обладает необходимым ресурсом для иллюстрации различных математических понятий, а также для вычисления величин и выражений, используемых в математике. С другой стороны, Mathcad имеет достаточно удобный интерфейс [4], позволяющий в очень короткие сроки ознакомиться с принципами работы в его среде. Использование математического пакета также экономит время, необходимое для вычисления различных математических выражений (суммы, интеграла и т. д.) и тем самым увеличит время анализа результатов, что в конечном итоге важнее, чем сам процесс их вычисления. Цель работы – рассмотреть применение математического пакета Mathcad при изучении тем «Формула Бернулли», «Случайные явления», «Случайные величины», «Статистическая обработка данных» в курсе «Теория вероятностей и математические вычисления».

Ключевые слова: Формула Бернулли, случайные величины, математическое ожидание, дисперсия, применения Mathcad

G. Sahakyan, K.L. Marutyanyan
MATHCAD PROGRAM IN THE PROCESS OF TEACHING
THE DISCIPLINE “PROBABILITY THEORY AND
MATHEMATICAL STATISTICS”

Modern information technologies make it possible to speed up and

improve the efficiency of the educational process, make it more visual, suitable for mastering the discussed material ([1]-[3]). The use of a number of mathematical programs, such as Mathcad, in our opinion, will make the lessons quite effective. From this point of view, the Mathcad mathematical package has a necessary resource for the illustration of various mathematical concepts, as well as for the calculation of quantities and expressions used in mathematics. On the other hand, Mathcad has a fairly convenient interface [4], which allows you to familiarize yourself with the principles of working in its environment in a very short time. Using a math package will also save the time required to calculate various mathematical expressions (sum, integral, etc.) and thereby increase the time for analyzing the results, which is ultimately more important than the process of calculating them. The aim of the work is to observe the application of the Mathcad mathematical package during the study of the topics "Bernoulli's Formula", "Random Phenomena", "Random Variables", "Statistical Data Processing" in the course "Theory of Probability and Mathematical Disputes".

Key words: Bernoulli Formula, Random Variables, Expectation, Variance, Mathcad Applications

Ժամանակակից տեղեկատվական տեխնոլոգիաները հնարավորություն են տալիս արագացնել և բարելավել ուսումնական գործընթացի արդյունավետությունը, այն ավելի տեսողական, հարմար դարձնել քննարկվող նյութը յուրացնելու համար ([1]-[3]): Մի շարք մաթեմատիկական ծրագրերի օգտագործումը, ինչպիսին է Mathcad-ը, մեր կարծիքով դասերը բավականին արդյունավետ կդարձնեն: Այս տեսանկյունից Mathcad մաթեմատիկական փաթեթն ունի անհրաժեշտ ռեսուրս մաթեմատիկական տարբեր հասկացությունների նկարագրողման, ինչպես նաև մաթեմատիկայի մեջ օգտագործվող մեծությունների և արտահայտությունների հաշվարկման համար: Մյուս կողմից, Mathcad-ն ունի բավականին հարմար ինտերֆեյս [4], որը թույլ է տալիս շատ կարճ ժամանակում ծանոթանալ իր միջավայրում աշխատելու սկզբունքներին: Մաթեմատիկական փաթեթի օգտագործումը նաև կիսնայի մաթեմատիկական տարբեր արտահայտություններ (գումար, ինտեգրալ և այլն) հաշվարկելու համար պահանջվող ժամանակը և դրանով իսկ կմեծացնի արդյունքների վերլուծության ժամանակը, ինչը, ի վերջո, ավելի կարևոր է, քան դրանց հաշվարկման գործընթացը:

«Բեռնուլիի բանաձևեր, պատահական երևույթների, պատահական մեծությունները» թեմաները «Հավանականությունների տեսություն և մաթեմատիկական վիճակագրություն» առարկայի դասերին ուսումնասիրվող

հիմնական թեմաներից են: MathCad ծրագրի օգտագործումը թույլ է տալիս հեշտությամբ և արագ որոշել հավանականությունների արժեքները, պատահական մեծությունների բնութագրերը, վերծվածքի բնութագրիչները և այլն, որոնք դիտարկվում են այս թեմաների ուսումնասիրման գործընթացում: MathCad ծրագիրը պարունակում է մի շարք ներդրված ֆունկցիաներ, օրինակ՝ dbinom (բինոմական բաշխում), dexp (էքսպոնենցիալ բաշխման խտություն), dnorm (նորմալ բաշխման խտություն) և այլ, որոնց միջոցով կարելի է իրականացնել համապատասխան մեծությունների հաշվումը: Սակայն աշխատանքում նպատակահարմար ենք գտել այդ ֆունկցիաները ներմուծել բանաձևերի տեսքով, որը հնարավորություն կտա ուսանողներին նորից վերհիշել այդ բանաձևերով տրվող ֆունկցիաները:

Դիտարկենք մի քանի օրինակ, թե ինչպես կարելի է այս հաշվարկները իրականացնել Mathcad միջավայրում: Դիտարկված օրինակները վերցված են ուսումնական գործընթացում օգտագործվող խնդրագրքից [5]:

Խնդիր 119: Գտնել հավանականությունը, որ պատահույթը հանդես կգա ուղիղ 70 անգամ 243 փորձում, եթե յուրաքանչյուր փորձում այդ պատահույթի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է 0,25-ի: .

Լուծում:

$$p := 0.25 \quad q := 1 - p \quad n := 243 \quad k := 70$$

Սկզբնական տվյալների
մուտքագրումը և q -ի որոշումը

$$x := \frac{k - n \times p}{\sqrt{n \times p \times q}}$$

$$x = 1.37$$

x մեծության արժեքի որոշումը

$$f(x) := \frac{1}{\sqrt{2 \times p}} \times e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$f(x) = 0.156$$

$j(x)$ ֆունկցիայի սահմանումը

$$P(n, k) := \frac{1}{\sqrt{n \times p \times q}} \times f(x)$$

$$P(n, k) = 0.023$$

Հավանականության հաշվման բանաձևի
տրվումը և հաշվումը

Խնդիր 177: Սարքը կազմված է անկախ աշխատող 1000 տարրից: T ժամանակում յուրաքանչյուր տարրի խափանվելու հավանականությունը հավասար է 0,002-ի: Գտնել հավանականությունը, որ T ժամանակում կխափանվի ճիշտ 3 տարր:

Լուծում: Քանի որ n թիվը մեծ է, իսկ p հավանականությունը փոքր է, ուստի օգտվում ենք Պուասսոնի բաշխումից:

$$n := 1000 \quad p := 0.002 \quad l := n \times p \quad l = 2$$

$$P(n, k) := \frac{l^k}{k!} \times e^{-l}$$

Սկզբնական տվյալների մուտքագրումը և / -ի որոշումը

$$P(n, 3) = 0.18$$

Պուասսոնի բաշխման բանաձևի օգտագործումը

Խնդիր 210. Գտնել X պատահական մեծության դիսպերսիան և միջին քառակուսային շեղումը, որը տրված է հետևյալ բաշխման օրենքով

X	-5	2	3	4
P	0.4	0.3	0.1	0.2

Լուծում: Սկզբից ներմուծում ենք պատահական մեծության արժեքները և համապատասխան հավանականությունները՝

$$n := 4$$

$$x_1 := -5 \quad x_2 := 2 \quad x_3 := 3 \quad x_4 := 4$$

$$p_1 := 0.4 \quad p_2 := 0.3 \quad p_3 := 0.1 \quad p_4 := 0.2$$

Սկզբնական տվյալների մուտքագրումը

Այնուհետև կազմակերպում ենք անհրաժեշտ հաշվումները:

$$M := \sum_{i=1}^n x_i \times p_i$$

$$M = -0.3$$

Մաթեմատիկական սպասման հաշվումը

$$D := \sum_{i=1}^n (x_i)^2 \times p_i - M^2$$

$$D = 15.21$$

Դիսպերսիայի հաշվումը

$$s := \sqrt{D} \quad s = 3.9$$

Միջին քառակուսային շեղման հաշվումը

Խնդիր 231. Դիսկրետ X պատահական մեծությունը տրված է բաշխման օրենքով.

X	3	5
P	0.2	0.8

Գտնել առաջին, երկրորդ, երրորդ և չորրորդ կենտրոնական մոմենտները:

Լուծում:

$$x_1 := 3 \quad x_2 := 5 \quad p_1 := 0.2 \quad p_2 := 0.8$$

Սկզբնական տվյալների
մուտքագրումը

$$v(k) := \sum_{i=1}^2 (x_i)^k \times p_i$$

$$m_1 := 0$$

$$m_2 := v(2) - v(1)^2 \quad m_2 = 0.64$$

$$m_3 := v(3) - 3 \times v(1) \times v(2) + 2 v(1)^3 \quad m_3 = -0.768$$

$$m_4 := v(4) - 4 \times v(3) \times v(1) + 6 \times v(2) \times v(1)^2 - 3 v(1)^4 \quad m_4 = 1.331$$

Կենտրոնական մոմենտների
հաշվումը սկզբնական մոմենտների
միջոցով

2-րդ եղանակը

$$M := \sum_{i=1}^2 x_i \times p_i$$

$$m(k) := \sum_{i=1}^2 (x_i - M)^k \times p_i$$

$$m(1) = 0 \quad m(2) = 0.64 \quad m(3) = -0.768 \quad m(4) = 1.331$$

Կենտրոնական մոմենտների հաշվումը
ընդհանուր բանաձևով

Խնդիր 275. X մեծությունը տրված է $(0, 1)$ միջակայքում դիֆերենցիալ ֆունկցիայով $f(x) = 2x$. այդ միջակայքից դուրս $f(x) = 0$: Գտնել X մեծության մաթեմատիկական սպասումը:

Լուծում:

$$f(x) := \text{if}(x > 0 \wedge x < 1, 2 \times x, 0)$$

Դիֆերենցիալ ֆունկցիայի սահմանումը

$$M := \int_0^1 x \times f(x) \, dx \quad M = \frac{2}{3}$$

Մաթեմատիկական սպասման հաշվումը

Խնդիր 295. X պատահական մեծությունը տրված է $(0, \rho)$ միջակայքում դիֆերենցիալ ֆունկցիայով.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin x .$$

այդ միջակայքից դուրս $f(x) = 0$: Գտնել X -ի դիսպերսիան:

Լուծում:

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{2} \sin x & 0 < x < \rho \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Դիֆերենցիալ ֆունկցիայի սահմանումը

$$M := \int_0^{\rho} x \times f(x) dx$$

$$M = 1.571$$

Մաթեմատիկական սպասման հաշվումը

$$D := \int_0^{\rho} x^2 \times f(x) dx - M^2$$

$$D = 0.467$$

Դիսպերսիայի հաշվումը

Խնդիր 305. X պատահական մեծությունը տրված է $(0, 2)$ միջակայքում դիֆերենցիալ ֆունկցիայով.

$$f(x) = 0.5x .$$

այդ միջակայքից դուրս $f(x) = 0$: Գտնել առաջին, երկրորդ, երրորդ և չորրորդ սկզբնական և կենտրոնական մոմենտները:

Լուծում:

$$f(x) := \begin{cases} 0.5x & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Դիֆերենցիալ ֆունկցիայի սահմանումը

$$v(k) := \int_0^2 x^k \times f(x) dx$$

Սկզբնական մոմենտների հաշվման բանաձևի տրվումը և նրանց հաշվումը

$$v(1) = 1.333 \quad v(2) = 2 \quad v(3) = 3.2 \quad v(4) = 5.333$$

$$m(k) := \int_0^2 (x - v(1))^k \times f(x) dx$$

Կենտրոնական մոմենտների հաշվման բանաձևի տրվումը և նրանց հաշվումը

$$m(1) = 0$$

$$m(2) = 0.222$$

$$m(3) = -0.059$$

$$m(4) = 0.119$$

Խնդիր 316. Գտնել $(2, 8)$ միջակայքում դիֆիալասարաչափ բաշխված X պատահական մեծության դիսպերսիան և միջին քառակուսային շեղումը:

Լուծում:

$$a := 2 \quad b := 8$$

$$D := \frac{(b - a)^2}{12} \quad D = 3$$

Դիսպերսիայի հաշվումը

$$s := \sqrt{D} \quad s = 1.732$$

Միջին քառակուսային շեղման հաշվումը

Խնդիր 324. Նորմալ բաշխված X պատահական մեծությունը տրված է դիֆերենցիալ ֆունկցիայով.

$$f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\rho}} e^{-\frac{(x-1)^2}{50}} :$$

Գտնել X -ի մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան:

Լուծում: Ունենք

$$a := 1 \quad s := 5$$

$$f(x) := \frac{1}{s \times \sqrt{2 \times \rho}} \times e^{-\frac{(x-a)^2}{2s^2}}$$

Դիֆերենցիալ ֆունկցիայի սահմանումը

$$M := \int_0^{\infty} x \times f(x) dx$$

$$M = 1$$

Մաթեմատիկական սպասման հաշվումը

$$D := \int_0^{\infty} x^2 \times f(x) dx - M^2$$

$$D = 25$$

Դիսպերսիայի հաշվումը

Խնդիր 350. Անընդհատ X պատահական մեծությունը բաշխված է ցուցային օրենքով, որը տրված է դիֆերենցիալ ֆունկցիայով.

$$f(x) = 3e^{-3x}, \quad x \geq 0 \quad \text{դեպքում,} \quad f(x) = 0, \quad x < 0 \quad \text{դեպքում: Գտնել}$$

հավանականությունը, որ փորձի արդյունքում X -ը կընկնի $(0,13, 0,7)$

միջակայքը:

Լուծում:

$$F(x) := -e^{-3x}$$

Դիֆերենցիալ ֆունկցիայի սահմանումը

$$P(a, b) := F(b) - F(a)$$

Հավանականության հաշվման բանաձևի տրվումը և հաշվումը

$$P(0.13, 0.7) = 0.555$$

Խնդիր 444. Ընտրանքի տրված բաշխումով կառուցել հաճախականությունների պոլիգոնը :

$$x_i: 2356$$

$$n_i: 1015 \quad 520$$

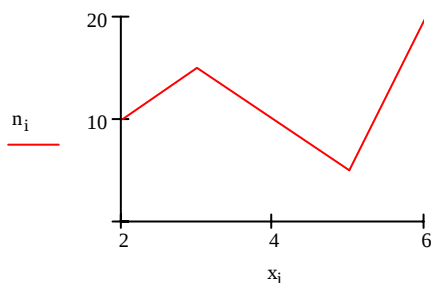
Լուծում:

$$i := 0..3$$

$$x_0 := 2 \quad x_1 := 3 \quad x_2 := 5 \quad x_3 := 6$$

Ընտրանքի սահմանումը

$$n_0 := 10 \quad n_1 := 15 \quad n_2 := 5 \quad n_3 := 20$$



Պոլիգոնի կառուցումը

Խնդիր 453. Տրված $n = 10$ ծավալի ընտրանքի բաշխումով գտնել ընտրանքային միջինը:

$$x_i: 125012701280$$

$$n_i: 2 \quad 5 \quad 3$$

Լուծում:

$$x_1 := 1250 \quad x_2 := 1270 \quad x_3 := 1280$$

Ընտրանքի սահմանումը

$$n_1 := 2 \quad n_2 := 5 \quad n_3 := 3$$

$$n_s := 10$$

Ընտրանքի ծավալի որոշումը

$$i := 1..3$$

$$C := 1270$$

Պայմանական տարբերակների որոշումը

$$u_i := x_i - C$$

$$x_{mid} := C + \frac{1}{n_s} \times \sum_{i=1}^n n_i \times u_i$$

Ընտրանքային միջինի որոշումը

$$x_{mid} = 1.269 \times 10^3$$

Խնդիր 465. Տրված $n = 50$ ծավալի ընտրանքի բաշխումով գտնել ընտրանքային դիսպերսիան.

$$x_i 18,418,919,319,6$$

$$n_i 5102015:$$

Լուծում:

$$x_1 := 18.4 \quad x_2 := 18.9 \quad x_3 := 19.3 \quad x_4 := 19.6$$

Ընտրանքի սահմանումը

$$n_1 := 5 \quad n_2 := 10 \quad n_3 := 20 \quad n_4 := 15$$

$$n_s := \sum_{i=1}^4 n_i \quad n_s = 50$$

Ընտրանքի ծավալի որոշումը

$$i := 1..4$$

Պայմանական տարբերակների որոշումը

$$u_i := 10 \times x_i - 195$$

$$Du := \frac{1}{ns} \times \overset{4}{\underset{i = 1}{\mathfrak{a}}} \; n_i \times \left(u_i\right)^2 - \frac{1}{ns^2} \times \overset{\mathfrak{ae}^4}{\underset{\mathfrak{e}i = 1}{\mathfrak{C}}} \overset{4}{\underset{\emptyset}{\mathfrak{a}}} \; n_i \times u_{i \div \emptyset}^2$$

$$Du = 13.36$$

$$Dx := \frac{Du}{10^2} \qquad Dx = 0.134$$

Ընտրանքային դիսպերսիայի որոշումը

Խնդիր 486. Արտադրյալների մեթոդով հաշվել ընտրանքային միջինը և դիսպերսիան, եթե տրված $n = 100$ ծավալի ընտրանքի բաշխումը՝ տարբերակը x_i 12 14 16 18 20 22, հաճախությունը n_i 5 15 50 16 10 4:

Լուծում: Սկզբնական տվյալների մուտքագրումը՝

$$i := 0..5$$

$$x_0 := 12 \qquad x_1 := 14 \qquad x_2 := 16 \qquad x_3 := 18 \qquad x_4 := 20 \qquad x_5 := 22$$

$$n_0 := 5 \qquad n_1 := 15 \qquad n_2 := 50 \qquad n_3 := 16 \qquad n_4 := 10 \qquad n_5 := 4$$

$$ns := \overset{\mathfrak{a}}{\underset{i}{\mathfrak{a}}} \; n_i \qquad ns = 100$$

Ընտրանքային ծավալի հաշվումը

$$C := 16 \qquad h := x_1 - x_0 \qquad h = 2$$

Կեղծ զրոյի սահմանումը և քայլի որոշումը

$$u := \frac{x - C}{h} \qquad u_i =$$

Պայմանական տարբերակների որոշումը

$$M_1 := \frac{1}{ns} \times \overset{\circ}{a}_{n_i} \times u_i \quad M_1 = 0.23$$

$$M_2 := \frac{1}{ns} \times \overset{\circ}{a}_{n_i} \times (u_i)^2 \times \overset{\circ}{u} \quad M_2 = 1.27$$

$$xmigin := M_1 \times h + C \quad xmigin = 16.46$$

$$Dmigin := \overset{\circ}{e} M_2 - (M_1)^2 \times h^2 \quad Dmigin = 4.868$$

Առաջին և երկրորդ կարգի պայմանական մոմենտների որոշումը

Ընտրանքային միջինի և դիսպերսիայի հաշվումը

Գրականություն

1. Эргашев Ж.Б., Пути оптимизации преподавания высшей математики с применением информационных технологий. //Молодой ученый.-2013, N8 (55), с. 450-452.
2. Зайцева Ж.И., Методика преподавания высшей математики с применением новых информационных технологий. Библиотека авторефератов и диссертаций по педагогике. <http://nauka-pedagogika.com/pedagogika-13-00-08/dissertaciya-metodika-prepodavaniya-vysshey-matematiki-s-primeneniem-novyh-informatsionnyh-tehnologiy#ixzz6YNeOUiyh>
3. Ушакова В. А., Использование информационных технологий на уроках математики // Молодой ученый. — 2016. — №8. — С. 1053-1055. — URL: <https://moluch.ru/archive/112/28735/>
4. Մահալյան Գ.Հ. Mathcad 2000: Ուսումնական ձեռնարկ: Եր., 2004, 148 էջ:
5. Гмурман В.Е., Руководство по решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М., Высшая школа, 2004, 404 с.

Նյութը ներկայացվել է 5.05.2023,
գրախոսման է ուղարկվել 25.05.2023,
տպագրության ընդունվել 22.06.2023:
Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել ԱրՊՀ
մաթեմատիկայի ամբիոնը: