ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2012. Т. LXV, № 2.

УДК 621.3

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А.А. ТЕРЗЯН, А.Э. АКОПЯН, Г.С. СУКИАСЯН, Л.Т. ОГАННИСЯН

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ ТЕТРАЭДРИЧЕСКОЙ СЕТКИ ПРИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТРЕХМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

В работе [1] предложен параллельный алгоритм автоматизированного построения тетраэдрической сетки на многопроцессорной системе кластерной архитектуры для численного решения нелинейных задач трехмерного электромагнитного поля методом конечных элементов. Настоящая работа является развитием [1] и посвящена преодолению возникших при практической реализации алгоритма трудностей, связанных с возможным появлением пересекающихся тетраэдров и вырожденных тетраэдров нулевого объема. Развитый подход реализован на модельной задаче вычисления поля электромагнитного реле. Показана эффективность рассмотренного алгоритма.

Ключевые слова: электромагнитное поле, сеточные задачи, параллельные алгоритмы, тетраэдрическая сетка.

Введение. Построение тетраэдрической сетки – трудоемкий и длительный этап численного моделирования трехмерного электромагнитного поля. В этой связи представляется актуальным развитие параллельных алгоритмов построения тетраэдрической расчетной сетки с использованием многопроцессорных вычислительных систем [1,2].

Распараллеливание сеточной задачи путем разбиения исходной исследуемой области на параллельные блоки (подобласти) приводит к уменьшению размеров матриц и, как следствие, резкому ускорению процесса решения системы уравнений.

Однако при этом наряду с арифметическими операциями возникают межпроцессорные обменные операции. Кроме того, при неравномерном разбиении области на параллельные блоки возникает неравномерность времени арифметических операций отдельных процессоров, что приводит к простою части процессоров.

Поэтому при разбиении исследуемой области на параллельные блоки следует учитывать: а) густоту участков сетки; б) ширину возникающих лент; в) длину дополнительных границ между блоками, а также количество процессоров, оптимальное для данной сетки.

Алгоритм. В [3] показано, что для расчета трехмерных магнитных полей методом конечных элементов при фиксированной конфигурации узлов оптимальной является тетраэдрическая сетка Делоне, которая характеризуется отсутствием других узлов внутри шаров, описанных вокруг каждого тетраэдра.

Тетраэдрические сетки Делоне дуальны к мозаикам Вороного [4]. Следовательно, можно строить трехмерные триангуляции Делоне с помощью многогранных мозаик Вороного.

Множество V_i точек, расстояние которых до узла P_i меньше, чем до остальных узлов P_j, $i \neq j$, называется многогранником Вороного относительно системы узлов $\{P_i\}_{i=1}^n$. Множество $\{V_i\}_{i=1}^n$ многогранников называется мозаикой Вороного на базе системы узлов $\{P_i\}_{i=1}^n$, если каждый V_i является многогранником Вороного относительно той же системы узлов. Отметим, что в отличие от сетки Делоне, состоящей из четырехгранников, в мозаике Вороного количество многогранников равно количеству базовых узлов, и количество граней отдельного многогранника может быть произвольным.

Для любой конфигурации узлов $\{P_i\}_{i=1}^n$ всегда существует (притом единственная) мозаика Вороного на базе системы $\{P_i\}_{i=1}^n$ (см. [3]). Все элементы мозаики Вороного являются выпуклыми многогранниками, внутренности которых не пересекаются.

Переход от многогранников Вороного к тетраэдрам Делоне осуществляется следующим образом. Два узла P_i и P_j назовем соседними, если соответствующие многогранники Вороного V_i и V_j имеют общую границу. Соединяя соседние узлы, получим тетраэдрическую сетку Делоне.

Однако, в отличие от мозаики Вороного, для некоторых конфигураций узлов $\{P_i\}_{i=1}^n$ тетраэдризация Делоне не единственна. Единственность может нарушаться для вырожденных конфигураций узлов, когда четыре узла оказываются в одной плоскости.

Для данной конфигурации узлов $\{P_i\}_{i=1}^n$ вначале строится (единственная) мозаика многогранников Вороного. При соединении соседних узлов в вырожденных участках могут появиться:

а) четверки соседних узлов, образующих вырожденный тетраэдр нулевого объема;

б) две четверки соседних узлов, образующих два тетраэдра с пересекающимися внутренностями.

Объясним, как избежать эти нежелательные ситуации на примере куба, который насыщен четверками узлов, лежащих в одной плоскости.

В мозаике Вороного все узлы куба (рис. 1) являются соседними друг для друга (т.е. для узла 1 соседями являются 2,3,4,5,6,7,8). Следовательно, при таком расположении узлов единственность нарушается и получается несколько тетраэдризаций Делоне. Надо из них выбрать такую тетраэдризацию, у которой отсутствуют пересекающиеся тетраэдры и вырожденные тетраэдры нулевого объема.

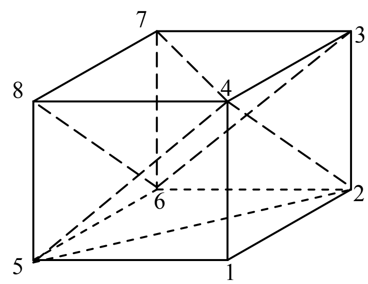

Рис. 1

Построим тетраэдры для узла 1.

Шаг 1. Для узла 1 выделим тетраэдры, объемы которых равны нулю:

1. 1234
2. 1458
3. 1265

При обнаружении таких тетраэдров необходимо удалить некоторые узлы из массива соседей для узла 1. В массиве соседей для узла 1 узлы 2,4,5 записываются раньше, чем узлы 3,8,6, так как расстояние от узла 1 до узлов 2,4,5 меньше, чем расстояние до узлов 3,8,6. По этой причине из массива соседей узла 1 удаляются узлы 3,8,6.

Шаг 2. После удаления узлов 3,8,6 можно построить первый тетраэдр -1,2,5,4.

После построения первого тетраэдра узел 7 все еще является соседом для узла 1. Слепое соединение соседних узлов может дать тетраэдр 1,5,2,7, который пересекает уже построенный тетраэдр 1,2,4,5. Для обнаружения таких ситуаций после построения тетраэдра необходимо пересечь грани тетраэдра с отрезками соседних узлов. И если отрезок пересекается с внутренностью уже построенного тетраэдра, то из массива соседей удаляется соответствующий узел. Например, грань 2 4 5 пересекается с отрезком 1 7. Следовательно, из массива соседей для узла 1 удаляется узел 7.

Аналогично строятся тетраэдры для остальных узлов куба. В результате получаются следующие тетраэдры (рис. 2).

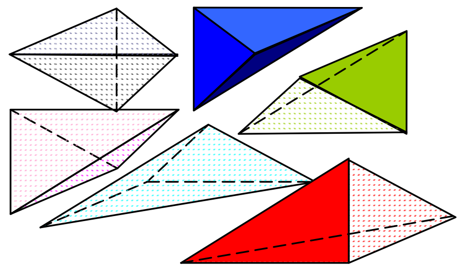

Рис. 2

Заметим, что при таком подходе тетраэдризация Делоне зависит от нумерации узлов. Например, если первым рассматривать узел 2, а не 1, то получится, что точка 2 не является соседом для узла 5, а точка 1 является соседом узла 6. По этой причине при распараллеливании сеточной задачи путем разбиения исходной исследуемой области на параллельные блоки (подобласти), во избежание лишнего межпроцессорного обмена, надо следить, чтобы на границе раздела подобластей узлы в каждом процессоре нумеровались одинаково.

Численный эксперимент. Разработанный подход реализован в виде компьютерной программы для параллельного построения тетраэдрической расчетной сетки с использованием многопроцессорных вычислительных систем кластерной архитектуры. Эксперименты проводились на модели реле типа REN34, REK 25 на 48-ядерном кластере Государственного инженерного университета Армении.

На рис. 3 изображены исследуемая область и тетраэдрическая сетка, полученная с использованием реализованной программы.

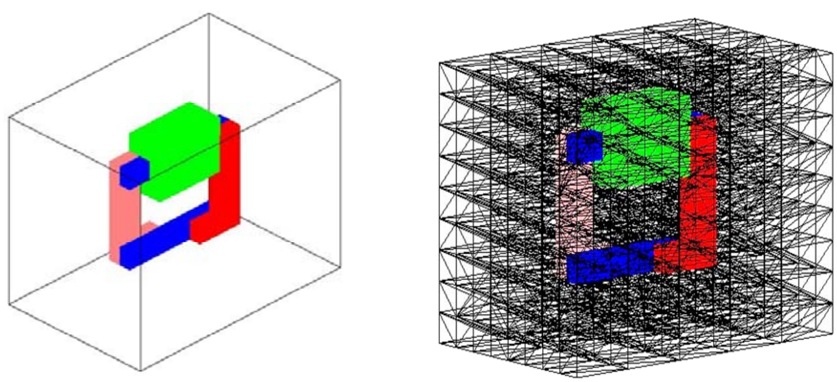

Рис. 3

На рис. 4 представлены зависимости общего времени T построения расчетной сетки (верхняя кривая), а также времени, затраченного на межпроцессорный обмен (нижняя кривая), от количества процессоров N_p. Графики показывают, что по мере увеличения числа процессоров, несмотря на увеличение времени межпроцессорного обмена, общее время построения сетки уменьшается, что свидетельствует о несомненной эффективности параллелизации задач данного типа.

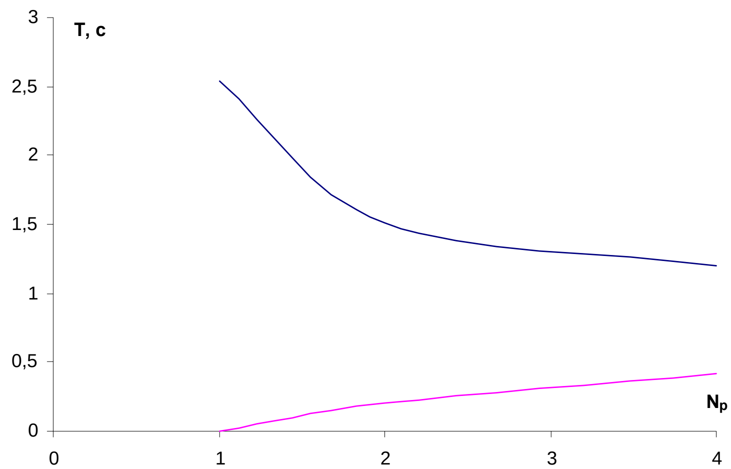

Рис. 4

Заключение. Развит и реализован параллельный алгоритм построения тетраэдрической расчетной сетки при конечно-элементном моделировании трехмерных краевых задач. Показана эффективность предложенного алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Терзян А.А., Сукиасян Г.С., Акопян А.Э.** К построению тетраэдрической сетки на многопроцессорных системах для решения задач трехмерного электромагнитного поля методом конечных элементов // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2012. - Т. 65, № 1. - С. 83-93.
2. **Галанин М.П., Щеглов И.А.** Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: итерационные методы.- Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2006.
3. **Терзян А.А., Сукиасян Г.С., Акопян А.Э.** Об оптимизации тетраэдральной сетки для расчета трехмерных магнитных полей методом конечных элементов // Известия НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2008. - Т. 61, № 2. – С. 305-317.
4. **Скворцов А. В.** Триангуляция Делоне и ее применение. – Томск: Изд-во ТУ, 2002.- 128 с.

ГИУА (ПОЛИТЕХНИК). Материал поступил в редакцию 20.10.2011.

Հ.Ա. ԹԵՐԶՅԱՆ, Ա.Է. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Հ.Ս. ՍՈՒՔԻԱՍՅԱՆ, Լ.Տ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՏԱՐՐԵՐԻ ՄԵԹՈԴՈՎ ԵՌԱՉԱՓ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՄԱՆ ՀԱՄԱՐ ՔԱՌԱՆԻՍՏԱՅԻՆ ՑԱՆՑԻ ԶՈՒԳԱՀԵՌ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ

Դիտարկված են վերջավոր տարրերի մեթոդով եռաչափ էլեկտրամագնիսական դաշտերի ոչ գծային խնդիրներ: Առաջարկված է այդ խնդիրների թվային լուծման համար քառանսիտային ցանցի կառուցման զուգահեռ ալգորիթմ կլաստերային ճարտարապետության բազմապրոցեսորային համակարգում: Աշխատանքը ներկայացնում է [1]-ի զարգացումը և ուղղված է ալգորիթմի գործնական իրականացման ընթացքում առաջացող դժվարությունների հաղթահարմանը, որոնք պայմանավորված են հատվող քառանիստերի և զրոյական ծավալով այլասերված քառանիստերի հնարավոր առաջացմամբ: Մոդելային խնդրի համար առաջարկված մոտեցումն իրականացված է էլէկտրամագնիսական ռելեի դաշտի հաշվարկման համար: Ցույց է տրված դիտարկվող ալգորիթմի արդյունավետությունը:

Առանցքային բառեր. էլէկտարմագնիսական դաշտ, ցանցային խնդիրներ, զուգահեռ ալգորիթմներ, քառանիստային ցանց:

H.A. TERZYAN, A.E. HAKOBYAN, H.S. SUKIASYAN, L.T. HOVHANNISYAN

PARALLEL TETRAHEDRAL MESH CONSTRUCTON IN FINITE-ELEMENT SIMULATION OF THREE-DIMENSIONAL ELECTROMAGNETIC FIELDS

The parallel algorithm of automated tetrahedral mesh construction on multi-processor system of cluster architecture for numerical nonlinear problem solution of three-dimensional electromagnetic fields by the finite-element method is proposed in [1]. The present paper is the development of [1] and it deals with overcoming the difficulties initiated during practical realization of the algorithm and connected with possible emergence of crossing tetrahedrons and regenerated zero volume tetrahedrons. The developed approach is realized on the model problem of electromagnetic relay field calculation. The efficiency of the algorithm is shown.

Keywords: electromagnetic field, mesh problems, parallel algorithms, tetrahedral mesh.