

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.3-357

ВЛИЯНИЕ ГАЛО НА ВРАЩЕНИЕ БАРА В ГАЛАКТИКАХ

Б.П.КОНДРАТЬЕВ^{1,2}, Е.Н.КИРЕЕВА¹, В.С.КОРНОУХОВ¹,
Н.Г.ТРУБИЦЫНА³

Поступила 26 июня 2022

Принята к печати 8 августа 2022

Изучается влияние массивного гравитирующего гало на вращение эллипсоидального бара в дисковых галактиках. Метод основан на вычислении момента сил между баром и гало с помощью функции их взаимной гравитационной энергии. Для проверки нового метода рассмотрены две модели: простой вариант с однородными компонентами, и более сложный вариант, в котором гало представлено слоисто-неоднородным эллипсоидом с параболическим законом плотности. Для обеих моделей получены выражения взаимной гравитационной энергии бара и гало, построен лагранжиан и выводятся дифференциальные уравнения нелинейных вращательных колебаний бара. Эти уравнения описывают вращение бара с переменной угловой скоростью. Найдены частоты и периоды либраций угловой скорости бара как в общем нелинейном случае, так и в приближении гармонических колебаний. Установлено, что учет неоднородности гало может заметно (примерно в 2 раза) увеличивать период этих колебаний.

Ключевые слова: *структура дисковых галактик; бары и гало; взаимная энергия эллипсоидов; линейные и нелинейные уравнения вращательных колебаний баров; частоты и периоды колебаний*

1. Введение. Из наблюдений надежно установлено, что бары и гало являются неотъемлемой частью многих дисковых галактик, но некоторые вопросы взаимодействия этих компонентов галактик еще не выяснены окончательно. Изучение эволюции указанных компонентов остается актуальной задачей [1,2]. Из численного моделирования [3,4] следует, что бары в дисковых галактиках могли формироваться в два этапа. В эпоху $z > 1$ проходила сравнительно короткая "бурная стадия" и бары в галактиках встречались еще редко. Затем, в интервале $0 < z < 1$, число баров возросло и началась эпоха медленной вековой эволюции, когда бары укрупняются и растут вместе с дисками [5]. Чем ближе к нам галактики при $z < 1$, тем чаще они имеют бар. Более половины всех известных дисковых галактик имеют бар. Массивные галактики формируют бары раньше, чем менее массивные [6], причем длина баров заметно коррелирует с массой галактики [5]. И хотя массивное гало может препятствовать образованию баров (см., например, [7]), но у многих дисковых галактик есть и перемычка, и гало.

В работе [8] была построена упрощенная фазовая модель бесстолкновительного, состоящего из отдельных звезд цилиндра, вложенного в однородное вращающееся звездное гало. Установлено, что эта модель имеет вид четырехмерного эллипсоида в шестимерном фазовом пространстве. Фазовый эллипсоид дважды вырожден; функция распределения в фазовом пространстве включает в себя произведение двух дельта-функций Дирака, аргументы которых являются первыми изолирующими интегралами движения звезды. Установлено, что внутри бара существуют сдвиговые (усредненные по скоростям) течения. Параметры модели могут быть выбраны таким образом, чтобы скорость потери массы модели из-за этого движения была очень малой. Таким образом, актуальной является задача построения нестационарной самосогласованной модели бара, вложенного в гало.

О важности учета взаимодействия бара и гало в галактиках говорят и результаты численного моделирования звездных систем (см., например, [9-11]). Отметим, что в системе бар-гало могут происходить многие сложные динамические процессы. Так, эффект динамического трения бара о гало [12-14] может вызвать замедление вращения бара. В работе [2] изучался другой механизм замедления вращения бара за счет переноса углового момента к звездам. Некоторые галактические бары оказываются неустойчивыми к перестройке своей формы [15,16]); при этом формируется коробчато/ореховидная форма бара. Этот эффект изучался в экспериментах по моделированию и установлено, что он связан с очень массивным окружающим гало. В работе [17] авторы рассмотрели быстрый режим эволюции такого бара, а в статье [18] был изучен медленный резонансный режим.

При постановке задач об эволюции баров в галактиках важен выбор подходящего метода исследования. На современном этапе построение самосогласованных фазовых моделей возможно лишь в некоторых сравнительно простых случаях, см., например [19], но для неоднородного бара и гало это вряд ли возможно из-за математических трудностей.

В данной работе, как первый шаг в решении проблемы построения нестационарной модели галактики, разработан метод изучения поворотных (вращательных) колебаний трехосного бара под влиянием гравитирующего трехосного гало. Задача сводится к построению лагранжиана, где в качестве потенциального члена используется взаимная гравитационная энергия системы "бар-гало". Важной особенностью данного метода является то, что производная от взаимной энергии по углу колебаний сразу дает момент сил, действующих на бар со стороны внешнего гало, и это позволяет простым способом выводить дифференциальное уравнение вращательных колебаний бара.

В разделе 2 дана постановка задачи, в разделе 3 найдена взаимная гравитационная энергия однородного бара и однородного эллипсоидального

гало. Лагранжиан в этой задаче получен в разделе 4, где выводится также уравнение нелинейных поворотных колебаний вращающегося бара. В разделе 5 рассматривается более общая задача о взаимной энергии и либрациях бара в неоднородном эллипсоидальном гало.

2. Постановка задачи. Бар (перемычка, рукав) состоит в основном из звезд, и на ранней стадии эволюции моделируется вытянутым однородным трехосным эллипсоидом с полуосями $(a_1 > a_2 > a_3)$. О форме баров дополнительно см. работу [20]. Бар находится внутри трехосного гало с границей

$$\frac{x_1^2}{a_1'^2} + \frac{x_2^2}{a_2'^2} + \frac{x_3^2}{a_3'^2} = 1, \quad (a_1' > a_2' > a_3'). \quad (1)$$

Заметим, что бар вращается вокруг оси Ox_3 значительно быстрее, чем очень массивное гало. В пределе мы можем пренебречь вращением гало и рассматривать вращение только бара. В принципе, во внутреннем эллипсоиде могут существовать и течения газа (или жидкости) с полем скоростей \vec{u} (u_1, u_2, u_3). Фигуры равновесия с внутренним полем скоростей рассматривались в ряде работ (см., например, [21-23]). Однако в данной работе внутренними течениями в баре мы пренебрегаем.

Бар на стадии вековой эволюции вращается, и здесь нас интересует, прежде всего, влияние гравитирующего трехосного гало, приводящее к небольшим поворотным ускорениям и замедлениям во вращении самого бара.

Пусть система декартовых координат $Ox_1x_2x_3$ связана с главными осями гало, а система $OX_1X_2X_3$ – с главными осями эллипсоидального бара. В согласии с вышесказанным полагаем, что вращение бара происходит вокруг оси Ox_3 .

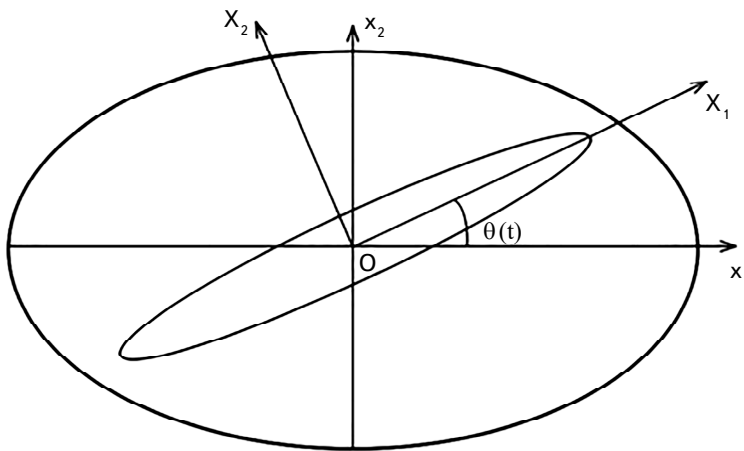


Рис.1. Сечение эллипсоидального бара, вложенного в трехосное гало. Показаны системы координат, связывающие бар и гало, а также угол наклона бара $\theta(t)$. Ось вращения бара Ox_3 нормальна к плоскости рисунка.

Ориентация бара задается углом $\theta(t)$ относительно осей гало Ox_1x_2 (рис.1).

Введенные две системы координат связаны между собой формулами

$$\begin{aligned}x_1 &= X_1 \cos\theta - X_2 \sin\theta; & X_1 &= x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta; \\x_2 &= X_1 \sin\theta + X_2 \cos\theta; & X_2 &= x_2 \cos\theta - x_1 \sin\theta.\end{aligned}\quad (2)$$

3. Взаимная гравитационная энергия однородных эллипсоидов.

Для нахождения момента сил между баром и гало применим метод, основанный на вычислении их взаимной гравитационной энергии W_{mut} . Напомним, что поверхность бара дана формулой (1) и его плотность есть ρ_b , а эллипсоидальное гало имеет полуоси ($a'_1 > a'_2 > a'_3$) и плотность ρ_H . Для однородного бара в гало взаимную энергию удобнее находить по формуле [24]

$$W_{mut} = -\rho_b \iiint_{V_b} \varphi_H(x_i) dV, \quad (3)$$

где интегрирование внутреннего потенциала гало $\varphi_H(x_i)$ выполняется по объему бара V_b . Известно (см., например, [21]), что в системе координат $Ox_1x_2x_3$ гравитационный потенциал однородного эллипсоидального гало во внутренней точке равен

$$\varphi_H = \pi G \rho_H (I' - A'_1 x_1^2 - A'_2 x_2^2 - A'_3 x_3^2), \quad (4)$$

где I' и коэффициенты A'_i имеют вид

$$\begin{aligned}I' &= a'_1 a'_2 a'_3 \int_0^\infty \frac{ds}{\Delta}; & A'_i &= a'_1 a'_2 a'_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_3'^2 + s)\Delta}; \\ \Delta^2(s) &= (a_1'^2 + s)(a_2'^2 + s)(a_3'^2 + s).\end{aligned}\quad (5)$$

Потенциал гало (4) удобно записать в системе координат бара $OX_1X_2X_3$. Используя для этого формулы (2), получим выражение

$$\varphi_H = \pi G \rho_H [I' - A'_1 (X_1 \cos\theta - X_2 \sin\theta)^2 - A'_2 (X_1 \sin\theta + X_2 \cos\theta)^2 - A'_3 x_3^2], \quad (6)$$

которое преобразуем к виду

$$\begin{aligned}\varphi_H &= \pi G \rho_H \left[I - (A'_1 \cos^2\theta + A'_2 \sin^2\theta) X_1^2 - (A'_1 \sin^2\theta + A'_2 \cos^2\theta) X_2^2 - \right. \\ &\quad \left. (A'_2 - A'_1) \sin 2\theta X_1 X_2 - A'_3 x_3^2 \right].\end{aligned}\quad (7)$$

Подставляя теперь гравитационный потенциал (7) под знак интеграла в (3) и учитывая, что тензор инерции второго порядка однородного эллипсоида равен

$$I_{ij} = \rho_b \iiint_{V_b} X_i X_j dV = \frac{1}{5} M_b a_i^2 \delta_{ij}, \quad (8)$$

где $M_b = 4\pi a_1 a_2 a_3 \rho_b / 3$ - масса бара, а δ_{ij} - символ Кронекера, в итоге, после интегрирования находим взаимную энергию системы бар-гало:

$$W_{mut}(\theta) = \frac{1}{5} \pi G \rho_H M_b [(A'_1 a_1^2 + A'_2 a_2^2) \cos^2\theta + (A'_1 a_2^2 + A'_2 a_1^2) \sin^2\theta + A'_3 a_3^2 - 5I']. \quad (9)$$

В частности, при $\theta = 0$, когда большая ось бара OX_1 совпадает с осью гало Ox_1 , взаимная энергия принимает свое минимальное (максимальное по модулю) значение

$$W_{mut}^0(\theta) = \frac{1}{5} \pi G \rho_H M_b [A'_1 a_1^2 + A'_2 a_2^2 + A'_3 a_3^2 - 5 I'] . \quad (10)$$

Далее примем $W_{mut}^0(\theta)$ за точку отсчета взаимной энергии и составим разность

$$\tilde{W}_{mut}(\theta) = W_{mut}(\theta) - W_{mut}^0 . \quad (11)$$

После простых преобразований в (11) находим

$$\tilde{W}_{mut}(\theta) = \frac{1}{5} \pi G \rho_H M_b (A'_2 - A'_1) (a_1^2 - a_2^2) \sin^2 \theta . \quad (12)$$

Отметим, что в формуле (12) присутствует только член, зависящий от угла θ . В нем коэффициент при $\sin^2 \theta$ обращается в нуль в двух случаях: (i) при осевой симметрии внешнего гало (когда $A'_1 = A'_2$), или (ii) когда в трехосном гало сам бар имеет круговую симметрию $a_1 = a_2$. И в том, и в другом случаях момент сил между баром и гало отсутствует.

График формулы (12) показан на рис.2. Из него видно, что минимум взаимной энергии действительно достигается тогда, когда большая ось бара совпадает с наибольшей осью гало. Из этого рисунка также следует, что в интервале углов $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ система бар-гало находится в потенциальной яме, причем нормированная взаимная энергия имеет свой локальный минимум при $\theta = 0$. Это означает, что в этом режиме движения либрацию бара можно представить как колебания в поле тяжести материальной точки, перекааты-

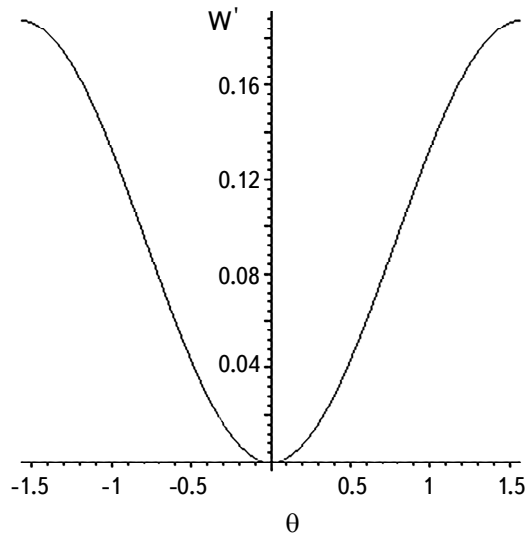


Рис.2. Зависимость нормированной взаимной гравитационной энергии $W' = 5 \tilde{W}_{mut}(\theta) / \pi G \rho_H M_b a_1^2$ гало и бара от угла ориентации θ . Для расчетов взяты значения $A'_1 = 0.15$; $A'_2 = 0.4$; $n = a_2 / a_1 = 0.5$.

вающейся внутри изображенной вогнутой чаши. Такие поворотные колебания бара являются устойчивыми.

Рассмотрим подробнее режимы вращения бара в гало.

4. *Момент сил и уравнение вращения бара.* Для изучения влияния гало на вращение бара применим метод, развитый в работе Кондратьева [25]. В этом методе момент сил M , действующих на бар со стороны гало, находится через вычисление производной от функции взаимной энергии системы "бар-гало" по углу вращения θ . В нашем случае, единственная, отличная от нуля третья компонента момента сил будет равна:

$$M = \frac{\partial \tilde{W}_{mut}}{\partial \theta}. \quad (13)$$

Далее упростим задачу и будем считать, что масса и момент инерции гало относительно оси вращения I_{3H} намного больше, чем масса M_b и момент инерции бара I_{3b} , т.е. $I_{3H} \gg I_{3b}$. Это предположение о доминирующем влиянии гало согласуется с наблюдениями и подтверждается численными моделями [11]. В указанном приближении вращается только бар, а массивное гало в инерциальной системе отсчета остается в покое. Кинетическая энергия колебательного движения бара будет равна

$$K = \frac{1}{2} I_{3b} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2, \quad I_{3b} = \frac{1}{5} M_b (a_1^2 + a_2^2). \quad (14)$$

Лагранжиан будет равен

$$L(\theta) = K - \tilde{W}_{mut} = \frac{1}{2} I_{3b} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 - \frac{1}{5} \pi G \rho_H M_b [(A'_2 - A'_1)(a_1^2 - a_2^2) \sin^2 \theta]. \quad (15)$$

С учетом лагранжиана (15), второе уравнение движения Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dL}{d\dot{\theta}} \right) - \frac{dL}{d\theta} = 0, \quad (16)$$

где член $dL/d\theta$ равен моменту сил из (13), дает искомое дифференциальное уравнение второго порядка для угла $\theta(t)$:

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \sin 2\theta = 0. \quad (17)$$

Входящая в (17) величина ω^2 связана с характеристиками гало и бара

$$\omega^2 = \pi G \rho_H \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 + a_2^2} (A'_2 - A'_1). \quad (18)$$

Дифференциальное уравнение (17) и представляет решение поставленной задачи: оно описывает вращение бара с переменной угловой скоростью (рис.3).

Частота малых колебаний есть

$$\kappa = \sqrt{2} \omega = \sqrt{2\pi G \rho_H \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 + a_2^2} (A'_2 - A'_1)}, \quad (19)$$

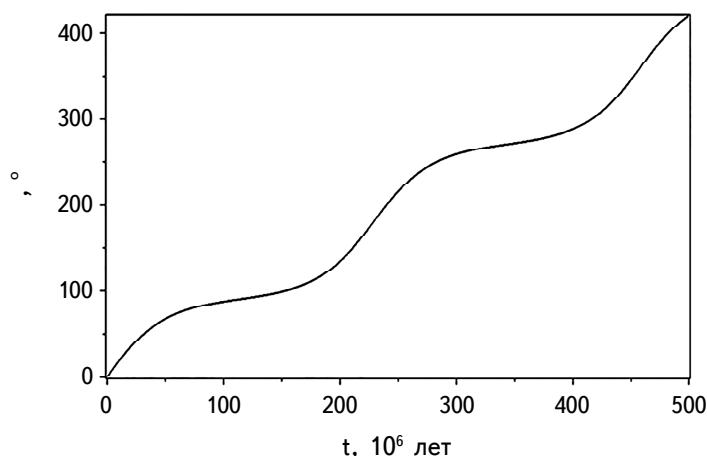


Рис.3. Движение бара с угловой скоростью, изменяющейся периодически со временем. Гало то ускоряет вращение бара, то замедляет его относительно среднего вращения. Для расчета по формуле (17) в качестве начального значения взято значение $\dot{\theta}_0 = 1 \cdot 10^{-15} \text{ с}^{-1}$, соответствующее параметрам модели (21) и значению средней угловой скорости бара $\omega = 21.6 \text{ км/с кпк}$ (или $T \approx 2 \cdot 10^8 \text{ лет}$).

а период колебаний

$$T_0 = \frac{2\pi}{\kappa}. \quad (20)$$

Для примера, возьмем характерные для средних галактик относительные размеры гало и бара:

$$a'_1 = 3, \quad a'_2 = 2, \quad a'_3 = 1; \quad n = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{3}. \quad (21)$$

Тогда коэффициенты внутреннего потенциала гало, рассчитанные по формулам (5), будут равны

$$A'_1 = 0.3126014; \quad A'_2 = 0.5343081. \quad (22)$$

Среднюю плотность гало возьмем равной $\rho_H \approx 5 \cdot 10^{-23} \text{ г/см}^3$. Тогда, по формулам (20) и (21) находим период малых колебаний (либраций) угловой скорости бара относительно принятого среднего значения

$$T_0 \approx 2 \cdot 10^8 \text{ лет}. \quad (23)$$

Данный в (23) период малых поворотных колебаний бара оказывается того же порядка, что и период обращения звезд вокруг центра галактик за пределами бара в зоне коротации. Далее, в разделе 5 мы покажем, что учет неоднородности гало увеличит период либраций бара.

При больших амплитудах θ_0 бар, согласно уравнению (17), совершает нелинейные колебания, частота и период которых равны

$$\mu = \frac{\pi}{2} \frac{\kappa}{K(\kappa)}, \quad T = \frac{2\pi}{\mu}. \quad (24)$$

Здесь $K(k)$ - стандартный полный эллиптический интеграл первого рода. С хорошей точностью период нелинейных колебаний с амплитудой θ_0 может быть представлен формулой

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \theta_0 \right). \quad (25)$$

5. Вращение бара в неоднородном трехосном гало.

5.1. *Плотность и внутренний потенциал гало.* Рассмотрим теперь неоднородное трехосное гало с параболическим законом плотности $\rho(m)$ и массой M_H

$$\rho = \rho_0 (1 - m^2); \quad m^2 = \frac{x_1^2}{a_1'^2} + \frac{x_2^2}{a_2'^2} + \frac{x_3^2}{a_3'^2}; \quad M_H = \frac{8}{15} \pi a_1' a_2' a_3' \rho_0. \quad (26)$$

Эллипсоид с законом плотности (26) является одним из самых простых после однородного. Мы рассмотрим эту модель для того, чтобы оценить влияние неоднородности на взаимную энергию системы бар-гало, а также на период колебаний угловой скорости бара. Разумеется, более сложные законы плотности привели бы к значительному увеличению объема вычислений. Внутренний потенциал такого слоисто-неоднородного эллипсоида дается формулой [22,23]

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} G \rho_0 a_1' a_2' a_3' \int_0^\infty \frac{du}{\Delta(s)} \left(1 - \sum_i^3 \frac{x_i^2}{a_i'^2 + s} \right)^2, \quad (27)$$

где $\Delta(s)$ дано в (5). Раскрывая скобки и интегрируя в (27), в итоге получим выражение

$$\begin{aligned} \Phi_H = \frac{1}{2} G \rho_0 \{ & I' - 2 A_1' x_1^2 - 2 A_2' x_2^2 - 2 A_3' x_3^2 + A_{11}' x_1^4 + A_{22}' x_2^4 + A_{33}' x_3^4 + \\ & + 2 A_{12}' x_1^2 x_2^2 + 2 A_{13}' x_1^2 x_3^2 + 2 A_{23}' x_2^2 x_3^2 \}. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь A_i' даны в (5), а двойные индексы Чандрасекара [21] равны

$$A_{ij}' = a_1' a_2' a_3' \int_0^\infty \frac{ds}{(a_i'^2 + s)(a_j'^2 + s)\Delta(s)}. \quad (29)$$

Подставляя в (28) формулы (2), приводим потенциал внутри гало к виду

$$\begin{aligned} \Phi_H = \frac{1}{2} G \rho_0 \{ & I + A_{33}' x_3^4 + R_{1111} X_1^4 + R_{2222} X_2^4 + R_{1122} X_1^2 X_2^2 + R_{1133} X_1^2 x_3^2 + \\ & + R_{2233} X_2^2 x_3^2 - R_{22} X_2^2 - R_{11} X_1^2 - 2 A_3' x_3^2 \}. \end{aligned} \quad (30)$$

Входящие сюда коэффициенты при координатах даны в *Приложении 1*.

В (30) не включены три несимметричных члена R_{1112} , R_{1222} , R_{1233} , так как при последующем интегрировании по симметричному объему эллипсоида

бара (см. ниже) эти члены дают ноль.

5.2. *Взаимная энергия бара и неоднородного гало.* Чтобы не усложнять и без того весьма объемные выкладки, бар, как и ранее считаем однородным. Для нахождения взаимной энергии бара и гало подставим гравитационный потенциал (30) под знак интеграла в формулу (3). Интегрируя по объему бара и учитывая (8), а также формулы для моментов инерции четвертого порядка

$$\begin{aligned} I_{iiii} &= \rho_b \iiint_{V_b} X_i^4 dV = \frac{3}{35} M_b a_i^4, & i=1,2,3; \\ I_{ijij} &= \rho_b \iiint_{V_b} X_i^2 X_j^2 dV = \frac{1}{35} M_b a_i^2 a_j^2, & ij=1122, 1133, 2233; \\ I_{1233} &= I_{1222} = I_{1112} = 0, \end{aligned} \quad (31)$$

находим взаимную энергию бара и неоднородного гало

$$\begin{aligned} W_{mut} &= -\frac{1}{10} \pi G \rho_0 M_b \left\{ 5I - R_{11} a_1^2 - R_{22} a_2^2 - 2A'_3 a_3^2 + \frac{3}{7} A'_{33} a_3^4 + \frac{3}{7} R_{1111} a_1^4 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{7} R_{2222} a_2^4 + \frac{1}{7} R_{1122} a_1^2 a_2^2 + \frac{1}{7} R_{1133} a_1^2 a_3^2 + \frac{1}{7} R_{2233} a_2^2 a_3^2 \right\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Подставляя далее в (32) коэффициенты из *Приложения 1*, после преобразований находим

$$W_{mut} = -\frac{1}{10} \pi G \rho_0 M_b \{ S_4 \sin^4 \theta + C_4 \cos^4 \theta + CS \cos^2 \theta \sin^2 \theta + S_2 \sin^4 \theta + C_2 \cos^2 \theta + R \}. \quad (33)$$

Здесь введены вспомогательные коэффициенты, формулы для которых см. в *Приложении 2*.

При $\theta=0$ (см. также раздел 2), когда наибольшие оси бара OX_1 и гало Ox_1 совпадают, взаимная энергия (33) принимает свое минимальное (максимальное по модулю) значение:

$$W_{mut}^0(\theta=0) = -\frac{1}{10} \pi G \rho_0 M_b [C_4 + C_2 + R]. \quad (34)$$

Составляя, по аналогии с разделом 2 разность

$$\tilde{W}_{mut}(\theta) = W_{mut}(\theta) - W_{mut}^0, \quad (35)$$

после преобразований находим

$$\tilde{W}_{mut}(\theta) = \frac{1}{10} \pi G \rho_0 M_b \{ D_4 \sin^4 \theta + D_2 \sin^2 \theta \}, \quad (36)$$

где

$$D_2 = 2C_4 - CS + C_2 - S_2 \geq 0; \quad D_4 = CS - S_4 - C_4 \geq 0. \quad (37)$$

Проверка в (37) подтвердила: влияние гало на бар действительно исчезает

как в случае круговой симметрии бара $a_1 = a_2$, так и в случае трехосного бара $a_1 \neq a_2$, но помещенного в гало с круговой симметрией; в обоих случаях обращаются в нуль коэффициенты

$$D_4 = D_2 = 0. \quad (38)$$

5.3. Лагранжиан и уравнение либраций. Момент сил, действующих со стороны гало на бар, согласно формуле (13), будет теперь равен:

$$M = \frac{1}{10} \pi G \rho_0 M_b (D_2 + 2 D_4 \sin^2 \theta) \sin 2\theta. \quad (39)$$

Кинетическая энергия вращательного движения бара (ср. с разделом 3) равна

$$K = \frac{1}{2} I_{3b} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2, \quad I_{3b} = \frac{1}{7} M_b (a_1^2 + a_2^2). \quad (40)$$

Составим лагранжиан для системы гало-бар

$$L(\theta) = \frac{1}{2} I_{3b} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 - \frac{1}{10} \pi G \rho_0 M_b [D_4 \sin^4 \theta + D_2 \sin^2 \theta], \quad (41)$$

для которого второе уравнение движения Лагранжа (16) дает дифференциальное уравнение колебаний для угла $\theta(t)$:

$$\ddot{\theta} + \frac{\pi G \rho_0}{2(a_1^2 + a_2^2)} (D_2 + 2 D_4 \sin^2 \theta) \sin 2\theta = 0. \quad (42)$$

Заметим, что уравнение нелинейных колебаний (42) несколько отличается от уравнения, полученного ранее в (17).

Численные расчеты мы проведем для тех же приемлемых относительных значений полуосей гало и бара, см. формулы (21). Соответствующие коэффициенты A'_i , A'_{ij} , D_2 , D_4 и другие даны ниже в табл.1.

Так как $2 D_4 / D_2 \sim 10^{-3}$, то ввиду малости коэффициента D_4 членом $2 D_4 \sin^2 \theta$ в правой части (42) можно пренебречь, и с хорошим приближением уравнение нелинейных колебаний представим в виде

$$\ddot{\theta} + \frac{\pi G \rho_0 D_2}{2(a_1^2 + a_2^2)} \sin 2\theta = 0. \quad (43)$$

В линейном приближении по θ уравнение (44) примет вид

$$\ddot{\theta} + \frac{\pi G \rho_0}{a_1^2 + a_2^2} D_2 \cdot \theta = 0. \quad (44)$$

Период малых либраций в рассматриваемом случае будет равен

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\pi G \rho_0}{a_1^2 + a_2^2} D_2}} \approx 3.51 \cdot 10^8 \text{ лет}. \quad (45)$$

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Полуоси гало и бара		Коэффициенты потенциала однородного гало	Индексные символы неоднородного гало	Вспомогательные коэффициенты	Коэффициенты в уравнении колебаний
$a'_1 = 3$ $a'_2 = 2$ $a'_3 = 1$	$a_1 = 1$ $a_2 = 2/3$ $a_3 = 1/3$	$A'_1 = 0.3126014$ $A'_2 = 0.5343081$ $A'_3 = 1.1530905$	$A'_{11} = 0.02427325$ $A'_{12} = 0.04434134$ $A'_{13} = 0.10506114$ $A'_{23} = 0.20626081$ $A'_{22} = 0.08313262$ $A'_{33} = 0.5628927$	$S_4 = 0.04331379$ $C_4 = 0.02052282$ $CS = 0.0639083$ $S_2 = -1.3384538$ $C_2 = -1.0938978$	$D_2 = 0.22169325$ $D_4 = 0.00007171$

Заметим, найденный период линейных либраций оказывается примерно в 1.75 длиннее, чем период либраций того же бара в однородном гало.

6. Обсуждение и заключение. Исследование влияния гало на вращение баров является актуальной задачей, т.к. несмотря на заметный прогресс в изучении образования и эволюции плоских галактик, ученые до сих пор не пришли к согласию в вопросе о доминирующем механизме образования баров (о механизмах образования бар-мод см., например, [26]). Бар-мода является самой крупномасштабной, поэтому изучение динамики и эволюции галактик удобно начинать с изучения баров.

С помощью построенных здесь моделей, мы рассмотрели влияние гравитирующего гало из темной материи на вращение бара. Отметим, что бар не является фигурой, вытесняющей материю гало: речь идет о взаимопроникающей суперпозиции компонентов темной материи гало и материи звездного трехосного бара. Такие модели с суперпозицией потенциалов нескольких компонентов "гало-бар-диск" часто используются в динамике звездных систем [27].

Как отмечалось, кроме рассмотренного здесь механизма влияния гало на угловую скорость вращения бара, есть и другие механизмы воздействия диска и гало на бар. Так, эффект замедления вращения бара возможен как за счет передачи углового момента звездам [2], так и за счет влияния динамического трения между баром и гало [14]. Существует и эффект изменения формы бара [15,16], приводящий к некоторому округлению его формы.

В нашей работе в гидродинамическом приближении решена задача о либрационных колебаниях вращающегося бара. Были построены две модели: (i) однородный бар внутри однородного гало и (ii) однородный бар внутри слоисто-неоднородного гало с параболическим законом плотности. Для обеих моделей была найдена взаимная гравитационная энергия бара и гало. Задача сводится к построению лагранжиана, где в качестве потенциального члена

как раз и используется указанная взаимная гравитационная энергия. Важной особенностью метода является то, что производная от взаимной энергии по углу вращения дает момент сил, действующих на бар со стороны внешнего гало. Это позволяет простым способом выводить дифференциальное уравнение вращательных колебаний бара.

Исследование полученных дифференциальных уравнений позволило выявить периодический характер в изменении угловой скорости бара под влиянием внешнего гало. Были найдены частоты и периоды вращательных либраций бара как в общем нелинейном случае, так и в приближении гармонических колебаний. Установлено, что периоды указанных либраций бара могут быть того же порядка, что и периоды обращения звезд вокруг центра галактики за пределами бара в зоне коротации. Кроме того, наш расчет во второй модели показал, что учет неоднородности в распределении вещества в гало может заметно (примерно в 2 раза) увеличить период либраций бара. Так как прямая наблюдательная проверка данных эффектов затруднена, для контроля теоретических выводов необходимо проведение дополнительных численных экспериментов по изучению либраций баров в гало галактик. Кроме того, данный здесь метод можно применять и к задачам о динамике двойных баров.

Авторы признательны Междисциплинарной Научно-Образовательной Школе МГУ "Фундаментальные и прикладные космические исследования".

¹ Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
e-mail: work@boris-kondratyev.ru

² Главная (Пулковская) Астрономическая обсерватория, Санкт-Петербург

³ Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Коэффициенты в потенциале (30) равны:

$$\begin{aligned}
 R_{11} &= 2 A'_1 \cos^2 \theta + 2 A'_2 \sin^2 \theta; & R_{22} &= 2 A'_1 \sin^2 \theta + 2 A'_2 \cos^2 \theta; \\
 R_{1111} &= A'_{11} \cos^4 \theta + 2 A'_{12} \cos^2 \theta \sin^2 \theta + A'_{22} \sin^4 \theta; \\
 R_{2222} &= A'_{11} \sin^4 \theta + 2 A'_{12} \cos^2 \theta \sin^2 \theta + A'_{22} \cos^4 \theta; \\
 R_{1122} &= (6 A'_{11} - 8 A'_{12} + 6 A'_{22}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + 2 A'_{11} \cos^4 \theta + 2 A'_{12} \sin^4 \theta; \\
 R_{1133} &= 2 A'_{13} \cos^2 \theta + 2 A'_{23} \sin^2 \theta; & R_{2233} &= 2 A'_{13} \sin^2 \theta + 2 A'_{23} \cos^2 \theta.
 \end{aligned} \tag{П.1}$$

Указанные в тексте вспомогательные коэффициенты в потенциале (33) равны:

$$\begin{aligned}
 S_4 &= \frac{3}{7} A'_{11} a_2^4 + \frac{3}{7} A'_{22} a_1^4 + \frac{2}{7} A'_{12} a_1^2 a_2^2; \\
 C_4 &= \frac{3}{7} A'_{22} a_2^4 + \frac{3}{7} A'_{11} a_1^4 + \frac{2}{7} A'_{11} a_1^2 a_2^2; \\
 CS &= \frac{6}{7} A'_{12} a_1^4 + \frac{6}{7} A'_{12} a_2^4 + \frac{1}{7} (6 A'_{11} - 8 A'_{12} + 6 A'_{22}) a_1^2 a_2^2; \\
 S_2 &= -2 A'_1 a_2^2 + \frac{2}{7} A'_{13} a_2^2 a_3^2 + \frac{2}{7} A'_{23} a_1^2 a_3^2 - 2 A'_2 a_1^2; \\
 C_2 &= -2 A'_2 a_2^2 + \frac{2}{7} A'_{13} a_1^2 a_3^2 + \frac{2}{7} A'_{23} a_2^2 a_3^2 - A'_1 a_1^2; \\
 R &= 5I - 2 A'_3 a_3^2 + \frac{3}{7} A'_{33} a_3^4.
 \end{aligned} \tag{П.2}$$

HALO EFFECT ON BAR ROTATION IN GALAXIES

B.P.KONDRATYEV^{1,2}, E.N.KIREEVA¹, V.S.KORNOUKHOV¹,
N.G.TRUBITSYNA³

The effect of a massive gravitating halo on the rotation of an ellipsoidal bar in disk galaxies is studied. The method is based on calculating the moment of forces between the bar and the halo using a function of their mutual gravitational energy. To test the new method, two models are constructed: a simple version with homogeneous components, and a more complex version in which the halo is represented by a layered-heterogeneous ellipsoid with a parabolic density law. For both models, expressions for the mutual gravitational energy of the bar and the halo are obtained, the Lagrangian is constructed, and differential equations for the nonlinear rotational oscillations of the bar are derived. These equations describe bar rotation with variable angular velocity. The frequencies and periods of oscillations of the bar's angular velocity are found both in the general nonlinear case and in the approximation of harmonic oscillations. It has been found that taking into account the inhomogeneity of the halo can noticeably (by about a factor of 2) increase the period of these oscillations.

Keywords: *structure of disk galaxies; bars and halos; mutual energy of ellipsoids; linear and nonlinear equations of rotational oscillations of bars; frequencies and periods of oscillation*

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.A.Sellwood, A.Wilkinson*, Reports on Progress in Phys., **56**, 173, 1993.
2. *E.Athanassoula*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **341**, 117903, 2003.
3. *M.Martig, F.Bournaud, D.J.Croton et al.*, Astrophys. J., **756**, 26, 2012.
4. *K.Kraljic, F.Bournaud, M.Martig*, Astrophys. J., **757**, 60, 2012.
5. *T.Kim, E.Athanassoula, K.Sheth et al.*, Astrophys. J., **922**, 196, 2021.
6. *K.Sheth et al.*, Astrophys. J., **675**, 1141, 2008.
7. *B. Cervantes Sodi*, Astrophys. J., **835:80**, 9, 2017.
8. *B.P.Kondratyev, E.N.Kireeva*, Baltic Astron., **25**, 247, 2016.
9. *J.P.Ostriker, P.J.E.Peebles*, Astrophys. J., **186**, 467, 1973.
10. *M.G.Abadi, J.F.Navarro, M.Fardal et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **407**, 435, 2010.
11. *I.Minchev, B.Famaey, A.C.Quillen et al.*, Astron. Astrophys. **548**, A126, 2012.
12. *L.Hernquist M.D.Weinberg*, Astrophys. J., **400**, 80, 1992.
13. *V.P.Debattista, J.A.Sellwood*, Astrophys. J. **543**, 704, 2000.
14. *J.A.Sellwood*, Astrophys. J., **637**, 567, 2006.
15. *A.Collier*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **492**, 2241, 2020.
16. *A.Kumar, M.Das, K.S.Kumar*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **509**, 1262, 2022.
17. *S.Tremaine, M.D.Weinberg*, Astrophys. J., **282**, L5-L7, 1984.
18. *R.Chiba, R.Schönrich*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **505**, 2412, 2021.
19. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, Astrophysics, **64**, 219, 2021.
20. *J.H.Knapen, I.Shlosman, R.F.Peletier*, A subarcsecond resolution near-infrared study of Seyfert and "normal" galaxies: II. Morphology, **529**, 93, 2000.
21. *S.Chandrasekhar*, Ellipsoidal Figures of Equilibrium, Yale University Press, New Haven, 1969.
22. *B.P.Kondratyev*, Sov. Astron., **26**, 279, 1982.
23. *Б.П.Кондратьев*, Динамика эллипсоидальных гравитирующих фигур, М., Наука, 1989.
24. *Б.П.Кондратьев*, Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. М., Мир, 2007.
25. *B.P.Kondratyev*, Solar Syst. Res., **46**, 352, 2014.
26. *E.V.Polyachenko*, Astron. Lett., **39**, 72, 2013.
27. *A.T.Bajkova, V.V.Bobylev*, Astron. Rep., **65**, 737, 2021.
28. *B.P.Kondratyev, V.S.Kornoukhov*, Astron. Rep., **64**, 434, 2020.