

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.2-113

О НЕУСТОЙЧИВОСТЯХ НЕСТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО ДИСКА. V. НОВЫЕ КОЛЬЦЕОБРАЗНЫЕ МОДЫ ВОЗМУЩЕНИЙ

К.Т.МИРТАДЖИЕВА^{1,2}, С.Н.НУРИТДИНОВ², К.А.МАННАПОВА²,
Т.О.САДЫБЕКОВА^{1,3}

Поступила 12 января 2022

Принята к печати 3 мая 2022

Рассмотрена проблема гравитационных неустойчивостей кольцеобразных мод возмущений на фоне нелинейно колеблющейся в своей плоскости самогравитирующей дисковой модели, которая является нестационарным обобщением известной равновесной модели Бисноватого-Когана - Зельдовича. Найдены соответствующие нестационарные аналоги дисперсионного уравнения для новых кольцеобразных мод возмущений. Результаты расчетов приводятся в виде критических зависимостей начального вириального отношения от степени вращения диска. Выполнен также сравнительный анализ инкрементов гравитационной неустойчивости этих мод возмущений. Выяснилось, что с ростом степени вращения нестационарного диска увеличивается диапазон начального вириального отношения, при котором могут образовываться кольцевые структуры.

Ключевые слова: *самогравитирующий диск: нестационарная модель: кольцеобразные галактики: гравитационная неустойчивость*

1. Введение. Известно, что построение аналитически решаемых моделей нестационарных самогравитирующих систем, а также анализ явления гравитационных неустойчивостей на фоне этих нелинейно неравновесных состояний являются в настоящее время весьма важным и определяющим звеном в исследовании вопросов происхождения и ранней эволюции галактик. Исходя из этого, в предыдущих частях работы [1-4] нами была исследована физика гравитационных неустойчивостей чаще всего наблюдаемых структурных проявлений мод горизонтальных [5-7] и вертикальных [6,8-10] возмущений, которые развиваются на фоне нелинейно пульсирующих моделей самогравитирующего диска с изотропной и анизотропной диаграммами скоростей. В частности, проблема формирования кольцеобразной структуры в дисковых галактиках рассмотрена нами в работе [1] путем анализа гравитационной неустойчивости одной простой моды возмущения с основным индексом гармоник $N = 4$ и азимутальным волновым числом $m = 0$ в рамках нестационарной самогравитирующей дисковой модели. В данном случае возмущение поверхностной плотности $\delta\sigma$ пропорционально полиному

Лежандра с $N=4$ (см. ниже формулу (18)), который имеет два узла по расстоянию от центра системы, причем $\delta\sigma=0$ в интервале между этими узлами. Вот почему данную моду возмущения называют кольцеобразной (см., напр., [1,11] и ссылки там). Рассматриваемая нами модель является нестационарным обобщением известной равновесной модели Бисноватого-Когана - Зельдовича [12].

Анализ данных наблюдений и классификации кольцеобразных галактик (см., напр., [13-18] и ссылки там) показывает множество их разновидностей, вопросы формирования которых требуют изучения гравитационной неустойчивости и других видов кольцеобразных мод возмущений. Исходя из этого, в данной работе нами изучены вопросы происхождения двухкольцевой моды возмущения с $N=6$, $m=0$, а также сравнительно сложных кольцеобразных структур с $N=4$ и 6 при $m=2$ на фоне радиально пульсирующей модели самогравитирующего диска. Построены критические диаграммы зависимостей между физическими параметрами нестационарной модели, а также определены начальные физические условия, критерии и соответствующие механизмы формирования кольцеобразных структур на фоне данной модели.

2. Основные формулы и уравнения. Согласно предыдущим частям [1-4] данной работы, в исходном состоянии мы рассматриваем нелинейно-нестационарную фазовую модель бесстолкновительного самогравитирующего диска с изотропной диаграммой скоростей [19,20]:

$$\Psi(r, v_r, v_\perp, t) = \frac{\sigma_0}{2\pi\Pi\sqrt{1-\Omega^2}} \left[\frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) - (v_r - v_a)^2 - (v_\perp - v_b)^2 \right]^{-1/2} \chi(R-r), \quad (1)$$

которая совершает радиальные пульсации по закону $R(t) = R_0 \Pi(t)$, где

$$\Pi(t) = \frac{1 + \lambda \cos \psi}{1 - \lambda^2}, \quad t = \frac{\psi + \lambda \sin \psi}{(1 - \lambda^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

причем амплитуда радиальных колебаний $\lambda = 1 - (2T/|U|)_0$ выражается через значения вириального отношения в момент времени $t=0$, т.е. $0 \leq \lambda \leq 1$ и при $\lambda=0$ (когда начальное значение вириального отношения $(2T/|U|)_0=1$) модель (1) совпадает с равновесной конфигурацией Бисноватого-Когана-Зельдовича [12]. В (1) введены обозначения

$$v_a = -\lambda \frac{r \sin \psi}{\sqrt{1 - \lambda^2} \Pi^2}, \quad v_b = \frac{\Omega r}{\Pi^2},$$

которые имеют смысл компонентов скорости центроида, соответственно, в радиальном и трансверсальном направлениях, где Ω - угловая скорость вращения диска ($0 \leq \Omega \leq 1$), χ - функция Хевисайда. Отметим также, что здесь принята известная нормировка $\pi^2 G \sigma_0 = 2 R_0$ ($R_0=1$), а остальные все

обозначения подробно приведены в [1]. Далее нам понадобится также выражение для поверхностной плотности в исходном состоянии

$$\sigma(\vec{r}; t) = \frac{\sigma_0}{\Pi^2(t)} \sqrt{1 - \frac{r^2}{\Pi^2(t)}}, \quad (3)$$

вытекающее из (1). Период радиальной пульсации модели равен $P(\lambda) = 2\pi(1 - \lambda^2)^{-3/2}$.

Налагая на нестационарную модель малое несимметричное возмущение с потенциалом $\delta\Phi$, в [1] нами было выведено основное уравнение для вектора смещения центроида $\overline{\delta\vec{r}}$:

$$\Lambda \overline{\delta\vec{r}} = \Pi^3(\psi) \left[\frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\vec{r}} \right], \quad (4)$$

где черта сверху означает усреднение по пространству скоростей, а оператор Λ имеет следующий вид:

$$\Lambda = (1 + \lambda \cos \psi) \frac{d^2}{d\psi^2} + \lambda \sin \psi \frac{d}{d\psi} + 1. \quad (5)$$

Решение уравнения (4) может быть представлено в интегральной форме

$$\overline{\delta\vec{r}} = \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) \left[\frac{\partial(\delta\Phi)}{\partial\vec{r}} \right] d\psi_1, \quad (6)$$

причем $S(\psi, \psi_1)$ является аналогом функции Грина для однородного уравнения, соответствующего (4).

Теперь остается уточнить вид возмущения $\delta\Phi$. Отметим, что кольцеобразные моды относятся к классу горизонтальных возмущений, которые развиваются только в плоскости диска (x, y) и не зависят от z . Учитывая природу исследуемой нестационарной модели (1), по аналогии с теорией устойчивости стационарных моделей [11], эти возмущения можно описывать в виде

$$\delta\Phi = D_{Nm}(\psi) r^{N-m} (x + iy)^m, \quad \left(r = \sqrt{x^2 + y^2} \right), \quad (7)$$

где $D_{Nm}(\psi)$ - искомая функция, которая, в отличие от случая стационарных моделей, зависит от времени.

Напомним, что по аналогии с теорией устойчивости равновесных моделей, для анализа и нахождения критериев неустойчивости нелинейно неравновесной модели необходим вывод нестационарного аналога дисперсионного уравнения (НАДУ). Его вывод требует вычисления возмущения плотности и сравнения результатов с теорией потенциала дисковых самогравитирующих систем. Здесь следует иметь в виду, что нелинейная нестационарность модели (1)

существенно затрудняет анализ ее устойчивости по сравнению с соответствующим равновесным диском, потому что это сильно усложняет НАДУ в общем случае. Учитывая это, наиболее интересные моды возмущения уместнее исследовать отдельно.

3. *Анализ моды возмущения $N = 4$; $m = 2$.* Наиболее характерной особенностью данной моды является формирование однокольцевой структуры из отдельных сгущений. Поскольку в этом случае

$$\delta\Phi = D_{42}(\psi)(x^2 + y^2)(x + iy)^2, \quad (8)$$

то компоненты смещения центроида по аналогии с (6) равны:

$$\overline{\delta x} = 2 \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) D_{42}(\psi_1) \left[\overline{x_1(x_1 + iy_1)^2} + \overline{(x_1^2 + y_1^2)} (x_1 + iy_1) \right] d\psi_1, \quad (9)$$

$$\overline{\delta y} = 2 \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) D_{42}(\psi_1) \left[\overline{y_1(x_1 + iy_1)^2} + i \overline{(x_1^2 + y_1^2)} (x_1 + iy_1) \right] d\psi_1. \quad (10)$$

По определению [1,3]

$$\bar{x}_1 = xH_a + \bar{u}H_b, \quad \bar{y}_1 = yH_a + \bar{\vartheta}H_b, \quad (11)$$

где u и ϑ - компоненты скорости по x и y , соответственно, причем

$$H_a = \frac{(\lambda + \cos\psi_1)\cos\psi + \sin\psi\sin\psi_1}{1 + \lambda\cos\psi}; \quad H_b = \frac{(\lambda + \cos\psi)\sin\psi_1 - (\lambda + \cos\psi_1)\sin\psi}{(1 - \lambda^2)^{3/2}}. \quad (12)$$

Тогда, в соответствии с (11), получим, в частности,

$$\begin{aligned} \overline{x_1(x_1 + iy_1)^2} &= x(x + iy)^2 H_a^3 + (x + iy) \left[(x + iy)\bar{u} + 2x(\bar{u} + i\bar{\vartheta}) \right] H_a^2 H_b + \\ &+ \left[x(3\bar{u}^2 - \bar{\vartheta}^2) + 2(2ix - y)\bar{u}\bar{\vartheta} + 2iyu^2 \right] H_a H_b^2 + \left[u^3 + 2i\bar{u}^2\bar{\vartheta} - u\bar{\vartheta}^2 \right] H_b^3; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \overline{(x_1^2 + y_1^2)(x_1 + iy_1)} &= (x^2 + y^2)(x + iy)H_a^3 + \left[(3x^2 + y^2)\bar{u} + i(3y^2 + x^2)\bar{\vartheta} + \right. \\ &+ 2xy(\bar{\vartheta} + i\bar{u}) \left. \right] H_a^2 H_b + \left[x(3\bar{u}^2 + \bar{\vartheta}^2) + i\bar{y}(3\bar{\vartheta}^2 + \bar{u}^2) + 2y(1 + i)\bar{u}\bar{\vartheta} \right] H_a H_b^2 + \\ &+ \left[u^3 + i\bar{\vartheta}^3 + i\bar{u}^2\bar{\vartheta} + u\bar{\vartheta}^2 \right] H_b^3. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь, например, усреднение по пространству скоростей для u компоненты определяется в следующем виде

$$\bar{u}^k = \frac{1}{\sigma(r, t)} \iint u^k \Psi du d\vartheta. \quad (15)$$

Теперь, подставляя функцию (1) в (15), вычисляем усреднения по пространству скоростей в требуемых комбинациях их компонентов, результаты которых приведены в *Приложении 1*. Подставляя эти результаты в (13) и

(14), с учетом (3), (9) и (10), вычисляется отклик плотности

$$\delta\sigma = -\frac{\partial(\sigma\bar{\delta}x)}{\partial x} - \frac{\partial(\sigma\bar{\delta}y)}{\partial y}. \quad (16)$$

Тогда можно найти

$$\delta\sigma = \frac{2\sigma_0 r^2 (x+iy)^2}{\xi \Pi^4(\psi)} \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) D_{42}(\psi_1) W(\psi, \psi_1) d\psi_1, \quad (17)$$

где $\xi = \sqrt{1-r^2/R^2}$, а через $W(\psi, \psi_1)$ обозначена следующая функция:

$$W(\psi, \psi_1) \equiv 8H_a^3 - \frac{3(8c-5i\Omega)}{\Pi^2(\psi)} H_a^2 H_b - \frac{6(1+5i\Omega c-4c^2)}{\Pi^4(\psi)} H_a H_b^2 - \\ - \frac{8c^3-15i\Omega c^2-6c-7i\Omega^3+6i\Omega}{\Pi^6(\psi)} H_b^3,$$

причем $c = \lambda \sin \psi / \sqrt{1-\lambda^2}$. Из теории потенциала диска известно, что возмущению плотности

$$\delta\sigma = \sigma_0 \Pi \xi^{-1} P_N^m(\xi) e^{im\varphi} \quad (18)$$

соответствует возмущение потенциала [7,11]

$$\delta\Phi = 2\Pi^2 \frac{(N+m-1)!!(N-m-1)!!}{(N+m)!!(N-m)!!} P_N^m(\xi) e^{im\varphi}. \quad (19)$$

Сопоставляя (18) при $N=4$; $m=2$ с вычисленным результатом (17), и учитывая выражения для $\delta\Phi$ (8) и (19), получим НАДУ для данной моды в интегральной форме

$$D_{42}(\psi) = \frac{5}{8\Pi^3(\psi)} \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) D_{42}(\psi_1) W(\psi, \psi_1) d\psi_1. \quad (20)$$

Анализ устойчивости при произвольной λ становится более удобным, если перейти от (20) к дифференциальной форме записи НАДУ. Для этого вводится обозначение

$$\gamma_{\tau}(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} (1+\lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) D_{42}(\psi_1) (\lambda + \cos \psi_1)^{3-\tau} \sin^{\tau} \psi_1 d\psi_1, \quad (\tau = \overline{0-3}), \quad (21)$$

а также с учетом выражений для H_a и H_b (12) и, используя переход от (4) к (6) в обратном порядке, можно перейти к дифференциальной форме НАДУ моды (4;2)

$$\Lambda \gamma_{\tau}(\psi) = \frac{5}{8} D_{42}^*(\psi) (\lambda + \cos \psi)^{3-\tau} \sin^{\tau} \psi, \quad (\tau = \overline{0-3}), \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned}
D_{42}^*(\psi) \equiv & (8a_1 \cos^3 \psi + a_2 \cos^2 \psi \sin \psi - a_3 \cos \psi \sin^2 \psi + a_4 \sin^3 \psi) \gamma_0(\psi) + \\
& + [24a_1 \cos^2 \psi \sin \psi - a_2 (q \cos^2 \psi - 2 \cos \psi \sin^2 \psi) - a_3 (\sin^3 \psi - q \sin^2 \psi) - \\
& - 3a_4 q \sin^2 \psi] \gamma_1(\psi) + [24a_1 \cos \psi \sin^2 \psi - a_2 (q \sin^2 \psi - \sin^3 \psi) - \\
& - a_3 (q^2 \cos \psi - 2q \sin^2 \psi) + 3a_4 q^2 \sin \psi] \gamma_2(\psi) + (8a_1 \sin^3 \psi - a_2 q \sin^2 \psi - \\
& - a_3 q^2 \sin \psi - a_4 q^3) \gamma_3(\psi),
\end{aligned} \tag{23}$$

причем

$$\begin{aligned}
a_1 &= h_1^3; \quad h_1 = (1 + \lambda \cos \psi)^{-1}; \quad a_2 = (24c - 15i\Omega) \sqrt{1 - \lambda^2} h_1^4; \\
a_3 &= 6(1 - 4c^2 + 5ic\Omega)(1 - \lambda^2) h_1^5; \quad a_4 = [2c(4c^2 - 3) + i\Omega(6 - 7\Omega^2 - 15c^2)](1 - \lambda^2)^{3/2} h_1^6.
\end{aligned}$$

НАДУ (22) есть система четырех дифференциальных уравнений второго порядка и не поддается аналитическому рассмотрению. Поэтому она была исследована нами методом устойчивости периодических решений [21] численно. В ходе расчетов, меняя значения параметров вращения Ω и амплитуды пульсации λ в интервале от 0 до 1, были вычислены критические значения начального вириального отношения $(2T/|U|)_0^*$, начиная с которых модель становится неустойчивой относительно кольцеобразной моды возмущений (4; 2). Результаты численного исследования НАДУ (22) приведены в виде критической диаграммы начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (1) (рис.1).

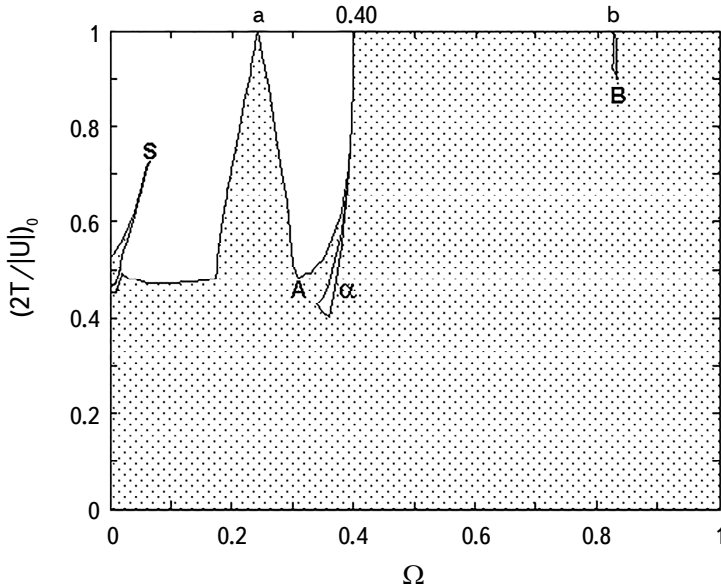


Рис.1. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (1) для моды (4;2). Здесь A(0.31;0.48), B(0.833;0.90), S(0.065;0.725), $a = 0.2424$, $b = 0.8268$.

Заметим, что на фоне изотропной модели данная мода (4;2) имеет "полуостров" неустойчивости внутри области устойчивости. Данный полуостров неустойчивости наблюдается в интервале $0 \leq \Omega \leq 0.065$ и имеет длину 0.275 по значению начального вириального отношения. Далее, с увеличением значения параметра вращения, наблюдаются два острова устойчивости, первый из которых имеет вид "сферического" треугольника и обозначен α ($0.34 \leq \Omega \leq 0.394$; $(0.41 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.74)$). А второй остров устойчивости находится в очень узком интервале значений параметра вращения ($0.825 \leq \Omega \leq 0.833$) и образует пик в точке $b = 0.8268$ ($(2T/|U|)_0 = 1$). Видно, что маргинальная кривая доходит до значения $(2T/|U|)_0 = 1$ при двух значениях Ω , а именно $\Omega_1 = 0.2424$, и $\Omega_2 = 0.4$. Точка $\Omega = \Omega_1$, $\lambda = 0$ является устойчивой в рамках линейного приближения и на оси абсцисс образует подобие точки ветвления, а при малом отклонении от этой точки проявляется нелинейная неустойчивость. При $\Omega \geq \Omega_2$ линейные и нелинейные колебания полностью неустойчивы, кроме точки $\Omega_3 = b = 0.8268$, где наблюдается устойчивость, проявление которой также связано с нелинейными колебаниями модели (1). Заметим также, что при отсутствии вращения модели (1) в интервале $0.48 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.52$ имеется колебательная неустойчивость, на что указывают комплексно-сопряженные корни характеристического уравнения, составленного из решения НАДУ (22) в точке $\psi = 2\pi$ методом устойчивости периодических движений. В диапазоне $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.44$ наблюдается аperiodическая неустойчивость, но когда модель имеет вращение, наблюдается неустойчивость только с колебательной природой.

4. Гравитационные неустойчивости двухкольцевых мод возмущений.

4.1. *Мода $N=6$; $m=0$.* В данном случае возмущение плотности $\delta\sigma$ пропорционально полиному Лежандра с $N=6$, что имеет три узла в области $r>0$, где эта функция обращается в нуль. А это указывает на наличие двух интервалов с $\delta\sigma \leq 0$. Следовательно, неустойчивость данной моды приводит к формированию двух колец в диске. Этой моде соответствует следующий потенциал возмущения:

$$\delta\Phi = D_{60}(\psi)(x^2 + y^2)^3 \quad (24)$$

и с учетом формулы (6) получим компоненты смещения центроида в виде

$$\overline{\delta r} = 6 \int_{-\infty}^{\psi} \Pi^3(\psi_1) S(\psi, \psi_1) D_{60}(\psi_1) r_1^2 (x_1^2 + y_1^2)^2 d\psi_1. \quad (25)$$

Тогда с помощью (11) мы имеем, в частности,

$$\begin{aligned} \overline{x_1(x_1^2 + y_1^2)^2} &= x(x^2 + y^2)^2 H_\alpha^5 + \left[4x(x^2 + y^2)(x\bar{u} + y\bar{v}) + (x^2 + y^2)^2 \bar{u} \right] H_\alpha^4 H_\beta + \\ &+ \left[2x(x^2 + y^2)(\bar{u}^2 + \bar{v}^2) + 4x(x^2 \bar{u}^2 + 2xy\bar{u}\bar{v} + y^2 \bar{v}^2) + 4(x^2 + y^2)(x\bar{u}^2 + y\bar{u}\bar{v}) \right] H_\alpha^3 H_\beta^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[4x \left(x\overline{u^3} + x\overline{u^2\vartheta^2} + y\overline{u^2\vartheta} + y\overline{\vartheta^3} \right) + 2 \left(x^2 + y^2 \right) \left(\overline{u^3} + \overline{u\vartheta^2} \right) + 4 \left(x^2\overline{u^3} + 2xy\overline{u^2\vartheta} + y^2\overline{u\vartheta^2} \right) \right] \times \\
& \times H_\alpha^2 H_\beta^3 + \left[x \left(\overline{u^4} + 2\overline{u^2\vartheta^2} + \overline{\vartheta^4} \right) + 4 \left(x\overline{u^4} + x\overline{u^2\vartheta^2} + y\overline{u^3\vartheta} + y\overline{u\vartheta^3} \right) \right] H_\alpha H_\beta^4 + \\
& + \left[\overline{u^5} + 2\overline{u^3\vartheta^2} + \overline{u\vartheta^4} \right] H_\beta^5,
\end{aligned}$$

причем последние выражения показывают, что теперь, кроме результатов, вычисленных выше для усреднения по пространству скоростей различных сочетаний их компонентов, также требуется вычислить, тем же способом, усреднения $\overline{u^3\vartheta}$, $\overline{u^2\vartheta^2}$, $\overline{u\vartheta^3}$, $\overline{u^4}$, $\overline{\vartheta^4}$, $\overline{u^2\vartheta^3}$, $\overline{u^3\vartheta^2}$, $\overline{u\vartheta^4}$, $\overline{u^4\vartheta}$, $\overline{u^5}$, $\overline{\vartheta^5}$ (см. П.1). Переходя к расчету отклика плотности, и сопоставляя полученный результат с его теоретическим выражением, а также с учетом (19) и (24), получаем в результате НАДУ моды (6;0) на фоне изотропной модели (1):

$$\Delta\eta_\tau(\psi) = \frac{525}{64} D_{60}^*(\psi) (\lambda + \cos\psi)^{5-\tau} \sin^\tau\psi, \quad (\tau = 0-5), \quad (26)$$

где функция D_{60}^* приведена в П.2.1.

С помощью анализа результатов интегрирования НАДУ (26) можно сказать, что как и мода (4;0) [1], мода (6;0) имеет разные типы неустойчивости на фоне изотропной модели (1) в зависимости от значений параметра вращения и начального вириального отношения. Здесь видно, что при $\Omega \leq 0.7$ в областях неустойчивости по мере увеличения значения $(2T/|U|)_0$ чередуются их природа, но когда $\Omega > 0.7$ неустойчивость носит только апериодический характер.

Как видно из критической зависимости начального вириального отношения от параметра вращения для моды (6;0) (рис.2), область устойчивости не наблюдается вплоть до значения $\Omega = 0.13583$. Затем, с ростом значения параметра вращения, маргинальная кривая приобретает несколько пиков, в результате чего наблюдается чередование областей устойчивости и неустойчивости при $(2T/|U|)_0 > 0.6$. Отметим, что в пиках $\Omega = a; b; c; d$ и e имеет место некоторый резонансный эффект, а найденные точки $\Omega 1 = 0.13583$ и $\Omega 2 = 0.85240$ при $(2T/|U|)_0 = 1$ совпадают с результатами неустойчивости равновесной модели в линейном приближении (см., напр., [11] и ссылки там).

Рис.2 показывает также существование двух островов неустойчивостей: очень маленького - α ($0.2 \leq \Omega \leq 0.203$; $0.415 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.483$) и узкого - β ($0.327 \leq \Omega \leq 0.420$; $0.464 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.653$) и еще двух подобных областей: γ ($0.23 \leq \Omega \leq 0.33$; $0.196790 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.427$) и δ ($0.3008 \leq \Omega \leq 0.36$; $0.185 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.355$) островов устойчивости.

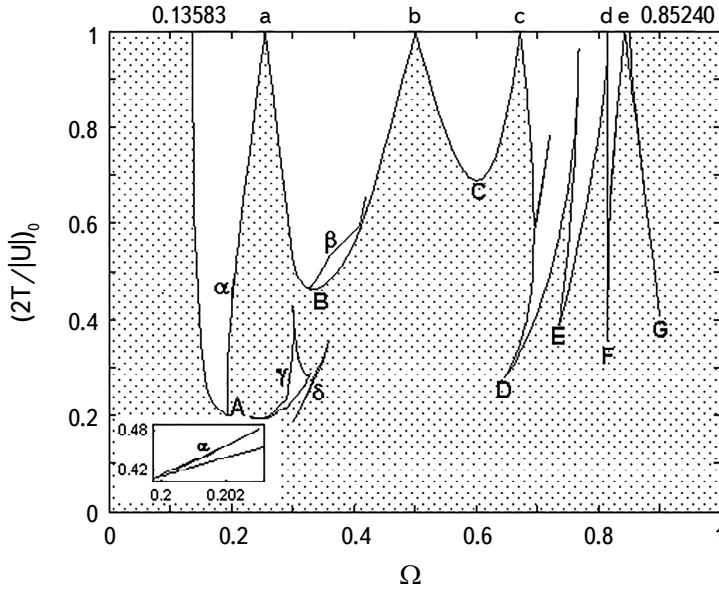


Рис.2. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (1) для моды (6;0). Здесь A(0.196;0.20), B(0.331;0.462), C(0.6;0.688), D(0.647;0.2787), E(0.737;0.388), F(0.815659;0.354), G(0.9;0.407), S(0.14;0.355), $a = 0.255389$, $b = 0.501198$, $c = 0.672189$, $d = 0.815658$, $e = 0.843302$.

4.2. *Мода $N=6$; $m=2$* . Данная мода ответственна также за формирование двух колец, состоящих из отдельных сгущений. В данном случае потенциал возмущения имеет вид

$$\delta\Phi = D_{62}(\psi)(x^2 + y^2)^2(x + iy)^2. \quad (27)$$

Теперь, используя подход, описанный выше, получаем НАДУ для моды (6;2) возмущений изотропной модели (1):

$$\Lambda\mu_\tau(\psi) = \frac{105}{256} D_{62}^*(\psi)(\lambda + \cos\psi)^{5-\tau} \sin^\tau\psi, \quad (\tau = \overline{0-5}), \quad (28)$$

где функция $D_{62}^*(\psi)$ приведена в П.2.2.

Результаты исследования НАДУ (28) показывают, что на фоне невращающейся модели (1) для кольцеобразной моды (6;2) характерна колебательная неустойчивость в интервалах $0.14 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.30$ и $0.33 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.491$, а при $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.13$ и $0.31 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.32$ - апериодическая. Когда модель вращается, имеется только колебательно-резонансная неустойчивость. Таким образом, при $\Omega = 0$ неустойчивость имеет место, когда $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.491$, но внутри данного интервала также имеют место две очень маленькие зоны устойчивости: $0.306 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.308$ и $0.321 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.325$ (рис.3).

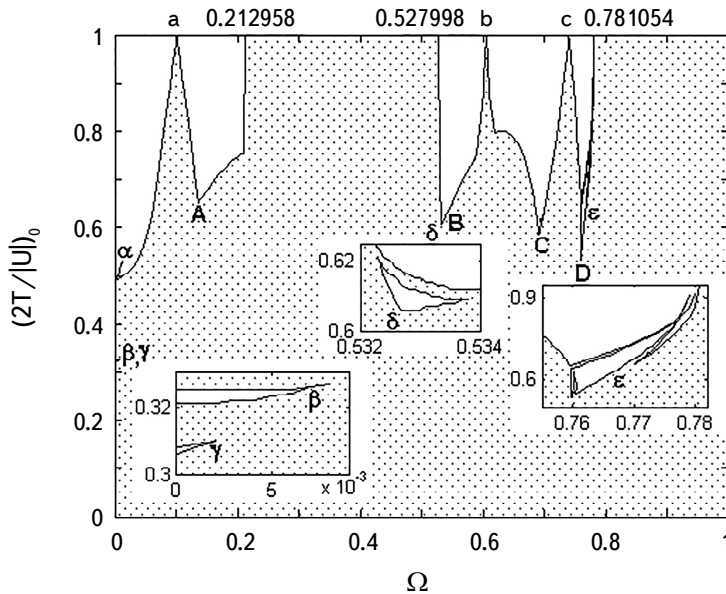


Рис.3. Критическая зависимость начального вириального отношения от параметра вращения изотропной модели (1) для моды (6;2). Здесь A(0.1362;0.6520), B(0.5337;0.6120), C(0.6911; 0.5850), D(0.7597;0.535), $a = 0.101170$, $b = 0.605624$, $c = 0.739953$.

Первая зона устойчивости, уменьшая свою ширину, наблюдалась до $\Omega = 0.002$, а вторая - до значения $\Omega = 0.008$. В результате образовались γ и β полуострова устойчивости. Кроме того, здесь также можно заметить один остров неустойчивости - α ($0.004 \leq \Omega \leq 0.012$; $0.496 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.532$) и два острова устойчивости: δ ($0.5323 \leq \Omega \leq 0.5338$; $0.606 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.621$) и ϵ ($0.7597 \leq \Omega \leq 0.7768$; $0.535 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.813$). Отметим, что в интервалах $0.212958 \leq \Omega \leq 0.527298$ и $0.781054 \leq \Omega \leq 1$ данная мода возмущений неустойчива на фоне изотропной модели (1) во всем диапазоне значений $(2T/|U|)_0$, а при $(2T/|U|)_0 \leq 0.3$ рассматриваемая мода становится полностью неустойчивой для произвольных значений параметра вращения. Заметим также, что при $\Omega = a$; b и c область неустойчивости увеличивается до $(2T/|U|)_0 \approx 0.999999$, заняв практически весь диапазон возможных значений начального вириального отношения. Обнаруженные критические значения $\Omega = 0.212958$; 0.527298 и 0.781054 при $(2T/|U|)_0 = 1$ ($\lambda = 0$) также были найдены раньше в рамках стационарной модели [11], что служит доказательством достоверности полученных результатов.

5. *Сравнение инкрементов неустойчивостей.* Во время численных расчетов НАДУ кольцеобразных мод возмущений для каждого значения λ также вычислялись соответствующие значения инкрементов неустойчивостей

по формуле

$$\text{Inc} = \frac{\ln|k_{\max}|}{P(\lambda)}, \quad (29)$$

где $\ln|k_{\max}|$ - натуральный логарифм от наибольшего значения модуля корня характеристического уравнения. Отметим, что эти инкременты дают нам, в частности, характерные времена проявления соответствующих неустойчивостей. Исходя из этого, нами также построены зависимости инкрементов неустойчивостей от начального вириального отношения при различных значениях параметра вращения диска Ω для изотропной модели (рис.4).

Как видно из рис.4, при $\Omega=0$ в изотропной модели инкремент неустойчивости двухкольцевой моды (6;0) преобладает над всеми остальными.

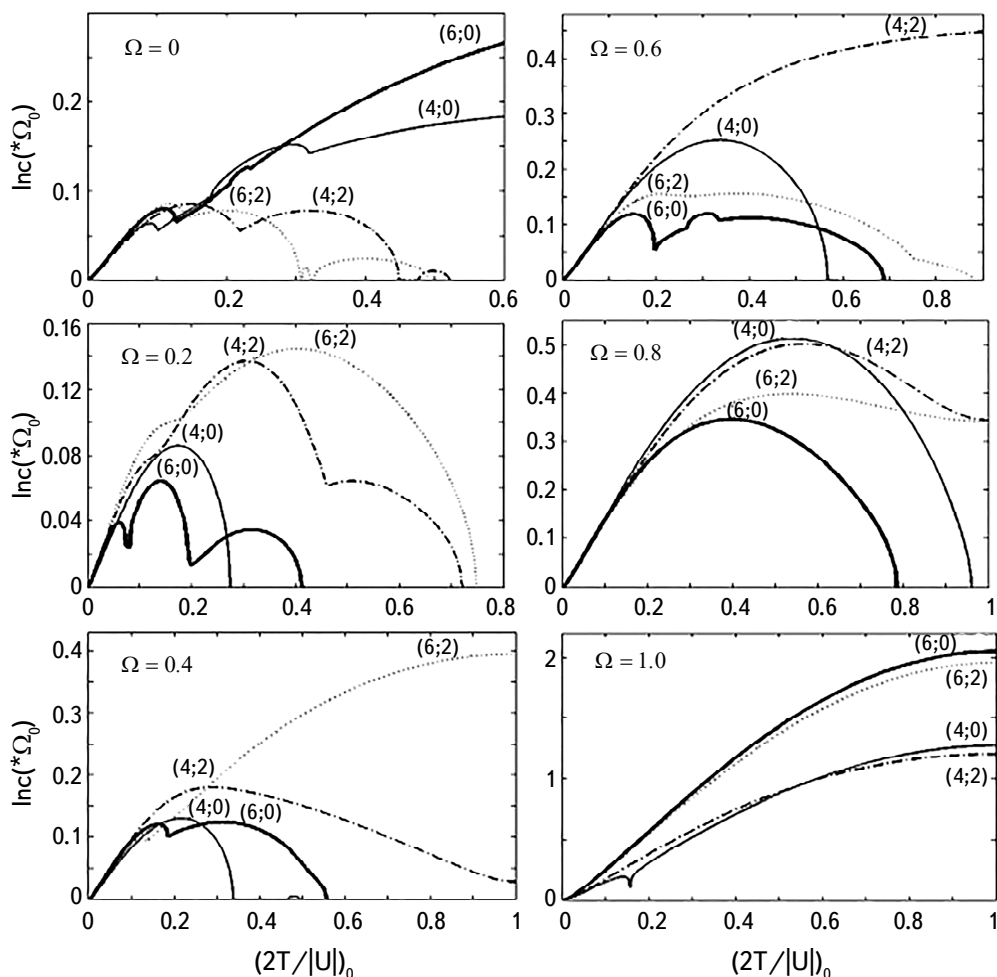


Рис.4. Сравнение инкрементов неустойчивостей кольцеобразных мод колебаний на фоне изотропной модели (1) для различных значений параметра вращения Ω .

И только когда исходная нелинейная нестационарность данной модели до наложения возмущения такова, что $0.12 < (2T/|U|)_0 < 0.3$, то формирование однокольцевой структуры имеет большой темп роста возмущения. Превосходство двухкольцевых мод также сохраняется и в случаях $\Omega < 0.6$ и $\Omega = 1$. Самое интересное то, что в самом крайнем случае $\Omega = 1$ инкременты неустойчивости мод (4;0) и (6;0) почти совпадают с инкрементами мод (4;2) и (6;2), соответственно.

6. *Заключение.* Перечислим полученные нами основные результаты в данной работе.

1. Получены НАДУ однокольцевых и двухкольцевых мод возмущений нестационарной изотропной модели самогравитирующего диска.

2. Построены критические диаграммы начального вириального отношения от параметра вращения диска для рассмотренных мод, эволюционирующих на фоне изотропной модели. Найдены механизмы и критерии формирования кольцевых структур.

3. Установлено, что неустойчивости (4;0) и (6;0) мод имеют и колебательный, и аperiодический характер в зависимости от значения начального вириального отношения. А моды (4;2) и (6;2) в рамках невращающейся модели имеют два разных типа неустойчивости: колебательный и аperiодический, в зависимости от значения начального вириального отношения, а когда модель имеет вращение, то наблюдается только колебательная неустойчивость.

4. Выяснилось, что неустойчивости кольцеобразных мод возмущений в рамках изотропной модели представляют своеобразную картину. При определенных значениях параметра вращения имеет место нелинейный эффект, связанный со сложным резонансом между частотами коллективных движений линейной теории и нелинейных колебаний модели [22], в результате чего кольцеобразные моды возмущений являются неустойчивыми во всем диапазоне значений начального вириального отношения.

5. Получено полное совпадение критических значений параметра вращения изотропного диска при $(2T/|U|)_0 = 1$ ($\lambda = 0$) с результатами для стационарной модели [11], что служит доказательством достоверности полученных результатов.

6. Вычислены инкременты неустойчивости кольцеобразных мод возмущений в зависимости от начального значения вириального отношения и параметра вращения диска. Определены характерные времена проявления кольцевых структур в зависимости от основных физических параметров модели.

7. Выяснилось, что с увеличением значения параметра вращения нестационарного диска увеличивается и диапазон начального вириального отношения, при котором могут образовываться кольцевые структуры.

8. Показано, что физика неустойчивости нелинейно неравновесных моделей,

описывающие ранние стадии эволюции дискообразных самогравитирующих систем, существенно отличается от физики соответствующих равновесных конфигураций.

Далее мы планируем также изучить выше рассмотренные моды возмущений в некоторой другой модели нестационарного диска, но с анизотропной диаграммой скоростей.

Работа выполнена при поддержке средств государственного бюджета Республики Узбекистан. СНН благодарит также Министерство инновационного развития РУз. Авторы выражают искреннюю благодарность рецензенту за полезные замечания и предложения.

¹ Астрономический институт Академии наук республики Узбекистан,
e-mail: mkt1959@mail.ru

² Кафедра Астрономии и Астрофизики Национального университета
Узбекистана, e-mail: nur200848@mail.ru

³ AIM, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, France

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Результаты усреднения по пространству скоростей различных сочетаний их компонентов для изотропной модели (1):

$$\overline{u} = -\frac{cx + \Omega y}{\Pi^2}; \quad \overline{y} = -\frac{cy - \Omega x}{\Pi^2}; \quad \overline{u y} = (\overline{u})(\overline{y}); \quad \overline{y u^2} = (\overline{y})(\overline{u^2}); \quad \overline{u y^2} = (\overline{u})(\overline{y^2});$$

$$\overline{u^2} = \frac{1 - \Omega^2}{3\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) + (\overline{u})^2; \quad \overline{y^2} = \frac{1 - \Omega^2}{3\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) + (\overline{y})^2;$$

$$\overline{u^3} = (\overline{u}) \left[\frac{1 - \Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) + (\overline{u})^2 \right]; \quad \overline{y^3} = (\overline{y}) \left[\frac{1 - \Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) + (\overline{y})^2 \right];$$

$$\overline{u^4} = \frac{(1 - \Omega^2)^2}{5\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right)^2 + 2 \frac{1 - \Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) \frac{(cx + \Omega y)^2}{\Pi^4} + \frac{(cx + \Omega y)^4}{\Pi^8};$$

$$\overline{y^4} = \frac{(1 - \Omega^2)^2}{5\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right)^2 + 2 \frac{1 - \Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) \frac{(cy - \Omega x)^2}{\Pi^4} + \frac{(cy - \Omega x)^4}{\Pi^8};$$

$$\overline{u^3 y} = \frac{1 - \Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2} \right) \frac{(cx + \Omega y)(cy - \Omega x)}{\Pi^4} + \frac{(cx + \Omega y)^3 (cy - \Omega x)}{\Pi^8};$$

$$\begin{aligned}
\overline{u^3 \mathfrak{g}^3} &= \frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cx+\Omega y)(cy-\Omega x)}{\Pi^4} + \frac{(cy-\Omega x)^3(cx+\Omega y)}{\Pi^8}; \\
\overline{u^2 \mathfrak{g}^2} &= \frac{(1-\Omega^2)^2}{15\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)^2 + \frac{1-\Omega^2}{3\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \left[\frac{(cx+\Omega y)^2}{\Pi^4} + \frac{(cy-\Omega x)^2}{\Pi^4} \right] + \\
&\quad + \frac{(cx+\Omega y)^2(cy-\Omega x)^2}{\Pi^8}; \\
\overline{u^5} &= -\frac{(1-\Omega^2)^2}{\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)^2 \frac{cx+\Omega y}{\Pi^2} - 10 \frac{1-\Omega^2}{3\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cx+\Omega y)^3}{\Pi^6} - \frac{(cx+\Omega y)^5}{\Pi^{10}}; \\
\overline{\mathfrak{g}^5} &= -\frac{(1-\Omega^2)^2}{\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)^2 \frac{cy-\Omega x}{\Pi^2} - 10 \frac{1-\Omega^2}{3\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cy-\Omega x)^3}{\Pi^6} - \frac{(cy-\Omega x)^5}{\Pi^{10}}; \\
\overline{u^4 \mathfrak{g}} &= -\frac{(1-\Omega^2)^2}{5\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)^2 \frac{cy-\Omega x}{\Pi^2} - 2 \frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cx+\Omega y)^2(cy-\Omega x)}{\Pi^6} - \\
&\quad - \frac{(cx+\Omega y)^4(cy-\Omega x)}{\Pi^{10}}; \\
\overline{u \mathfrak{g}^4} &= -\frac{(1-\Omega^2)^2}{5\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)^2 \frac{cx+\Omega y}{\Pi^2} - 2 \frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cy-\Omega x)^2(cx+\Omega y)}{\Pi^6} - \\
&\quad - \frac{(cy-\Omega x)^4(cx+\Omega y)}{\Pi^{10}}; \\
\overline{u^3 \mathfrak{g}^2} &= -\frac{(1-\Omega^2)^2}{5\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)^2 \frac{cx+\Omega y}{\Pi^2} - \frac{1-\Omega^2}{3\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cx+\Omega y)^3}{\Pi^6} - \\
&\quad - \frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cy-\Omega x)^2(cx+\Omega y)}{\Pi^6} - \frac{(cy-\Omega x)^2(cx+\Omega y)^3}{\Pi^{10}}; \\
\overline{u^2 \mathfrak{g}^3} &= -\frac{(1-\Omega^2)^2}{5\Pi^4} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)^2 \frac{cy-\Omega x}{\Pi^2} - \frac{1-\Omega^2}{3\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cy-\Omega x)^3}{\Pi^6} - \\
&\quad - \frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) \frac{(cx+\Omega y)^2(cy-\Omega x)}{\Pi^6} - \frac{(cy-\Omega x)^3(cx+\Omega y)^2}{\Pi^{10}}.
\end{aligned}$$

П2.1. Выражение функции $D_{62}^*(\psi)$:

$$\begin{aligned}
 D_{60}^*(\psi) = & (g_1 \cos^5 \psi - g_2 \cos^4 \psi \sin \psi + g_3 \cos^3 \psi \sin^2 \psi - g_4 \cos^2 \psi \sin^3 \psi + \\
 & + g_5 \cos \psi \sin^4 \psi - g_6 \sin^5 \psi) \eta_0(\psi) + [5 g_1 \cos^4 \psi \sin \psi + g_2 (q \cos^4 \psi - \\
 & - 4 \cos^3 \psi \sin^2 \psi) + g_3 (3 \cos^2 \psi \sin^3 \psi - 2 q \cos^3 \psi \sin \psi) + g_4 (3 q \cos^2 \psi \sin^2 \psi - \\
 & - 2 \cos \psi \sin^4 \psi) + g_5 (\sin^5 \psi - 4 q \cos \psi \sin^3 \psi) + 5 g_6 q \sin^4 \psi] \eta_1(\psi) + \\
 & + [10 g_1 \cos^3 \psi \sin^2 \psi + g_2 (4 q \cos^3 \psi \sin \psi - 6 \cos^2 \psi \sin^3 \psi) + g_3 (q^2 \cos^3 \psi - \\
 & - 6 q \cos^2 \psi \sin^2 \psi + 3 \cos \psi \sin^4 \psi) + g_4 (6 q \cos \psi \sin^3 \psi - 3 q^2 \cos^2 \psi \sin \psi - \\
 & - \sin^5 \psi) + g_5 (6 q^2 \cos \psi \sin^2 \psi - 4 q \sin^4 \psi) - 10 g_6 q^2 \sin^3 \psi] \eta_2(\psi) + \\
 & + [10 g_1 \cos^2 \psi \sin^3 \psi + g_2 (6 q \cos^2 \psi \sin^2 \psi - 4 \cos \psi \sin^4 \psi) + \\
 & + g_3 (3 q^2 \cos^2 \psi \sin \psi - 6 q \cos \psi \sin^3 \psi + \sin^5 \psi) + g_4 (q^3 \cos^2 \psi - \\
 & - 6 q^2 \cos \psi \sin^2 \psi + 3 q \sin^4 \psi) + g_5 (6 q^2 \sin^3 \psi - 4 q^3 \cos \psi \sin \psi) + \\
 & + 10 g_6 q^3 \sin^2 \psi] \eta_3(\psi) + [5 g_1 \cos \psi \sin^4 \psi + g_2 (4 q \cos \psi \sin^3 \psi - \sin^5 \psi) + \\
 & + g_3 (3 q^2 \cos \psi \sin^2 \psi - 2 q \sin^4 \psi) + g_4 (2 q^3 \cos \psi \sin \psi - 3 q^2 \sin^3 \psi) + \\
 & + g_5 (q^4 \cos \psi - 4 q^3 \sin^2 \psi) - 5 g_6 q^4 \sin \psi] \eta_4(\psi) + (g_1 \sin^5 \psi + g_2 q \sin^4 \psi + \\
 & + g_3 q^2 \sin^3 \psi + g_4 q^3 \sin^2 \psi + g_5 q^4 \sin \psi + g_6 q^5) \eta_5(\psi),
 \end{aligned}$$

где

$$\eta_\tau(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) D_{60}(\psi_1) (\lambda + \cos \psi_1)^{5-\tau} \sin^\tau \psi_1 d\psi_1,$$

причем

$$\begin{aligned}
 g_1 &= h_1^5; \quad g_2 = -5c \sqrt{1 - \lambda^2} h_1^6; \quad g_3 = 2(3\Omega^2 + 5c^2 - 2)(1 - \lambda^2) h_1^7; \\
 g_4 &= 2c(6 - 9\Omega^2 - 5c^2)(1 - \lambda^2)^{3/2} h_1^8; \\
 g_5 &= \frac{1}{5}(8 - 36\Omega^2 + 33\Omega^4 - 60c^2 + 90c^2 \Omega^2 + 25c^4)(1 - \lambda^2)^2 h_1^9; \\
 g_6 &= \frac{c}{5}(20c^2 - 30c^2 \Omega^2 - 5c^4 - 8 + 36\Omega^2 - 33\Omega^4)(1 - \lambda^2)^{5/2} h_1^{10}.
 \end{aligned}$$

П2.2. Выражение функции $D_{62}^*(\psi)$:

$$\begin{aligned}
 D_{62}^*(\psi) = & (b_1 \cos^5 \psi - b_2 \cos^4 \psi \sin \psi + b_3 \cos^3 \psi \sin^2 \psi - b_4 \cos^2 \psi \sin^3 \psi + \\
 & + b_5 \cos \psi \sin^4 \psi - b_6 \sin^5 \psi) \mu_0(\psi) + [5 b_1 \cos^4 \psi \sin \psi + b_2 (q \cos^4 \psi - \\
 & - 4 \cos^3 \psi \sin^2 \psi) + b_3 (3 \cos^2 \psi \sin^3 \psi - 2 q \cos^3 \psi \sin \psi) + b_4 (3 q \cos^2 \psi \sin^2 \psi - \\
 & - 2 \cos \psi \sin^4 \psi) + b_5 (\sin^5 \psi - 4 q \cos \psi \sin^3 \psi) + 5 b_6 q \sin^4 \psi] \mu_1(\psi) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[10b_1 \cos^3 \psi \sin^2 \psi + b_2 (4q \cos^3 \psi \sin \psi - 6 \cos^2 \psi \sin^3 \psi) + b_3 (q^2 \cos^3 \psi - \right. \\
& - 6q \cos^2 \psi \sin^2 \psi + 3 \cos \psi \sin^4 \psi) + b_4 (6q \cos \psi \sin^3 \psi - 3q^2 \cos^2 \psi \sin \psi - \\
& - \sin^5 \psi) + b_5 (6q^2 \cos \psi \sin^2 \psi - 4q \sin^4 \psi) - 10b_6 q^2 \sin^3 \psi \left. \right] \mu_2(\psi) + \\
& + \left[10b_1 \cos^2 \psi \sin^3 \psi + b_2 (6q \cos^2 \psi \sin^2 \psi - 4 \cos \psi \sin^4 \psi) + \right. \\
& + b_3 (3q^2 \cos^2 \psi \sin \psi - 6q \cos \psi \sin^3 \psi + \sin^5 \psi) + b_4 (q^3 \cos^2 \psi - \\
& - 6q^2 \cos \psi \sin^2 \psi + 3q \sin^4 \psi) + b_5 (6q^2 \sin^3 \psi - 4q^3 \cos \psi \sin \psi) + \\
& + 10b_6 q^3 \sin^2 \psi \left. \right] \mu_3(\psi) + \left[5b_1 \cos \psi \sin^4 \psi + b_2 (4q \cos \psi \sin^3 \psi - \sin^5 \psi) + \right. \\
& + b_3 (3q^2 \cos \psi \sin^2 \psi - 2q \sin^4 \psi) + b_4 (2q^3 \cos \psi \sin \psi - 3q^2 \sin^3 \psi) + \\
& + b_5 (q^4 \cos \psi - 4q^3 \sin^2 \psi) - 5b_6 q^4 \sin \psi \left. \right] \mu_4(\psi) + (b_1 \sin^5 \psi + b_2 q \sin^4 \psi + \\
& + b_3 q^2 \sin^3 \psi + b_4 q^3 \sin^2 \psi + b_5 q^4 \sin \psi + b_6 q^5) \mu_5(\psi),
\end{aligned}$$

где

$$\mu_\tau(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} (1 + \lambda \cos \psi_1)^3 S(\psi, \psi_1) D_{62}(\psi_1) (\lambda + \cos \psi_1)^{5-\tau} \sin^\tau \psi_1 d\psi_1$$

причем

$$\begin{aligned}
b_1 &= 19h_1^5; \quad b_2 = (-95c + 37i\Omega)\sqrt{1-\lambda^2} h_1^6; \\
b_3 &= [2(33\Omega^2 + 95c^2 - 32) - 148i\Omega c] (1-\lambda^2) h_1^7; \\
b_4 &= 2[c(96 - 99\Omega^2 - 95c^2) + i\Omega(111c^2 + 75\Omega^2 - 56)] (1-\lambda^2)^{3/2} h_1^8; \\
b_5 &= [16 - 33\Omega^4 - 192c^2 + 198c^2\Omega^2 + 95c^4 + 4i\Omega c(37c^2 - 75\Omega^2 + 56)] (1-\lambda^2)^2 h_1^9, \\
b_6 &= [c(64c^2 - 66c^2\Omega^2 - 19c^4 - 16 + 33\Omega^4) + \\
& + i\Omega(37c^4 + 150c^2\Omega^2 - 112c^2 + 16 - 48\Omega^2 + 33\Omega^4)] (1-\lambda^2)^{5/2} h_1^{10}.
\end{aligned}$$

НЕСТАЦИОНАРНОСТЬ САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО ДИСКА. V 287
ON INSTABILITIES OF THE NON-STATIONARY MODEL
OF SELF-GRAVITATING DISK. V. NEW RING-LIKE
PERTURBATION MODES

K.T.MIRTADJIEVA^{1,2}, S.N.NURITDINOV², K.A.MANNAPOVA²,
T.O.SADIBEKOVA^{1,3}

The problem of gravitational instabilities of ring-like perturbation modes on the background of nonlinearly oscillating in its plane self-gravitating disk model, which is a non-stationary generalization of the well-known equilibrium Bisnovaty-Kogan-Zel'dovich model, is considered. The corresponding nonstationary analogues of the dispersion equation for the new ring-like perturbation modes are found. The calculation results are given as critical dependences of the initial virial ratio on the degree of disk rotation. A comparative analysis of the growth rate of gravitational instability of these perturbation modes is also performed. It turned out that the range of the initial virial ratio at which ring structures can form increases as the degree of rotation of the nonstationary disk increases.

Keywords: *self-gravitating disk: non-stationary model: ring-like galaxies: gravitational instability*

ЛИТЕРАТУРА

1. S.N.Nuritdinov, K.T.Mirtadjieva, M.Sultana, *Astrophysics*, **51**, 410, 2008.
2. S.N.Nuritdinov, K.T.Mirtadjieva, I.Ahmad et al., *Astrophysics*, **52**, 584, 2009.
3. K.T.Mirtadjieva, S.N.Nuritdinov, J.K.Ruzibaev et al., *Astrophysics*, **54**, 184, 2011.
4. K.T.Mirtadjieva, S.N.Nuritdinov, *Astrophysics*, **55**, 551, 2012.
5. М.Г.Абрамян, "Динамика вложенных гравитирующих систем", Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук, Ереван, 1986.
6. J.Binney, M.Merrifield, "Galactic Astronomy", Princeton University Press, 1998, p.850.
7. В.А.Антонов, Учен. записки ЛГУ, **32**, 79, 1976.
8. C.Hunter, A.Toomre, *Astrophys. J.*, **155**, 747, 1969.
9. J.Binney, S.Tremaine, "Galactic dynamics", Princeton University Press, 1987, p.733.
10. В.Л.Поляченко, И.Г.Шухман, *Астрон. ж.*, **56**, 724, 1979.
11. A.M.Fridman, V.L.Polyachenko, *Physics of gravitating systems*, Springer-Verlag, New-York, 1984.
12. Г.С.Бисноватый-Коган, Я.Б.Зельдович, *Астрофизика*, **6**, 387, 1970.

13. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, Astrophysics, **20**, 302, 1984.
14. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, Astrophysics, **35**, 410, 1991.
15. *K.T.Mirtadjieva, S.N.Nuritdinov*, Astron. Astrophys. Transections, **29**, 305, 2016.
16. *Б.А.Воронцов-Вельяминов*, Астрон. ж., **37**, 381, 1960.
17. *И.П.Костюк*, Сообщ. САО-АН, **13**, 45, 1975.
18. *И.П.Костюк*, Сообщ. САО-АН, **26**, 33, 1979.
19. *С.Н.Нуритдинов*, "Динамика гравитирующих систем и методы аналитической небесной механики", Алма-Ата, Наука, 65, 1987.
20. *S.N.Nuritdinov*, IAU Symp.-153, 401, 1993.
21. *И.Г.Малкин*, "Теория устойчивости движения", М., Наука, 1967.
22. *С.Н.Нуритдинов*, Астрон. Циркуляр, 1531, 5, 1988.