Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. LII, № 1, 1999, с. 38-43.

УДК 621.311.1.001.24 ЭНЕРГЕТИКА

К.В. ХАЧАТРЯН

# К РЕШЕНИЮ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ НЬЮТОНА-РАФСОНА

[illegible] Նյուտոն-Ռաֆսոնի մեթոդով [illegible]

Рассматривается метод построения системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС относительно независимых станционных узлов, решаемой методом Ньютона-Рафсона.

Табл. 2. Библиогр.: 3 назв.

A method of nonlinear algebraic equation system construction in steady-state conditions for electric power systems relative to independent station units is considered. The system is solved by the Newton-Ralson method.

Tables 2. Ref. 3.

Как известно [1-3], уравнение состояния ЭЭС в Z матричной форме представляется в виде

$$\dot U_{\gamma} = \dot U_{Б} + Z_{\gamma} \dot I_{\gamma}, \qquad (1)$$

где $\dot U_{\gamma}$, $\dot I_{\gamma}$ - столбцевые матрицы комплексных напряжений и токов независимых узлов; $\dot U_{Б}$ - комплексное напряжение базисного узла, $\dot U_{Б\gamma} = \dot U_{Б}$; $Z_{\gamma}$ - собственные и взаимные комплексные сопротивления независимых узлов.

С целью дальнейшего изложения материала принимается следующая индексация - для независимых станционных узлов $m(n) = 1, 2, 3, \ldots, Г$; для нагрузочных узлов - $k(l) = Г+1, Г+2, Г+3, \ldots, Г+Н$.

При учете выбранных систем индексов матричное уравнение (1) можно представить в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \dot U_{m} \\ \hline \dot U_{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot U_{Б} \\ \hline \dot U_{Б} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{mn} & | & Z_{ml} \\ - & | & - \\ Z_{kn} & | & Z_{kl} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot I_{n} \\ \hline \dot I_{l} \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Если предположить, что множество Н нагрузочных узлов представлено в виде одного эквивалентного нагрузочного узла, то матричное уравнение (2) можно представить в виде

$$\begin{bmatrix}\dot U_m\\ ---\\ \dot U_{\Sigma H}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U_Б\\ ---\\ U_Б\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}Z_{mn} & | & Z_{m,\Sigma H}\\ - & | & -\\ Z_{\Sigma H,n} & | & Z_{\Sigma H,\Sigma H}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\dot I_i\\ ---\\ \dot I_{\Sigma H}\end{bmatrix}, \tag{3}$$

где $\dot I_{\Sigma H}$ - комплексный ток эквивалентного нагрузочного узла; $\dot U_{\Sigma H}$ - комплексное напряжение эквивалентного нагрузочного узла; $Z_{m,\Sigma H}$ - столбцевая матрица комплексных сопротивлений между независимыми станционными и эквивалентными нагрузочными узлами; $Z_{\Sigma H,n}$ - строчная матрица комплексных сопротивлений между эквивалентным и независимыми станционными узлами; $Z_{\Sigma H,\Sigma H}$ - собственное комплексное сопротивление эквивалентного нагрузочного узла.

Новые комплексные сопротивления $Z_{m,\Sigma H}$, $Z_{\Sigma H,n}$, $Z_{\Sigma H,\Sigma H}$, подлежащие определению, называются эквивалентирующими комплексными сопротивлениями. Комплексное сопротивление $Z_{m,\Sigma H}$ определяется из условия инвариантности генерирующих мощностей независимых станционных узлов до и после преобразования электрической схемы.

В результате устанавливается следующее выражение для $Z_{m,\Sigma H}$:

$$Z_{m,\Sigma H}=\sum_{j=Г+1}^{Г+Н} Z_{mj} \dot I_j \Big/ \sum_{j=Г+1}^{Г+Н} \dot I_j \tag{4}$$

Если знаменатель и числитель (4) умножить на $\sum_{i=Г+1}^{Г+Н} \hat I_i$, то получим

$$Z_{m,\Sigma H}=\sum_{i=Г+1}^{Г+Н}\sum_{j=Г+1}^{Г+Н} \hat I_i Z_{mj} \dot I_j \Big/ \sum_{i=Г+1}^{Г+Н}\sum_{j=Г+1}^{Г+Н} \hat I_i \dot I_j \tag{5}$$

Представим выражение (5) в виде

$$Z_{m,\Sigma H}=\frac{1}{\Delta}\sum_{i=Г+1}^{Г+Н}\sum_{j=Г+1}^{Г+Н} \hat I_i Z_{mj} \dot I_j , \tag{6}$$

где

$$\Delta=\sum_{i=Г+1}^{Г+Н}\sum_{j=Г+1}^{Г+Н} \hat I_i \dot I_j \tag{7}$$

Искомые комплексные сопротивления $Z_{\Sigma H,n}$ и $Z_{\Sigma H,\Sigma H}$ определяются из условия инвариантности комплексных мощностей нагрузочных узлов до и после преобразования электрической схемы ЭЭС:

$$Z_{\Sigma H,n}=\frac{1}{\Delta}\sum_{i=Г+1}^{Г+Н}\sum_{j=Г+1}^{Г+Н} \hat I_i Z_{in} \dot I_j , \tag{8}$$

$$Z_{\Sigma H,\Sigma H}=\frac{1}{\Delta}\sum_{i=Г+1}^{Г+Н}\sum_{j=Г+1}^{Г+Н} \hat I_i Z_{ij} \dot I_j . \tag{9}$$

Из полученных выражений (6), (8), (9) можно заметить, сопротивления $Z_{m.\Sigma H}$, $Z_{\Sigma H.n}$ и $Z_{\Sigma H.\Sigma H}$ зависят от комплексных то $\hat{I}_i$ и $\dot{I}_r$.

На основе аналитических выражений сопротивле $Z_{m.\Sigma H}$, $Z_{\Sigma H.n}$ и $Z_{\Sigma H.\Sigma H}$ при соответствующем преобразова матричного уравнения можно установить уравнение состоя эквивалентированной ЭЭС:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{\Sigma H.Б} + \sum_{n=1}^{r} Z_{m.n}\dot{I}_n, \quad (1$$

где

$$\dot{U}_{\Sigma H.Б} = \dot{U}_{\Sigma H} + (Z_{\Sigma H.\Sigma H} - Z_{m.\Sigma H})\dot{I}_0, \quad ($$

$$Z_{m.n} = Z_{mn} - Z_{m.\Sigma H} - Z_{\Sigma H.n} + Z_{\Sigma H.\Sigma H}. \quad ($$

В (11) ток $\dot{I}_0$ является током балансирующего узла определяется в виде

$$\dot{I}_0 = -\left(\sum_{n=1}^{r} \dot{I}_n + \dot{I}_{\Sigma H}\right). \quad ($$

Уравнение (10) написано относительно независим станционных узлов.

Рассматривается случай расчета установившегося режима, ко станционные узлы являются узлами типа P-Q. В связи с э уравнение (10) необходимо из узловых комплексных напряже перевести в узловые комплексные мощности. Умножая (10) комплексно-сопряженный ток независимого станционного узла получим

$$P_m + jQ_m = \dot{U}_{\Sigma H.Б}\hat{I}_m + \sum_{n=1}^{r} Z_{m.n}\dot{I}_n\hat{I}_m.$$

Разлагая предыдущее выражение на действительные и мни составляющие, установим аналитические выражения активны реактивных мощностей:

$$P_m = U'_{\Sigma H.Б}I'_m + U''_{\Sigma H.Б}I''_m + \sum_{m=1}^{r}[(I'_m I'_n + I''_m I''_n)R_{m.n} - -(I'_m I''_n - I''_m I'_n)x_{m.n}], \quad ($$

$$Q_m = -U'_{\Sigma H.Б}I''_m + U''_{\Sigma H.Б}I'_m + \sum_{m=1}^{r}[(I'_m I'_n + I''_m I''_n)x_{m.n} + +(I'_m I''_n - I''_m I'_n)R_{m.n}]. \quad ($$

Системы уравнений (14), (15) являются нелинейн алгебраическими уравнениями, в которых искомыми переменн являются составляющие комплексных токов независимых станцион узлов.

Полученную систему уравнений предлагается решить мето Ньютона-Рафсона. При этом

$$\Phi_m(I',I'') = \begin{cases} \Phi_{pm} = P_m - [P_{Бm} + \varphi_{pm}(I'_m, I''_m)] = 0, \\ \Phi_{qm} = Q_m - [Q_{Бm} + \varphi_{qm}(I'_m, I''_m)] = 0. \end{cases} \tag{16}$$

где

$$P_{Бm} = U'_{ΣН.Б} I'_m + U''_{ΣН.Б} I''_m, \quad Q_{Бm} = -U'_{ΣН.Б} I''_m + U''_{ΣН.Б} I'_m, \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{pm}(I'_m,\ I''_m) &= \sum_{n=1}^{Г} [(I'_m I'_n + I''_m I''_n) R_{m,n} - (I'_m I''_n - I''_m I'_n) x_{m,n}], \\ \varphi_{qm}(I'_m,\ I''_m) &= \sum_{n=1}^{Г} [(I'_m I'_n + I''_m I''_n) x_{m,n} + (I'_m I''_n - I''_m I'_n) R_{m,n}]. \end{aligned} \tag{18}$$

Относительно системы (16) рекуррентное выражение Ньютона-Рафсона принимает следующий вид.

$$\begin{bmatrix} I'_m \\ --- \\ I''_m \end{bmatrix}^{H+1} = \begin{bmatrix} I'_m \\ --- \\ I''_m \end{bmatrix}^{H} - \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I'_m} & \vdots & \dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I''_m} \\ - & \vdots & - \\ \dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial I'_m} & \vdots & \dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial I''_m} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \Phi_{pm} \\ --- \\ \Phi_{qm} \end{bmatrix} \tag{19}$$

Частные производные, входящие в матрицу Якоби (19), определяются в виде

- при одинаковых индексах, т.е. когда $n = m$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I'_m} &= -\left[ U'_{ΣН.Б} + 2R_{m,m} I'_m + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{Г} (R_{m,n} I'_n - x_{m,n} I''_n) \right], \\ \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial I''_m} &= -\left[ U''_{ΣН.Б} + 2R_{m,m} I''_m + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{Г} (R_{m,n} I''_n + x_{m,n} I'_n) \right], \\ \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial I'_m} &= -\left[ U''_{ΣН.Б} + 2x_{m,m} I'_m + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{Г} (x_{m,n} I'_n + R_{m,n} I''_n) \right], \\ \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial I''_m} &= -\left[ -U'_{ΣН.Б} + 2x_{m,m} I''_m + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{Г} (x_{m,n} I''_n - R_{m,n} I'_n) \right]; \end{aligned} \tag{20}$$

- при разных индексах, т.е. когда $n \neq m$:

$$\begin{aligned}
&\partial\Phi_{pm} / \partial I'_n = -(R_{m,n} I'_m + x_{m,n} I''_m), \; \partial\Phi_{pm} / \partial I''_n = -(R_{m,n} I''_m - x_{m,n} I'_m), \\
&\partial\Phi_{qm} / \partial I'_n = -(x_{m,n} I'_m - R_{m,n} I''_m), \; \partial\Phi_{qm} / \partial I''_n = -(x_{m,n} I''_m + R_{m,n} I'_m).
\end{aligned} \qquad (21)$$

Устанавливая аналитические выражения частных производных, входяших в матрицу Якоби, можно перейти к организации итерационного процесса по решению численных примеров. Итерационный процесс считается завершенным, если обеспечивается условие

$$\left| \begin{bmatrix} I'_m \\ --- \\ I''_m \end{bmatrix}^{И+1} - \begin{bmatrix} I'_m \\ --- \\ I''_m \end{bmatrix}^{И} \right| \le \begin{bmatrix} \Delta I'_m \\ --- \\ \Delta I''_m \end{bmatrix}, \qquad (22)$$

где $\Delta I'_m$, $\Delta I''_m$ - заданные положительные величины, характеризующие точность определения $I'_m$ и $I''_m$.

Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим численный пример.

В качестве примера рассматривается схема замещения одной ЭЭС, состоящей из девяти независимых узлов [3]. Для данной ЭЭС Z матрица является квадратной матрицей девятого порядка. Пользуясь предложенным методом, ее можно представить матрицей четвертого порядка. При этом на каждой итерации вместо обращения матрицы 18-го порядка обращается матрица 8-го порядка, в результате объем вычислительных работ сокращается на 20...25%.

*Таблица 1*

Численное сравнение методов расчета первого установившегося режима

| Эл. станции | Точный метод | | Новый метод | |
|---|---|---|---|---|
| | $I'_m$ | $I''_m$ | $I'_m$ | $I''_m$ |
| 0 | 0,74520 | -0,16979 | 0,67999 | -0,15298 |
| 2 | 0,53265 | -0,51756 | 0,53301 | -0,51499 |
| 5 | 0,27616 | -0,05508 | 0,27548 | -0,05472 |
| 7 | 0,16116 | -0,47726 | 0,16301 | -0,47477 |
| 9 | 0,47982 | 0,03002 | 0,47784 | 0,03118 |

*Таблица 2*

Численное сравнение методов расчета второго установившегося режима

| Эл. станции | Точный метод | | Новый метод | |
|---|---|---|---|---|
| | $I'_m$ | $I''_m$ | $I'_m$ | $I''_m$ |
| 0 | 0,68028 | 0,01544 | 0,66110 | 0,01873 |
| 2 | 0,61152 | -0,62466 | 0,61193 | -0,62384 |
| 5 | 0,23494 | 0,16318 | 0,23983 | 0,16334 |
| 7 | 0,32465 | -0,64802 | 0,32499 | 0,64684 |
| 9 | 0,27109 | -0,05777 | 0,27094 | -0,05800 |

Как видно (табл. 1 и 2), результаты расчета по новому методу почти не отличаются от результатов расчета по точному методу. Это говорит о перспективности применения нового метода для регулярного расчета установившегося режима ЭЭС.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической системы // Электричество. - 1991. - № 1. - С. 6-13.
2. **Аракелян В.П., Хачатрян К.В., Аль-Дарвиш М.Б.** Об одном методе расчета установившегося режима электроэнергетической системы // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1996. - Т.49. № 1. - С. 17-22.
3. **Бадалян Г.А.** Об одном методе определения Z-матрицы обобщенных параметров электрических систем // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1996. - Т. 49, № 1. - С. 11-16


ГИУА 17.09.1997


Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. LII, № 1, 1999, с. 43-50.

УДК 621.311.1.001.24 ЭНЕРГЕТИКА



А.С. КАРИМЯН


# РАСЧЕТ ДОПУСТИМОГО УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ Y-ФОРМЕ ЗАДАНИЯ СОСТОЯНИЯ СЕТИ


[illegible]