

УСИЛЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЗИТРОНОВ В КРИСТАЛЛИЧЕСКОМ ОНДУЛЯТОРЕ С СЕКЦИЯМИ

А.Л. ГЕВОРГЯН*, Л.А. ГЕВОРГЯН, А.Г. ШАМАМЯН

Национальная научная лаборатория им. А.И. Алиханяна, Ереван, Армения

*e-mail: hayk.gevorgyan@aanl.am

(Поступила в редакцию 5 февраля 2021 г.)

Теоретически исследована задача об ондуляторном излучении каналированных позитронов в кристаллическом ондуляторе с секциями (КОС), учитывая эффект диэлектрической поляризации среды. Конфигурация КОС такова, что сохраняет плоскостное каналирование позитронов с заданной энергией. Получено аналитическое выражение для спектрального распределения числа излученных фотонов. Представлены особенности этого спектра. Как и следовало ожидать, модификация кристаллического ондулятора приводит к усилению излучения за счет конструктивной интерференции полей излучения, образованных на отдельных участках. Найдены оптимальные параметры КОС. Подобные микро-эмиттеры могут найти широкое практическое применение, поскольку с помощью них можно генерировать направленные пучки как жестких, так и мягких фотонов.

1. Введение

Интенсивные, монохроматические, направленные фотонные пучки, образованные сгустками заряженных частиц высоких энергий имеют широкое практическое применение. Такие фотонные пучки можно получить с помощью сгустков релятивистских электронов, которые в периодическом электрическом поле осциллируют в поперечном направлении, что было в 1947 г. предложено В. Л. Гинзбургом для генерации микрорадиоволн [1]. Для генерации этих волн в 1951 г. Мотц предложил использовать последовательный ряд магнитных полей разной полярности, названный ондулятором [2]. В [3] были проведены экспериментальные исследования излучения при прохождении релятивистских электронов через ондулятор. Ондуляторное излучение перестраиваемо в довольно широком диапазоне излучаемых частот. В 1970 г. Корхмазяном [4] было предложено использовать ондулятор для получения рентгеновских и более жестких гамма пучков. Эксперимент по обнаружению ондуляторного излучения в рентгеновской области частот был впервые поставлен на Ереванском ускорителе [5].

В работе [6] было показано, что поляризация среды играет существенную роль в формировании спектрального распределения ондуляторного излучения. При этом существует нижний энергетический порог для формирования

излучения. Когда энергия сгустка заряженных частиц приближается к пороговой энергии, частотно-угловое распределение излучения сужается вокруг нулевого угла. В результате существенно увеличивается плотность излучения, и спектр становится более монохроматичным и направленным.

В теории ондуляторного излучения релятивистских частиц фундаментальную роль играет параметр ондулятора $q = \gamma\theta_0$, где γ – энергия частицы в единицах энергии покоя электрона mc^2 (m – масса электрона, c – скорость света в вакууме), θ_0 – максимальный угол отклонения частицы в поле ондулятора. В случае $q \leq 1$ излучение имеет дипольный характер, что обеспечивает когерентность излучения с различных периодических участков траектории и достаточную монохроматичность. Эти свойства учитываются при исследовании процесса вынужденного ондуляторного излучения в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ). Для плоского синусоидального поля параметр ондулятора представляется в виде $q = eH_0l / (2\pi mc^2)$, где e – электрический заряд частицы, H_0 – амплитуда, l – пространственный период магнитного поля ондулятора.

Характерная длина волны ондуляторного излучения пропорциональна периоду ондулятора и обратно пропорциональна квадрату энергии частицы E . Поэтому для продвижения в более короткую волновую область, не увеличивая величину энергии излучающей частицы, единственным путем остается уменьшение периода ондулятора. Практически сложно создать ондулятор с пространственным периодом $l \leq 1$ см. Такая возможность реализуется в кристаллах при каналировании.

В результате численного моделирования процесса проникновения быстрых ионов в монокристалл было замечено, что при движении частиц под малыми углами относительно кристаллографических плоскостей или осей кристалла длина их пробега аномально возрастает. Это явление было названо каналированием, плоскостным или осевым, и объяснено Линдхардом [7]. Явление каналирования имеет место, когда угол попадания релятивистских частиц в монокристалл меньше угла Линдхарда $\theta_L = \sqrt{2v/\gamma}$, где v – усредненный потенциал атомов монокристалла в единицах mc^2 .

Излучение при каналировании заряженных частиц в кристаллах было исследовано в 1976 г. Кумаховым [8–10]. Длина каналирования ограничена некогерентным рассеянием частиц на электронах среды и тепловых колебаниях атомов (деканалирование). Следует отметить, что максимальная длина каналирования проявляется при плоскостном каналировании положительно заряженных частиц.

Спектры излучения при плоскостном и осевом каналировании позитронов с энергией в несколько ГэВ были измерены в эксперименте на линейном ускорителе SLAC в Стенфорде [11]. В работе [12] была построена теория излучения сгустка позитронов при плоскостном каналировании с учетом поляризации среды и проведено сравнение с экспериментальными данными [13]. Спектральные характеристики сгустка позитронов, каналированных в плотно

упакованных нанотрубках получены в [14]. Монография [15] посвящена проблемам теории электромагнитного излучения быстрых заряженных частиц, в частности, излучению при каналировании в кристаллах.

При плоскостном каналировании позитронов в кристалле волнообразной формы образуется также ондуляторное излучение. Идея возможности построения кристаллического ондулятора была предложена в [16–17], где предлагалась формировать КО ультразвуком или электромагнитной волной.

В очерке [18] представлены работы, посвященные различным методам получения КО, а также экспериментальные и теоретические работы по ондуляторному излучению позитронов и электронов. В работах [19–20] предлагалось получить КО периодической модуляцией содержания Ge в сверхрешетке $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$. КО также можно получить с помощью нанесения периодических микроцарапин [21–22], или тонких полосок [23], образующих периодическое напряжение на поверхности кристалла. При этом первые эксперименты по излучению позитронов в КО с царапинами [21] представлены в [22]. Эксперименты по излучению электронов в КО, образованного в результате изменения концентрации Ge в сверхрешетке $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ [19–20] представлены в работах [24–25].

Теория кристаллического ондуляторного излучения (КОИ) разработана в [26] без учета поляризации среды. Однако необходимо учитывать, как и в случае тормозного излучения [27], влияние среды на образование КОИ. Поляризация среды при образовании КОИ учтена в работе [28]. При этом появляется как энергетический порог образования излучения, так и порог на степень изогнутости кристалла. Спонтанное и вынужденное излучения в кристаллических и нанотрубных ондуляторах были исследованы в работе [29].

По аналогии с оптическим клистроном [30], где была рассмотрена система из двух разделенных ондуляторов, в [31] исследовано излучение позитронов в КО с промежутками. В данной системе монокристаллы КО изогнуты по дуге окружности и расположены так, что в системе сохраняется каналирование позитронов. Было показано, что из-за конструктивной интерференции полей излучения, образованных в каждой секции, имеет место усиление излучения, однако не удалось получить оптимальное значение расстояния между секциями и, следовательно, максимальное значение коэффициента усиления. В [32] рассмотрена задача об излучении позитронов в мульти-кристаллическом ондуляторе [33], образованного набором кристаллов с наклонным разрезом толщиной половины пространственного периода каналирования и расположенных на одинаковых расстояниях. В работе [34] рассмотрен случай, когда расстояние между кристаллами намного превосходит их толщину. Однако, в этом случае излучение будет сильно подавлено, поскольку как показано в настоящей работе, оптимальное расстояние между секциями, при котором значение коэффициента усиления максимально, меньше толщины монокристалла.

В пункте 2 настоящей работы получено выражение для поля ондулятор-

ного излучения. В пункте 3 найдено спектральное распределение числа излученных фотонов с учетом поляризации среды. В пункте 4 приведено выражение для фактора конструктивной интерференции и выявлено оптимальное значение продольного расстояния между секциями кристаллического ондулятора. В пункте 5 обсуждается вопрос о возможности создания кристаллического ондулятора с секциями (КОС) для формирования достаточно интенсивного, направленного пучка рентгеновских фотонов. Рассчитаны параметры КОС, состоящего из монокристаллов алмаза, а также необходимое значение энергии позитронного сгустка. В работе приведены спектральные распределения числа излученных фотонов, образованных в КО, как в отсутствии продольного расстояния между секциями, а также, когда данный промежуток является оптимальным.

2. Ондуляторное излучение каналированных в КОС позитронов с учетом поляризации среды

Кристаллический ондулятор с секциями состоит из $2n$ изогнутых по дуге окружности радиусом R и хордой длиной $l = 2a$ монокристаллов, чередующихся по знаку кривизны. При этом расстояния между монокристаллами представим равными $2pa$ вдоль оси OZ и $2pa^2/R$ вдоль оси OX . Максимальный угол отклонения изогнутых монокристаллов относительно оси OZ равен $\theta_0 = a/R$. Пусть первый монокристалл расположен симметрично относительно оси OX , а секции кристаллического ондулятора симметричны относительно оси OZ (рис.1).

Удобно продольное расстояние измерять в единицах a ($z = a\xi$). Если позитронный сгусток с малой угловой расходимостью попадает в монокристалл под углом $\theta_0 < \theta_L$, то позитроны каналируются. Средняя траектория плоскоотно- каналированных позитронов в первом монокристалле задается формулой:

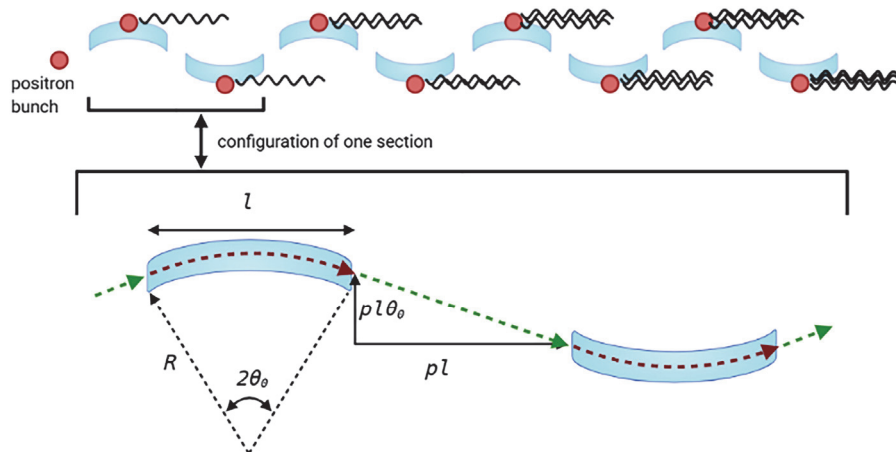


Рис.1. Схематическое представление кристаллического ондулятора с секциями и образование направленного излучения.

$$X_0(\xi) = pa\theta_0 + R\left(\sqrt{1-\theta_0^2\xi^2} - \sqrt{1-\theta_0^2}\right). \quad (1)$$

Если число колебаний на полупериоде в изогнутом канале длиной $2a(1+\theta_0^2/6)$ нечетно, то позитроны после выхода из первого монокристалла попадают во второй монокристалл под углом $\pi - \theta_0$.

С учетом расположений монокристаллов вдоль оси OZ для j -того монокристалла ($j = 0, 1, 2, \dots, 2n-1$) зависимость поперечной координаты от продольной координаты представляется в виде

$$x_j(\xi) = (-1)^j \left(pa\theta_0 + R\left(\sqrt{1-\theta_0^2(\xi - 2j(1+p))^2} - \sqrt{1-\theta_0^2}\right) \right), \quad (2)$$

$$-1 + 2j(1+p) \leq \xi \leq 1 + 2j(1+p).$$

Усредненная траектория каналированных позитронов повторяет форму линии канала КОС, т.е. состоит из дуг окружностей и прямолинейных участков.

Ясно, что при прямолинейном движении позитроны не излучают. Поле излучения позитрона в КОС представляет собой суперпозицию полей излучений, образованных в секциях и отличающихся по фазе. Величина $\mathbf{I}_0$, характеризующая суммарное поле излучения, с точностью до постоянного фазового множителя имеет вид

$$\mathbf{I}_0 = \sum_{j=0}^{2n-1} \mathbf{J}_j, \quad \mathbf{J}_j = \int_{-1}^1 [\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}_j(\xi)] e^{i\phi_j(\xi)} d\xi, \quad (3)$$

где $\mathbf{n}$ направляющий вектор излучения

$$\mathbf{n} = \{\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta\}, \quad (4)$$

θ и φ полярный и азимутальный углы. Скорость позитронов сгустка в единицах скорости света c в вакууме $\boldsymbol{\beta}_j(\xi) = d\boldsymbol{\chi}_j(\xi)/dt$ с учетом малости θ_0 представим в виде

$$\boldsymbol{\beta}_j(\xi) = \left\{ (-1)^{j+1} (\xi - 2j(1+p)) \theta_0 \boldsymbol{\beta}_{\parallel}, \quad 0, \quad \boldsymbol{\beta}_{\parallel} \right\}, \quad (5)$$

где $\beta_{\parallel}$ – средняя продольная скорость позитронов. Входящая в выражение (3) фаза $\phi_j(\xi)$ имеет вид

$$\phi_j(\xi) = \frac{\omega l}{2\beta_{\parallel} c} \left(1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon(\omega)} (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\chi}_j(\xi)) \right), \quad (6)$$

где $\varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость среды, ω – частота излучения.

В данной задаче среднюю траекторию движения позитрона в секциях с достаточной точностью можно заменить ломанной

$$\boldsymbol{\chi}_j(\xi) = \left\{ \frac{\theta_0}{2} (-1)^j (1 + 2p - |\xi - 2j(1+p)|), \quad 0, \quad \xi \right\}. \quad (7)$$

Поэтому, после замены $\zeta = \xi - 2j(1+p)$, получаем

$$\boldsymbol{\chi}_j(\zeta) = \left\{ \frac{\theta_0}{2} (-1)^j (1 + 2p - |\zeta|), \quad 0, \quad \zeta + 2j(1 + p) \right\}, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\beta}_j(\zeta) = \left\{ (-1)^{j+1} \beta_{\parallel} \theta_0 \zeta, \quad 0, \quad \beta_{\parallel} \right\}, \quad -1 \leq \zeta \leq 1.$$

Поле излучения в j -той секции, представленное в переменных ζ , имеет вид

$$\mathbf{J}_j = \int_{-1}^1 [\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}_j(\zeta)] e^{i\phi_j(\zeta)} d\zeta. \quad (9)$$

Фаза поля излучения в j -той секции определяется следующим образом

$$\phi_j(\zeta) = C_j + D_j \zeta, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} C_j &= jY + (-1)^{j+1} C_p, \quad C_p = (2p + 1)C_0, \quad Y = 2(1 + p)Y_0, \\ Y_0 &= \frac{\omega l}{4c\beta_{\parallel}} \left(1 - \beta_{\parallel} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \cos \vartheta \right), \quad D_j = 2 \left(Y_0 + (-1)^j C_0 \operatorname{sign}(\zeta) \right), \\ C_0 &= \frac{\omega l \theta_0}{8c} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \sin \vartheta \cos \varphi. \end{aligned} \quad (11)$$

Векторное произведение, находящееся перед экспоненциальным выражением в (3), представим в виде

$$\begin{aligned} [\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}_j(\zeta)] &= \mathbf{A} + 2(-1)^{j+1} \zeta \mathbf{B}, \\ \mathbf{A} &= \beta_{\parallel} (n_y \mathbf{i} - n_x \mathbf{j}), \quad \mathbf{B} = \frac{\beta_{\parallel} \theta_0}{2} (n_z \mathbf{j} - n_y \mathbf{k}). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ – ортонормированные векторы вдоль координатных осей OX , OY и OZ , n_x , n_y , n_z – компоненты вектора $\mathbf{n}$.

Суммарное поле излучения определяется выражением

$$\mathbf{I}_0 = \sum_{k=0}^{n-1} (\mathbf{J}_- \exp(iC_{2k}) + \mathbf{J}_+ \exp(iC_{2k+1})), \quad (13)$$

где выделены поля излучения, образованные в секциях с четными и нечетными номерами. Следует отметить, что аналогичная формула (7) в работе [31] совпадёт с точной формулой (13), если в $\mathbf{I}_0$ поменять местами $\mathbf{J}_-$ и $\mathbf{J}_+$ в слагаемых суммы.

Коэффициенты $\mathbf{J}_{\pm}$ определяются с помощью следующих интегралов

$$\mathbf{J}_{\pm} = \int_{-1}^0 (\mathbf{A} \pm 2\zeta \mathbf{B}) \exp(i\zeta Y_{\pm}) d\zeta + \int_0^1 (\mathbf{A} \pm 2\zeta \mathbf{B}) \exp(i\zeta Y_{\mp}) d\zeta. \quad (14)$$

Здесь $Y_{\pm} = Y_0 \pm C_0$ и легко заметить, что

$$\mathbf{J}_-(\mathbf{B}, Y_{\mp}) = \mathbf{J}_+(-\mathbf{B}, Y_{\pm}).$$

С учетом этих соотношений, можно суммировать выражение (13):

$$\mathbf{I}_0 = F_0 e^{i(n-1)Y} (e^{-iC_p} \mathbf{J}_- + e^{iC_p} e^{iY} \mathbf{J}_+), \quad F_0 = \sin(nY) / \sin Y, \quad (15)$$

где F_0 – известный дифракционный синус.

После интегрирования (14) получаем:

$$\mathbf{J}_{\pm} = e^{\mp iC_0} \mathbf{g}_{\pm}, \quad \mathbf{g}_{-} = F_{+} \mathbf{A} + (F_{-} + iF) \mathbf{B}, \quad \mathbf{g}_{+} = F_{+}^{*} \mathbf{A} + (F_{-}^{*} + iF^{*}) \mathbf{B} = \mathbf{g}_{-}^{*}, \quad (16)$$

где знак « $*$ » означает комплексно-сопряженное значение величин, а функции $F_{\pm}$ и F определяются через функции $f_{\pm}$ и их производные

$$F_{\pm} = f_{-} e^{-iY_0} \pm f_{+} e^{iY_0}, \quad F = \dot{f}_{-} e^{-iY_0} + \dot{f}_{+} e^{iY_0},$$

$$f_{\pm} = \frac{\sin(Y_0 \pm C_0)}{Y_0 \pm C_0} = \frac{\sin Y_{\pm}}{Y_{\pm}}, \quad \dot{f}_{\pm} = \frac{df_{\pm}}{dY_{\pm}}. \quad (17)$$

Для поля излучения, образованного в КОС, окончательно, получаем следующее простое выражение

$$\mathbf{I}_0 = F_0 e^{i(n-1)Y} (\mathbf{K}_{-} + \mathbf{K}_{-}^{*} e^{iY}), \quad (18)$$

где введены следующие обозначения

$$\mathbf{K}_{+} = \mathbf{J}_{+} e^{iC_p} = \mathbf{g}_{+} e^{2ipC_0}, \quad \mathbf{K}_{-} = \mathbf{J}_{-} e^{-iC_p} = \mathbf{g}_{-} e^{-2ipC_0}, \quad \mathbf{K}_{+} = \mathbf{K}_{-}^{*}. \quad (19)$$

3. Спектральное распределение числа излученных фотонов

Для спектрально-углового распределения числа N излученных фотонов имеем [35]

$$\frac{d^3 N}{d\omega dO} = \frac{\alpha \omega \sqrt{\varepsilon(\omega)}}{(2\pi v_{\parallel})^2} \frac{l^2}{4} |\mathbf{I}_0|^2, \quad (20)$$

где учтено, что расстояние измеряется в единицах $a = l/2$, $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, $dO = \sin \theta d\theta d\varphi$ – телесный угол излучения. Входящая в формулу (20) функция $|\mathbf{I}_0|^2$ равна

$$|\mathbf{I}_0|^2 = F_0^2 |\mathbf{K}_{-} + \mathbf{K}_{-}^{*} e^{iY}|^2. \quad (21)$$

Если КОС состоит из достаточно большого числа пар монокристаллов, то можно воспользоваться следующим представлением δ -функции

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(nY)}{\sin^2 Y} = \pi n \sum_{k=1}^{\infty} \delta(Y - k\pi). \quad (22)$$

В дипольном приближении параметр КОС $q = \gamma\theta_0$ меньше единицы, и основной вклад в излучение вносит первая гармоника $k=1$. Тогда $Y = \pi$, $\exp(i\pi) = -1$. С учетом (11) $Y_0 = \pi / (2(1+p)) = \mu$ и вместо выражения (21) имеем

$$|\mathbf{I}_0|^2 = \pi n |\mathbf{K}|^2 \delta(Y - \pi), \quad (23)$$

где

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{-} - \mathbf{K}_{-}^{*} = 2i(G_{+} \mathbf{A} + (G_{-} + G) \mathbf{B}),$$

$$G_{\pm} = \text{Im}[F_{\pm} e^{-2C_0 p i}] = -f_{-} \sin(\mu + 2C_0 p) \pm f_{+} \sin(\mu - 2C_0 p), \quad (24)$$

$$G = \text{Re}[F e^{-2C_0 p i}] = -\dot{f}_{-} \cos(\mu + 2C_0 p) + \dot{f}_{+} \cos(\mu - 2C_0 p).$$

В этом приближении параметр C_0 мал. Если при этом $2pC_0 \ll 1$, то разложив $f_{\pm}$ и $\dot{f}_{\pm}$ по малому параметру C_0 и, оставив члены второго порядка малости, получим

$$\begin{aligned} f_{\pm} &= \frac{1}{\mu} \left(\sin \mu \mp V(\mu) C_0 + \left(\frac{V(\mu)}{\mu} - \frac{\sin \mu}{2} \right) C_0^2 \right), \\ \dot{f}_{\pm} &= \frac{df_{\pm}}{dC_0} = -V(\mu) \pm \left(\frac{V(\mu)}{\mu} - \frac{\sin \mu}{2} \right) C_0, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$V(z) = \frac{\sin z}{z} - \cos z. \quad (26)$$

С точностью до малых порядка C_0^2 выражения $G_{\pm}$ и G имеют следующий вид

$$\begin{aligned} G_+ &= -2 \frac{\sin \mu}{\mu} V(\mu) C_0, \quad G_- = -2 \frac{\sin^2 \mu}{\mu}, \\ G &= -2 \frac{\cos \mu}{\mu} V(\mu), \quad G_- + G_+ = -\frac{2}{\mu} V(2\mu). \end{aligned} \quad (27)$$

Следовательно, для функции $|\mathbf{K}|^2$ получаем выражение вида

$$|\mathbf{K}|^2 = 4 \left(G_+^2 \mathbf{A}^2 + (G_- + G)^2 \mathbf{B}^2 + 2G_+ (G_- + G) \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \right). \quad (28)$$

Поскольку релятивистские частицы излучают под малым углом $\vartheta \leq \gamma^{-1}$,

то

$$\mathbf{A}^2 = \beta_{\parallel}^2 \sin^2 \vartheta \approx \vartheta^2, \quad \mathbf{B}^2 = \beta_{\parallel}^2 \frac{\theta_0^2}{4} = \frac{\theta_0^2}{4}, \quad \mathbf{B}^2 = \beta_{\parallel}^2 \frac{\theta_0^2}{4} = \frac{\theta_0^2}{4}. \quad (29)$$

Спектрально-угловое распределение числа излученных фотонов удобно представить в зависимости от безразмерной частоты $x = \omega / (\Omega \gamma^2)$, где $\Omega = \pi \beta_{\parallel} c / l$ и от угла ϑ в единицах $1/\gamma$, то есть $u = \vartheta \gamma$.

В рентгеновской области частот диэлектрическая проницаемость, характеризующая поляризацию диспергирующей среды, меньше единицы:

$$\sqrt{\varepsilon} = 1 - \frac{\omega_0^2}{2\omega^2} = 1 - \frac{r^2}{2x^2 \gamma^2}, \quad x \gg r / \gamma, \quad r = \frac{\omega_0}{\Omega \gamma} = \frac{2l}{\lambda_0 \gamma} = \frac{\gamma_0}{\gamma}. \quad (30)$$

Выражения в (11), (29) в безразмерных переменных x и u имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^2 &= \frac{u^2}{\gamma^2}, \quad \mathbf{B}^2 = \frac{q^2}{4\gamma^2}, \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = -\frac{uq}{2\gamma^2} \cos \varphi, \\ C_0 &= \frac{\pi q}{4} x u \cos \varphi, \quad Y_0 = \frac{\pi x}{4} \left(u^2 + Q + \frac{r^2}{x^2} \right), \end{aligned} \quad (31)$$

где параметр Q в случае движения позитронов по дуге окружности равен

$$Q = (\gamma / \gamma_{\parallel})^2 = 1 + q^2 / 3.$$

Связь между углом и частотой излучения задается δ -функцией

$$\delta(Y - \pi) = \frac{4\mu}{\pi^2 x} \delta(u^2 - \varphi_p(x)), \quad \varphi_p(x) = \frac{2}{(1+p)x} - Q - \frac{r^2}{x^2}. \quad (32)$$

Выражение (28) окончательно представляется в виде

$$|\mathbf{K}|^2 = \left(\frac{2q}{\gamma\mu} \right)^2 \Phi_p(x, u, \varphi) \cdot \delta(u^2 - \varphi_p(x)), \quad (33)$$

$$\Phi_p(x, u, \varphi) = \left(\frac{\pi}{4} u^2 x V(\mu) \sin \mu - V(2\mu) \right)^2 \cos^2 \varphi + V^2(2\mu) \sin^2 \varphi.$$

Для спектрально-углового распределения числа излученных фотонов имеем

$$\frac{d^3 N_{ph}}{dx du^2 d\varphi} = \frac{\alpha \gamma^2 x}{16} |\mathbf{I}_0|^2 = \frac{\alpha n q^2}{\pi \mu} \Phi_p(x, u, \varphi) \cdot \delta(u^2 - \varphi_p(x)). \quad (34)$$

После интегрирования по азимутальному углу φ получаем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{ph}}{dx du^2} &= \alpha n q^2 F_p(x, u) \cdot \delta(u^2 - \varphi_p(x)), \\ F_p(x, u) &= \frac{1}{\mu} \left(\left(\frac{\pi}{4} \sin \mu V(\mu) u^2 x - V(2\mu) \right)^2 + V^2(2\mu) \right). \end{aligned} \quad (35)$$

4. Частотное распределение и фактор конструктивной интерференции

Для частотного распределения числа фотонов после интегрирования по углу излучения имеем

$$\begin{aligned} \frac{dN_{ph}}{dx} &= \alpha n q^2 F_p(x), \quad F_p(x) = \frac{1}{\mu} \left(\left(\psi_p(x) - V(2\mu) \right)^2 + V^2(2\mu) \right), \\ \mu &= \frac{\pi}{2(1+p)}, \quad \psi_p(x) = \frac{\pi}{4} V(\mu) \sin \mu \left(\frac{2}{(1+p)} - Qx - \frac{r^2}{x} \right), \end{aligned} \quad (36)$$

где частота излучения x находится в следующем интервале

$$\frac{1 - \sqrt{1 - Qr^2(1+p)^2}}{Q(1+p)} = x_0(p) \leq x \leq x_c(p) = \frac{1 + \sqrt{1 - Qr^2(1+p)^2}}{Q(1+p)} \quad (37)$$

с граничными частотами $x_0(p)$ и $x_c(p)$.

При $r \ll 1$ выражения для граничных частот упрощаются:

$$\frac{(1+p)r^2}{2} = x_0(p) \leq x \leq x_c(p) = \frac{2}{Q(1+p)}. \quad (38)$$

В отсутствии промежутка между монокристаллами ($p = 0$) имеем

$$F_0(x) = 1 + \left(\psi_0(x) - 1 \right)^2. \quad (39)$$

На граничных частотах x_0 и x_c (излучают под нулевым углом) имеем $\varphi_p(x_0) = \varphi_p(x_c) = \psi_p(x_0) = \psi_p(x_c) = 0$. Следовательно,

$$F_p(x_0) = F_p(x_c) = 2(1+p) \cdot V^2 \left(\frac{\pi}{1+p} \right). \quad (40)$$

Таким образом, фактор конструктивной интерференции, определяемый отношением вероятности излучения, образуемого в системе из монокристаллов, разделенных промежутком, к вероятности, когда этот промежуток отсутствует, для крайне мягких или жестких фотонов (под нулевым углом) имеет вид

$$\begin{aligned} \Lambda(p) &= \frac{F_p(x_0)}{F_0(x_0)} = \frac{F_p(x_c)}{F_0(x_c)} = (1+p) \cdot V^2 \left(\frac{\pi}{1+p} \right) \\ &= (1+p) \left(\frac{1+p}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{1+p} \right) - \cos \left(\frac{\pi}{1+p} \right) \right)^2. \end{aligned} \quad (41)$$

На рис.2 приведен график зависимости функции $\Lambda(p)$ от параметра p , равного отношению продольного расстояния между секциями к длине монокристалла.

Фактор $\Lambda(p)$ свое максимальное значение $\Lambda(p_o) \approx 1.3619$ принимает при значении параметра $p_o \approx 0.2768$. При этом энергия мягких фотонов излученных под нулевым углом увеличивается, а жестких - уменьшается в $1+p$ раза. Следовательно, применение КОС повысит эффективность, как спонтанного излучения, так и лазера на свободных электронах.

5. Обсуждение и некоторые численные результаты

Как известно, заряженный осциллятор с пространственным периодом $2l$ ($p=0$) в среде с плазменной длиной волны λ_0 излучает, когда его энергия больше или равна пороговой энергии $\gamma_{th} = \gamma_0 / \sqrt{Q}$, $\gamma_0 = 2l / \lambda_0$ [6]. Когда $\gamma = \gamma_{th}$, излучение образуется под нулевым углом с длиной волны $\lambda_{th} = \lambda_0^2 / (2l)$. Для

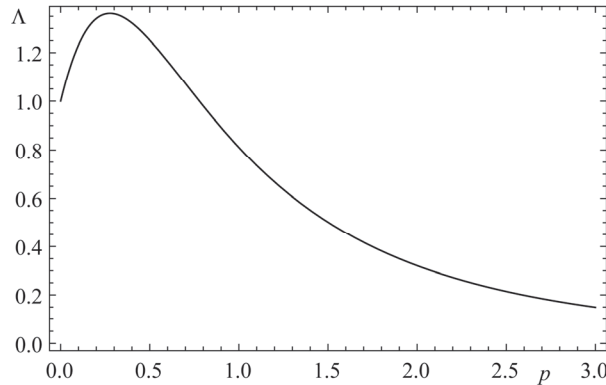


Рис.2. Зависимость фактора конструктивной интерференции $\Lambda(p)$ от параметра p , характеризующего расстояние между монокристаллами.

больших энергий спектр излучения становится шире и под нулевым углом излучаются крайне короткие и крайне длинные волны. В области энергий $\gamma \gg \gamma_{th}$ длина волны излучения крайне мягких фотонов $\lambda_s = \lambda_0^2 / l$ не зависит от γ . Кроме этого, число как крайне мягких, так и число крайне жестких излученных фотонов имеют одинаковый порядок [12–13].

В плоскостном канале изогнутого под углом θ_0 монокристалла с глубиной потенциальной ямы v (в единицах энергии покоя позитрона), позитроны каналируются, если угол входа в монокристалл меньше угла Линдхарда θ_L ($\theta_0 < \theta_L = \sqrt{2v / \gamma}$). Каналирование позитронов сохраняется в КОС с определенной конфигурацией. При этом сумма углов входа позитронов в монокристалл θ_0 и выхода равняется π . Поэтому, длину монокристалла необходимо выбрать равной $l = ml_{ch} / 2$ ($m = 1, 3, 5, \dots$), где $l_{ch} = \pi d / \theta_L$ – пространственный период монокристалла каналированных позитронов, d – межплоскостное расстояние. Из выше указанных необходимых условий для параметров КОС с учетом $l_u = 2l(1 + p)$ получаем следующие необходимые (собственные) значения энергии сгустка позитронов

$$\gamma_m = 2v \left(\frac{2\lambda_0^2}{\pi d m \lambda (1 + p)} \right)^2, \quad \gamma_{th} \ll \gamma_m \leq \frac{1}{2v}. \quad (42)$$

Здесь правая часть неравенства определяет оптимальное значение параметра ондулятора $q \leq 1$.

Приведем расчет параметров КОС, состоящего из совокупности монокристаллов углеродного алмаза с плоскостями (1 1 0) каналирования, межплоскостным расстоянием $d = 1.26 \text{ \AA}$, глубиной потенциальной ямы $U = 25 \text{ эВ}$ ($v = 4.89 \cdot 10^{-5}$) и с плазменной длиной волны $\lambda_0 = 3.263 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ ($\hbar\omega_0 = 38 \text{ эВ}$) [15,28].

Для генерации направленного пучка фотонов с энергией 9 кэВ ($\lambda = 1.38(6) \text{ \AA}$) с учетом оптимального значения $p_0 = 0.277$ и условия (40) для значения m получаем

$$2.99 \leq m \leq 15.46. \quad (43)$$

Следовательно, необходимое значение энергии позитронного сгустка равно $\gamma = \gamma_3 = 10^4$ ($E = 5.11 \text{ ГэВ}$). Тогда имеем $\theta_L = 9.78 \cdot 10^{-5}$, $l_{ch} = \pi d / \theta_L = 4 \text{ мкм}$, $l = 3l_{ch} / 2 = 6 \text{ мкм}$, $\gamma_{th} = 2l / \lambda_0 = 3.68 \cdot 10^2$, $\gamma / \gamma_{th} = 37$. Выбирая угол изгиба монокристаллов $\theta_0 = 7.5 \cdot 10^{-5}$, для значения параметра ондулятора имеем $q = 0.8$.

Для создания эмиттера необходимо использовать монокристаллы длиной $l = 6 \text{ мкм}$, радиусом кривизны $R = l / (2\theta_0) = 4 \text{ см}$, которые расположены на расстояниях в продольном направлении $p_0 l = 1.66 \text{ мкм}$ и в поперечном – $p_0 \theta_0 l = 1.25 \text{ \AA}$. Число периодов КОС ограничено: $n \leq L_D / (2l)$, где L_D – длина деканалирования.

На рис.3 приведены спектральные распределения числа излученных

фотонов при значений параметров: $q = 0.8$, $Q = 1.21(3)$, $l = 6 \cdot 10^{-4}$ см, $\lambda_0 = 3.263 \cdot 10^{-6}$ см, $\gamma = 10^4$, $r = 2l / (\lambda_0 \gamma) = 3.68 \cdot 10^{-2}$, для двух значений $p = p_0 = 0.277$ и $p = 0$. Оба распределения принимают свои минимальные значения при $x_m = r / \sqrt{Q} = 3.339 \cdot 10^{-2}$, что соответствует энергии излученных фотонов 0.345 мэВ ($\lambda_m = 3.6 \cdot 10^{-2}$ Å).

Энергия излученных под нулевым углом мягких фотонов при $p = p_0 = 0.277$ равна $E_s(p_0) = 9$ кэВ ($\lambda_s(p_0) = 1.38$ Å) или $x_0(p_0) = 8.7 \cdot 10^{-4}$, а энергия жестких – $E_h(p_0) = 13.3$ мэВ ($\lambda_h(p_0) = 9.25 \cdot 10^{-4}$ Å) или $x_c(p_0) = 1.3$.

В случае $p = 0$ для крайне-мягких фотонов имеем $E_s(0) = 7$ кэВ ($\lambda_s(0) = 1.77$ Å), $x_0(0) = 6.77 \cdot 10^{-4}$, а для крайне-жестких – $E_h(0) = 17$ мэВ ($\lambda_h(0) = 7.3 \cdot 10^{-4}$ Å), $x_c(0) = 1.65$.

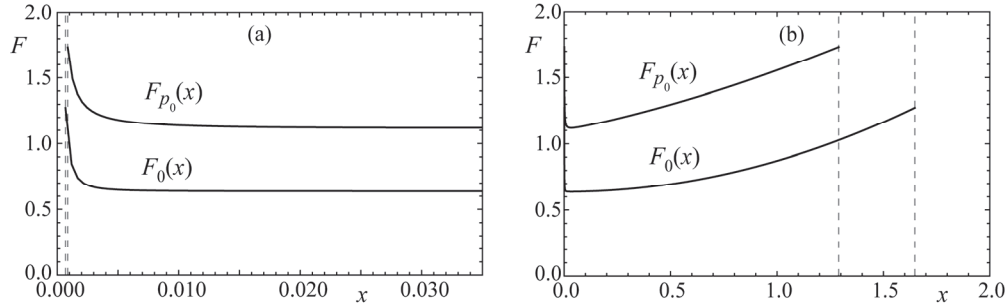


Рис.3. Спектральные распределения числа излученных фотонов при $p = p_0 = 0.277$ и $p = 0$. На рис.3а x меняется в пределах: $x_0(p_0) \leq x \leq x_m$ и $x_0(0) \leq x \leq x_m$. На рис.3б пределы изменения x следующие: $x_m \leq x \leq x_c(p_0)$ и $x_m \leq x \leq x_c(0)$.

6. Заключение

В работе получено аналитическое выражение для распределения числа излученных фотонов, образованные в кристаллическом ондуляторе с секциями. КОС может иметь важное практическое применение: может служить эмиттером для рентгеновского ЛСЭ (XFEL). Найдены оптимальные параметры такого эмиттера.

Таким образом, выбором необходимых параметров КОС и энергии позитронного сгустка, в процессе ЛСЭ, можно получить достаточно интенсивный пучок направленных рентгеновских фотонов с необходимой энергией.

ЛИТЕРАТУРА

1. **В.Л. Гинзбург.** Известия АН СССР, Сер. Физ., **11**(2), 165 (1947).
2. **H. Motz.** J. Appl. Phys., **22**, 527 (1951).
3. **H. Motz, W. Thon, R.N. Whitehurst.** J. Appl. Phys., **24**, 826 (1953).
4. **Н.А. Корхмазян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **5**, 287 (1970); 418 (1970).
5. **А.И. Алиханян, С.К. Есин, К.А. Испирян, С.А. Канканян, Н.А. Корхмазян, А.Г. Оганесян, А.Г. Таманян.** Письма ЖЭТФ, **15**, 142 (1972).
6. **Л.А. Геворгян, Н.А. Корхмазян.** ЖЭТФ, **76**, 1226 (1979).
7. **J. Lindhard.** Physcis Uspekhi, **99** (2), 249 (1969).
8. **М.А. Кумакхов.** Phys. Lett. A, **57**, 17 (1976).
9. **М.А. Кумахов.** ДАН СССР, **230**(5), 1077 (1976).
10. **М.А. Кумахов.** ЖЭТФ, **72** (4), 1489 (1977).
11. **Р. Авакян, И. Мирошниченко, Д. Мюррэй, Т. Фигут.** Письма в ЖЭТФ, **29**(12), 786 (1979); ЖЭТФ, **82**(6), 1825 (1982).
12. **L.A. Gevorgian, L.A. Hovsepyan.** J. Contemp. Phys., **42**, 87 (2007).
13. **R. Avakian, L. Gevorgian, L. Hovsepyan.** NIM B, **309**, 20 (2013).
14. **K.L. Gevorgian, L.A. Gevorgian.** J. Contemp. Phys., **54**, 126 (2019).
15. **В.А. Базылев, Н.К. Жеваго.** Излучение быстрых частиц в среде и во внешних полях, Москва, Наука, 1987.
16. **V.V. Kaplin, S.V. Plotnikov, S.A. Vorobev.** Zh. Tekh. Fiz., **50**, 1079 (1980).
17. **V.G. Baryshevsky, I.Ya. Dubovskaya, A.O. Grubich.** Phys. Lett. A, **77**, 61 (1980).
18. **V.G. Baryshevsky, V.V. Tikhomirov.** NIM B, **309**, 30 (2013).
19. **H. Ikezi, Y. Lin-Liu, T. Ohkawa.** Phys. Rev. B, **30**, 1567 (1984).
20. **U. Mikkelsen, E. Uggerhoj.** NIM B, **160**, 435 (2000).
21. **S. Belucci, S. Bini, V.M. Biryukov, et. al.** Phys. Rev. Lett., **90**, 034801 (2003).
22. **V.T. Baranov, et.al.** JETP Lett., **82**, 562 (2005).
23. **R.O. Avakian, K.T. Avetyan, K.A. Ispirian, E.G. Melikyan.** NIM A, **492**, 11 (2002).
24. **H. Backe, et. al.** Nuovo Cim. C, **34**, 157 (2011).
25. **H. Backe, et. al.** NIM B, **309**, 37 (2013).
26. **A.A. Korol, A.V. Solovev, W. Greiner.** J. Phys. G., **24**, L45 (1998).
27. **M.L. Ter-Mikaelian.** High Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media, New York: Wiley-Interscience, 1972.
28. **L.A. Gevorgian, R.O. Avakyan, K.A. Ispirian, R.K. Ispirian.** JETP Letters, **68**(6), 467 (1998).
29. **L.A. Gevorgian, R.O. Avakyan, K.A. Ispirian, R.K. Ispirian.** NIM B, **173**, 112 (2001).
30. **Н.А. Винокуров, А.Н. Скринский.** Препринт 77-59 (Новосибирск, ИЯФ СО РАН, 1977).
31. **R.O. Avakian, L.A. Gevorgian, K.A. Ispirian, A.H. Shamamian.** NIM B, **227**, 104 (2005).
32. **V. Epp, J. Janz, V. Kaplin.** NIM B, **388**, 24 (2016).
33. **S. Vorobiev, V. Kaplin, E. Rozum.** Patent SU 876044 A1, 1982.
34. **V. Epp, J. Janz, V. Kaplin.** NIM B, **402**, 98 (2017).
35. **J.D. Jackson.** Classical Electrodynamics, 3rd ed., New York: Wiley, 1999.

ՊՈԶԻՏՐՈՆՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՈՒԺԵՂԱՑՈՒՄԸ ԵՎ
ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՍԵԿՑԻԱՆԵՐՈՎ ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ
ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐՈՒՄ

Հ.Լ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Լ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Հ. ՇԱՄԱՄՅԱՆ

Հետազոտվել է սեկցիաներով բյուրեղային օնդուլյատորում ուղղորդված պոզիտրոնների օնդուլյատորային ճառագայթման խնդիրը՝ հաշվի առնելով միջավայրի բևեռացումը: Համակարգն այնպիսին է, որ պահպանում է տրված էներգիայով պոզիտրոնների հարթ ուղղորդումը: Ճառագայթված ֆոտոնների թվի սպեկտրալ բաշխման համար ստացվել է անալիտիկ արտահայտություն: Ներկայացված են սպեկտրի առանձնահատկությունները: Ինչպես որ սպասվում էր, ձևափոխված բյուրեղային օնդուլյատորի առանձին մասերում ձևավորված ճառագայթման դաշտերի կոնստրուկտիվ ինտերֆերենցիայի շնորհիվ ճառագայթումն ուժեղանում է: Գտնվել են սեկցիաներով բյուրեղային օնդուլյատորի օպտիմալ պարամետրերը: Նմանատիպ միկրոէմիտերները կարող են ունենալ գործնական լայն կիրառություն, քանի որ նրանց միջոցով կարելի է ստանալ ինչպես կոշտ, այնպես էլ փափուկ ֆոտոնների ուղղորդված փնջեր:

GAIN AND FEATURES OF RADIATION OF POSITRONS IN A
CRYSTALLINE UNDULATOR WITH SECTIONS

H.L. GEVORGYAN, L.A. GEVORGIAN, A.H. SHAMAMIAN

Undulator radiation of positrons channeled in a crystalline undulator with sections (CUS) is investigated theoretically, taking into account the effect of dielectric polarization of the crystalline medium. Configuration of CUS preserves in-plane channeling of positrons with a given energy. An analytical expression is obtained for the spectral distribution of the number of radiated photons. The features of this spectrum are presented. As expected, such a modification of the crystalline undulator leads to the gain of radiation due to the constructive interference of the radiation fields formed in separate sections. The optimal parameters of the CUS are found. Such micro-emitters can have wide practical applications, since they can generate directional beams of both hard and soft photons.