АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 9 АВГУСТ, 1973 ВЫПУСК 3

# ОБ АННИГИЛЯЦИИ ПОЗИТРОНИЯ В ПЛАЗМЕ

С. А. КАПЛАН, Е. Б. КЛЕЙМАН, И. М. ОЙРИНГЕЛЬ

Поступила 26 июля 1973

Вычислена вероятность индуцированного двухквантового фотон-плазменного перехода $2^3S_1 - 1^3S_1$ для атома позитрония, находящегося в турбулентной плазменной среде. Показано, что этот переход может быть более вероятен, чем трехфотонная аннигиляция с уровня $2^3S_1$. Это может быть использовано для диагностики плазменной турбулентности по времени жизни $2^3S_1$ состояния.

1. *Введение.* В астрофизических условиях процессы рождения и аннигиляции электрон-позитронных пар происходят довольно часто и обуславливают некоторые наблюдаемые явления.

Следует отметить, что электрон-позитронная аннигиляция в плазме проходит чаще всего через стадию образования атомов позитрония [1]. Так, только 25% позитронов с начальной энергией 100 *Мэв* аннигилируют в „свободном" состоянии. Остальные затормаживаются до тепловых энергий и образуют с электронами плазмы атомы позитрония, из которых 75% оказываются в ортосостоянии и 25% — в парасостоянии. Более 50% атомов позитрония образуются в возбужденном состоянии и потом каскадно переходят в основное состояние, где и аннигилируют.

Позитроний является структурным аналогом водородоподобного атома, правда, между ними имеются и существенные различия. Во-первых, приведенная масса позитрония равна $(1/2)\,m_e$, поэтому энергия его нерелятивистских уровней становится равной половине таковой для атома водорода, а характерные атомные расстояния удваиваются. Равенство масс электрона и позитрона влияет также на тонкую структуру уровней позитрония [2]. Во-вторых, электрон и позитрон могут аннигилировать с испусканием фотонов. Для состояния с отличным от нуля орбитальным моментом вероятность этого процесса мала. Но в $s$-состоянии она может превзойти вероятность обычных радиационных переходов.

Свойства излучения, возникающего при аннигиляции электрон-позитронной пары, в большой степени зависят от спиновых состояний сталкивающихся частиц [3—5]. Существуют два типа состояний позитрония: синглетные и триплетные. По условиям симметрии аннигиляция из синглетного состояния возможна лишь с испусканием четного (два и более) числа фотонов [6], а из триплетного — только с испусканием нечетного (по крайней мере трех) их числа [7, 8].

Как указывалось выше, сечение и характер аннигиляции сильно зависят от взаимной ориентации спинов аннигилирующих частиц; соответственно различаются и времена жизни. Двухфотонная аннигиляция из синглетного состояния позитрония характеризуется временем жизни:

$$\tau_{2\gamma} = 1.25 \cdot 10^{-10} \cdot n^3 \ \textit{сек},$$

а трехфотонная аннигиляция из триплетного состояния —

$$\tau_{3\gamma} = 1.4 \cdot 10^{-7} \cdot n^3 \ \textit{сек},$$

где $n$ — главное квантовое число.

Как правило, вероятности каскадных радиационных переходов больше, чем вероятность аннигиляции, но у атома ортопозитрония имеется метастабильное состояние $2^3S_1$. Вероятность двухфотонного радиационного перехода в состояние $1^3S_1$ равна $1.8 \cdot 10^{-3}$ $\textit{сек}^{-1}$ и гораздо меньше вероятности трехфотонной аннигиляции непосредственно с этого уровня, равной $8.9 \cdot 10^5$ $\textit{сек}^{-1}$. Поэтому обычно считается, что ортопозитроний аннигилирует преимущественно из состояния $2^3S_1$.

Ниже показано, что в турбулентной электрон-позитронной плазме двухквантовый индуцированный фотон-плазмонный переход $2^3S_1$—$1^3S_1$ оказывается более вероятным, чем трехфотонная аннигиляция с уровня $2^3S_1$, и атомы ортопозитрония успевают перейти на уровень $1^3S_1$, где они и аннигилируют с вероятностью $\tau_{3\gamma}^{-1}$.

1. Рассмотрим двухквантовый, индуцированный (по числу плазмонов) фотон-плазмонный переход $2^3S_1 — 1^3S_1$, идущий с излучением:

а) фотона ($t$) и ленгмюровского кванта ($l$);

б) фотона ($t$) и ионноплазменного кванта ($i$).

Пользуясь [9], нетрудно получить выражение для полной вероятности (в единицу времени) перехода $2^3S_1 — 1^3S_1$, с учетом только виртуальных переходов через уровни тонкой структуры $2^3P_{0,1,2}$:

$$A_{tl}^{ps.} = \sum_{i=0}^{2} \frac{24\pi c r_0^2 \omega_{21}^2 g_i f_i f_i'}{(\omega_i + \omega_l)^2 + 1/4\Gamma_i^2} \cdot \frac{W^l}{\hbar\omega_l}. \qquad (1)$$

Здесь $g_i = (2I_i + 1)/2(2I + 1)$, $I$ и $I_i$ — моменты состояния $2^3S_1$ и состояний $2^3P_{0,1,2}$, соответственно, $\omega_{31}$ — частота перехода $2^3S_1 - 1^3S_1$, $\omega_i$ — частоты переходов $2^3S_1 - 2^3P_{0,1,2}$, соответственно, $\omega_i \approx \omega_{pe}$ — частота ленгмюровского плазмона, $f_i$ и $f_i$ — силы осцилляторов переходов $2^3P_{0,1,2} - 1^3S_1$ и $2^3S_1 - 2^3P_{0,1,2}$, $\Gamma_i$ — суммы ширин уровня $2^3S_1$ и уровней $2^3P_{0,1,2}$, соответственно, а $W^l$ — плотность энергии ленгмюровских волн.

Приведем численные значения величин, входящих в (1):

$$\omega_{31} \approx 0.75 \cdot 10^{16}\ сек^{-1}, \quad \omega_0 \approx 4 \cdot 10^{11}\ сек^{-1}, \quad \omega_1 \approx 3 \cdot 10^{11}\ сек^{-1},$$

$$\omega_2 \approx 2 \cdot 10^{11}\ сек^{-1}.$$

Далее, необходимо также найти силы осцилляторов $f_i$ и $f_i$, для вычисления которых воспользуемся волновыми функциями различных ортосостояний позитрония [10]:

I) $$\Psi_а = N^а_{l,m} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -Y_l^{m-1} & Y_l^m \\ Y_l^m & -Y_l^{m+1} \end{pmatrix} R_{nl}$$

$$j = l - 1; \quad s = 1, \quad m = -(l-1) \ldots (l-1); \tag{2}$$

II) $$\Psi_б = N^б_{l,m} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -(l+m)\, Y_l^{m-1} & mY_l^m \\ mY_l^m & (l-m)\, Y_l^{m+1} \end{pmatrix} R_{nl}$$

$$j = l; \quad s = 1, \quad m = -l \ldots l,$$

III) $$\Psi_в = N^в_{l,m} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (l+m)(l+m+1)\, Y_l^{m-1} & (l+m+1)(l-m+1)\, Y_l^m \\ (l+m+1)(l-m+1)\, Y_l^m & (l-m)(l-m+1)\, Y_l^{m+1} \end{pmatrix} R_{nl}$$

$$j = l + 1; \quad s = 1, \quad m = -(l+1) \ldots (l+1),$$

где

$$N_{l,m} = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi (j+m)!\,(j-m)!}} \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{(2l+1)\, l}} \to (а) \\ \dfrac{1}{\sqrt{(l+1)\, l}} \to (б) \\ \dfrac{1}{\sqrt{2(l+1)(l+1)}} \to (в) \end{cases}$$

В (2) $Y_l^m$ — шаровые функции, нормированные условием:

$$\int Y_{l'}^{*m'} Y_l^m d\Omega = \frac{4\pi}{2l+1}(l+m)!\,(l-m)!\,\delta_{l'l}\delta_{m'm},$$

а $R_{nl}$ выражаются через обобщенные полиномы Лагерра:

$$R_{nl} = \sqrt{\frac{4(n-l-1)!}{a^3n^4[(n+l)!]^3}}\cdot e^{-\frac{r}{an}}\left(\frac{2r}{an}\right)L_{n+1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{an}\right),$$

где

$$L_{n+l}^{2l+1}(\rho) = \frac{d^{2l+1}}{d\rho^{2l+1}}\left\{e^{\rho}\frac{d^{n+l}}{d\rho^{n+l}}(e^{-\rho}\cdot\rho^{n+l})\right\} \text{ и } a = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}.$$

Вычисляя далее матричный элемент дипольного момента

$$\overline{d}_{12} = \int \overline{d}\,\mathrm{Spur}\,(\Psi_2^*\Psi_1)\,dv,$$

где $\Psi_2$ и $\Psi_1$ — волновые функции (2), с использованием рекуррентных соотношений для шаровых функций:

$$\cos\theta\,Y_l^m = \frac{1}{2l+1}Y_{l+1}^m + \frac{(l-m)(l+m)}{2l+1}Y_{l-1}^m,$$

$$\sin\theta\cdot e^{\pm i\varphi} = \mp\frac{1}{2l+1}Y_{l+1}^{m\pm1} \pm \frac{(l\mp m)(l\mp m-1)}{2l+1}Y_{l-1}^{m\pm1},$$

получим общие выражения для сил линий различных переходов. Они имеют вид:

$$S(n,\ l,\ j=l+1;\ n',\ l'=l+1,\ j'=l'-1) = \frac{(R_{nl}^{n'l+1})^2}{(2l+1)(2l+3)(l+1)},$$

$$S(n,\ l,\ j=l+1;\ n',\ l'=l+1,\ j'=l') = \frac{(R_{nl}^{n'l+1})^2}{(l+1)}, \quad (3)$$

$$S(n,\ l,\ j=l+1;\ n',\ l'=l+1,\ j'=l'+1) = \frac{(l+1)(2l+s)(R_{nl}^{nl+1})^2}{(2l+3)},$$

где

$$R_{nl}^{n'l+1} = \int_0^\infty R_{nl}R_{n'l+1}r^3dr.$$

Выражения (3) позволяют найти силы осцилляторов переходов. Согласно [11], имеем: $f_i \approx 0.1$; $f_1 \approx f_2 \approx 5\cdot10^{-5}$; $f_0' \approx 2\cdot10^{-5}$.

2. Проанализируем формулу (1) в различных предельных случаях. Например, в условиях, когда $\omega_l \gg \omega_{pe}$, получим

$$A_{tl}^{ps} \approx 6 \cdot 10^6 \cdot W^l \text{ сек}^{-1}. \tag{4}$$

В обратном случае — $\omega_l \ll \omega_{pe}$ имеем

$$A_{tl}^{ps} \approx 8 \cdot 10^6 \left(\frac{\omega_2}{\omega_{pe}}\right)^2 W^l \text{ сек}^{-1}. \tag{5}$$

Из (4) видно, что в первом предельном случае вероятность $A_{tl}^{ps}$ не зависит от плазменной частоты, в отличие от случая (5).

Если имеет место неравенство $|\omega_{l'} - \omega_l| \ll 1/2\,\Gamma_{l'}$, т. е. когда одна из частот $\omega_l$ попадает внутрь спектрального интервала ленгмюровских волн (или окажется вблизи него), то

$$A_{tl}^{ps} = \frac{48\,\pi c r_0^2 \omega_{21}^2 f_{l'} f_{l'}}{\Gamma_{l'}} \cdot \frac{W^l}{\hbar\omega_{l'}}. \tag{6}$$

Здесь вклад в вероятность излучения вносит лишь область частот плазменных волн шириной $1/2\,\Gamma_{l'}$. Например, при $\omega_{l'} = \omega_2$ из (6) следует:

$$A_{tl}^{ps} \approx 10^{10} \cdot W^l \text{ сек}^{-1}. \tag{7}$$

В (7) учтено, что $A_{tl}^{ps} < \Gamma_2^r$ (здесь $\Gamma_2^r \approx 3 \cdot 10^8$ $\text{сек}^{-1}$ — радиационная ширина уровня $2^3P_2$).

Отметим, что выражение для вероятности перехода с излучением фотона и ионноплазменного кванта легко получить из (1) заменой $\omega_{pe} \to \omega_{pi}$, $W^l \to W^i$.

3. Найдем условия, при которых фотон-плазмонный переход $2^3S_1 - 1^3S_1$ будет более вероятен, чем трехфотонная аннигиляция.

Считаем, что выполняется неравенство $A_{tl}^{ps} \gg 1/\tau_{3\gamma}$, при этом в случае $\omega_l \gg \omega_{pe}$ имеем

$$W^l \gg 0.1 \text{ эрг/см}^3. \tag{8}$$

В обратном случае $\omega_{pe} \gg \omega_l$ получим

$$W^l \gg 0.1 \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_2}\right)^2 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}. \tag{9}$$

Необходимо отметить, что общая формула (1) была получена в рамках теории возмущений, которая работает для исследуемого процесса при условии (см. [12]):

$$W^l \ll \frac{m_e \omega_{pe}^2 I}{\pi e^2}, \tag{10}$$

где $e$ и $m_e$ — заряд электрона и его масса, а $I$ — потенциал ионизации позитрония.

Подстановка численных значений величин в (10) показывает, что условие (8) может выполняться, если

$$\omega_{pe} \gg 3 \cdot 10^8 \ сек^{-1}, \tag{11}$$

а условие (9) справедливо при любых $\omega_{pe} \gg \omega_i$.

Таким образом, из проведенного рассмотрения видно, что в турбулентной плазменной среде фотон-плазмонный переход $2^3S_1 - 1^3S_1$ может быть более эффективным, чем трехфотонная аннигиляция.

В этой связи поиски наиболее долгоживущего состояния позитрония могут быть использованы для диагностики плазмы (по времени $2^3S_1$-состояния можно судить о величине $W^l$).

В заключение благодарим В. Н. Цытовича за обсуждение.

Горьковский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского
Сибирский институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
СО АН СССР

## ON THE POSITRONIUM ANNIHILATION IN THE PLASMA

S. A. KAPLAN, E. B. KLEIMAN, I. M. OJRINGEL

The probabilities of induced two-quantum photon-plasmon transition $2^3S_1 - 1^3S_1$ for the positronium atom located in the turbulent plasma medium are calculated. It is shown that this transition may be more probable than three-quantum annihilation with the level $2^3S_1$. It may be used for the diagnosis of the plasma turbulence on the survival time of the state $2^3S_1$.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *В. И. Гольданский*, Физическая химия позитрона и позитрония, Наука, М., 1968.
2. *Г. Бете, Э. Солпитер*, Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, Физматгиз, М., 1960.
3. *M. Deutsch*, Progr. Nucl. Phys., 3, 131, 1953.
4. *S. De Benedetti, H. Corben*, Ann. Rev. Nucl. Phys., 4, 191, 1954.
5. *S. De Benedetti*, Nuovo cimento, 4, Suppl. ser., 3, 1209, 1956.

6. *C. N. Yang*, Phys. Rev., 77, 242, 1950.
7. *Е. М. Лифшиц*, ДАН СССР, 60, 211, 1948.
8. *A. Ore, J. L. Powell*, Phys. Rev., 75, 1696, 1949.
9. *Е. Б. Клейман, И. М. Ойрингель*, Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, 19, 175, 1971.
10. *А. А. Соколов, В. Н. Цытович*, ЖЭТФ, 24, 253, 1953.
11. *И. И. Собельман*, Введение в теорию атомных спектров, Физматгиз, М., 1963.
12. *Е. Б. Клейман, И. М. Ойрингель*, Известия ВУЗов СССР, Радиофизика, 1973 (в печати).